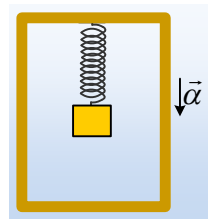


Μια ταλάντωση σε ανελκυστήρα.

Ένα σώμα Σ μάζας 1kg, βρίσκεται δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το οποίο κρέμεται μέσα σε έναν ανελκυστήρα (ασανσέρ) το οποίο κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Στη διάρκεια της κίνησης το σώμα παραμένει «ακίνητο» ως προς το θάλαμο του ανελκυστήρα, απέχοντας 1m από τη βάση του. Σε μια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι $v=4\text{m/s}$, ο θάλαμος συγκρούεται με το έδαφος, όπου και ακινητοποιείται ακαριαία.



Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k=20\text{N/m}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

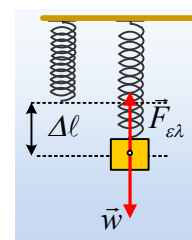
- i) Στη διάρκεια της πτώσης του θαλάμου, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ή όχι;
- ii) Να περιγράψετε την κίνηση που θα κάνει το σώμα Σ, μετά την ακινητοποίηση του ανελκυστήρα.
- iii) Να αποδειχτεί ότι η κίνηση αυτή θα είναι ΑΑΤ.
- iv) Να εξετάσετε αν το σώμα Σ θα φτάσει στο δάπεδο του θαλάμου.

Απάντηση:

- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου στη διάρκεια της πτώσης το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$. Το σώμα επιταχύνεται (μαζί με τον ανελκυστήρα) προς τα κάτω, οπότε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow mg - F_{ελ} = m \cdot a$$

$$\Delta\ell = \frac{m(g - a)}{k} = \frac{1(10 - 2)}{20} m = 0,4m$$



- ii) Τη στιγμή που ακινητοποιείται ο θάλαμος του ανελκυστήρα, το σώμα Σ έχει ταχύτητα προς τα κάτω και επιτάχυνση επίσης προς τα κάτω. Συνεπώς θα εκτελεί μια επιταχυνόμενη κίνηση, μέχρι να φτάσει σε μια θέση Ο, όπου θα μηδενιστεί η επιτάχυνσή του (καθώς κινείται προς τα κάτω η δύναμη του ελατηρίου αυξάνεται, συνεπώς η επιτάχυνση μειώνεται). Από κει και πέρα η επιτάχυνση θα αλλάξει φορά και το σώμα θα επιβραδύνεται, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, οπότε θα κινηθεί προς τα πάνω... Μας θυμίζει κάτι; Το σώμα θα ταλαντωθεί γύρω από τη θέση Ο, η οποία θα είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

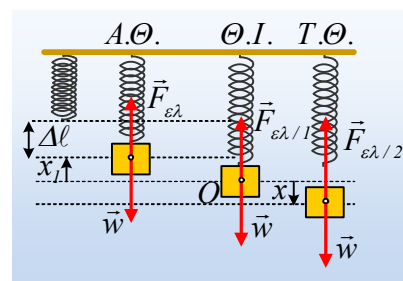
- iii) Στο διπλανό σχήμα, εμφανίζονται η αρχική θέση (τη στιγμή της πρόσκρουσης) η οποία απέχει κατά x_1 από τη θέση ισορροπίας, η θέση ισορροπίας και μια τυχαία θέση η οποία απέχει κατά x από τη θέση ισορροπίας.

Για τη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{ελ/1} = w \rightarrow$$

$$k(\Delta\ell + x_1) = mg \quad (1)$$

$$x_1 = \frac{mg}{k} - \Delta\ell = \frac{1 \cdot 10}{20} m - 0,4m = 0,1m$$



Για την τυχαία θέση:

$$\Sigma F = w - F_{\varepsilon\lambda/2} = mg - k(\Delta\ell + x_I + x) = mg - k(\Delta\ell + x_I) - kx \xrightarrow{(1)}$$

$$\Sigma F = -kx$$

Αφού λοιπόν η συνισταμένη είναι ανάλογη με την απομάκρυνση και έχει αντίθετη φορά, η κίνηση του σώματος θα είναι ΑΑΤ, γύρω από τη θέση ισορροπίας Ο και με σταθερά επαναφοράς $D=k$.

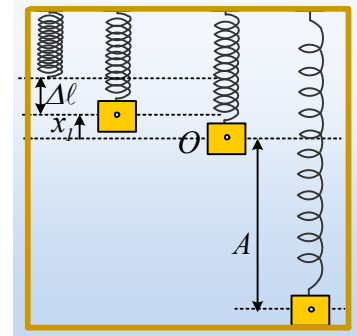
iv) Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, οπότε για την αρχική θέση θα έχουμε:

$$K+U=E \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_I^2 = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow$$

$$A = \sqrt{x_I^2 + \frac{m}{k}v^2} \rightarrow$$

$$A = \sqrt{0,1^2 + \frac{1}{20}4^2} m = 0,9m$$



Αλλά τότε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα κινούμενο προς τα κάτω, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, θα είναι $s=|x_I|+A=1m$, πράγμα που σημαίνει ότι το θα φτάσει οριακά στη βάση του θαλάμου.

dmargaris@gmail.com