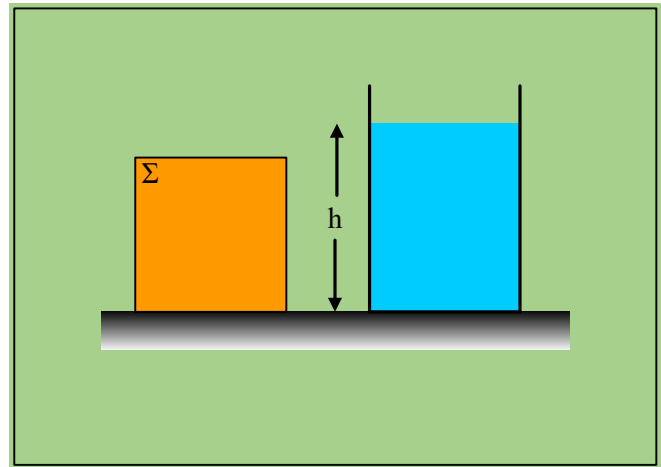


Από την δύναμη από το δάπεδο, στον πυθμένα δοχείου

Σε οριζόντιο επίπεδο ισορροπεί ένα σώμα Σ , σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, βάρους 1.000N και εμβαδού βάσης $A=0,5\text{m}^2$.



i) Να βρεθεί η δύναμη που το σώμα Σ ασκεί στο δάπεδο στις εξής περιπτώσεις:

α) Έχει παραμείνει αέρας μεταξύ του σώματος και επιπέδου.

β) Έχει αφαιρεθεί ο αέρας (χρησιμοποιούμε το σώμα Σ σαν μια βεντούζα) μεταξύ σώματος και δαπέδου.

ii) Το ανοικτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος έχει εμβαδόν βάσης επίσης A και περιέχει νερό μέχρι ύψος $h=1\text{m}$.

α) Να βρεθεί η δύναμη που το νερό ασκεί στον πυθμένα του δοχείου.

γ) Να συγκριθεί η παραπάνω δύναμη με το βάρος του νερού που περιέχεται στο δοχείο.

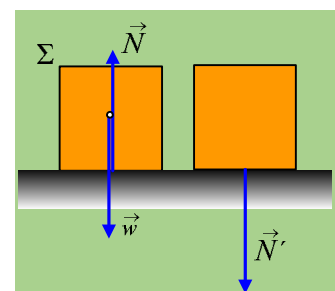
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

i) Για να πάμε στη δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στο δάπεδο, εστιάζουμε στην ισορροπία του σώματος Σ .

α) Στην περίπτωση που έχει παραμείνει αέρας μεταξύ του σώματος Σ και του επιπέδου, λόγω ατμοσφαιρικής πίεσης, όλες οι έδρες του Σ δέχονται δυνάμεις από την ατμόσφαιρα, οπότε η συνισταμένη τους είναι μηδενική και ...δεν ασχολούμαστε. Έτσι στο σώμα Σ ασκούνται οι δυνάμεις όπως στο σχήμα και από την ισορροπία του σώματος παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{N} + \vec{w} = 0 \rightarrow \vec{N} = -\vec{w}$$



Και για τα μέτρα τους $N=w=1.000\text{N}$, όπου N η δύναμη στήριξης, η δύναμη δηλαδή που το επίπεδο ασκεί στο σώμα Σ . Αλλά τότε η αντίδρασή της N' ασκείται στο επίπεδο από το σώμα, είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$N'=1.000\text{N}$$

β) Στην περίπτωση που έχει αφαιρεθεί ο αέρας μεταξύ του σώματος και του επιπέδου, εκτός των παραπάνω δυνάμεων, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη και την δύναμη F_{at} που η ατμόσφαιρα ασκεί στην πάνω επιφάνεια του σώματος. Δυνάμεις από την ατμόσφαιρα ασκούνται και στις πλευρικές πλευρές, αλλά ανά

δύο αλληλοεξουδετερώνονται (δυνάμεις οριζόντιες και συγγραμμικές):

$$\Sigma \vec{F}_{1,2} = 0 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

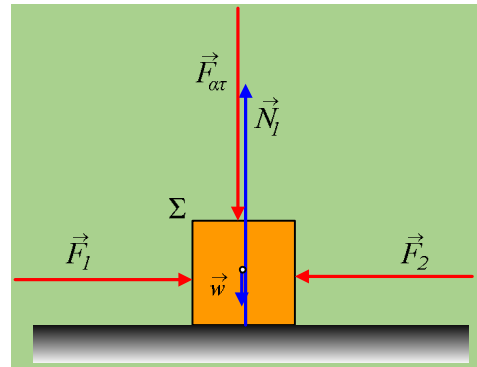
Ξανά από την ισορροπία του σώματος Σ παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F}_{\alpha\tau} + \vec{N}_1 + \vec{w} = 0$$

Οπότε για τα μέτρα τους:

$$N_1 = F_{\alpha\tau} + w = p \cdot A + w = 10^5 \cdot 0,5 \text{ N} + 1.000 \text{ N} = 51.000 \text{ N}$$

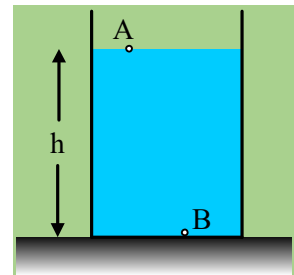
Η αντίδρασή της, μια δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο 51.000N, ασκείται από το σώμα στο επίπεδο στήριξης.



- ii) Έστω δύο σημεία Α και Β, όπου το Α στην επιφάνεια και το Β στην βάση του δοχείου, τα οποία απέχουν κατακόρυφα κατά h (όχι κατ' ανάγκη στην ίδια κατακόρυφο), τότε για τη διαφορά πίεσης μεταξύ τους ισχύει:

$$p_B - p_A = \rho g h \rightarrow$$

$$p_B = p_A + \rho g h = p_{\alpha\tau} + \rho g h$$

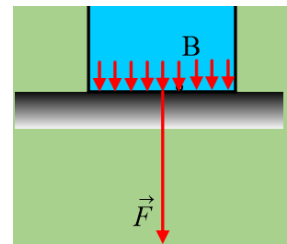


Η παραπάνω πίεση είναι η πίεση σε όλα τα σημεία του υγρού με τα οποία έρχεται σε επαφή η βάση του δοχείου, αφού βρίσκονται στο ίδιο βάθος h.

- α) Αποτέλεσμα της υπάρχουσας πίεσης είναι το υγρό να ασκεί στη βάση του δοχείου, μια δύναμη F (η συνισταμένη πολλών μικρών παραλλήλων δυνάμεων που ασκούνται σε όλη την έκταση της βάσης) κάθετη στην επιφάνεια, με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

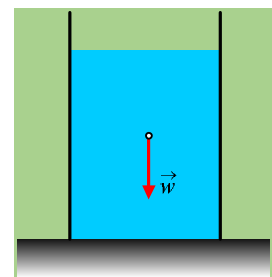
$$F = p \cdot A = (p_A + \rho g h) \cdot A \rightarrow$$

$$F = (10^5 + 1.000 \cdot 10 \cdot 1) \cdot 0,5 \text{ N} = 55.000 \text{ N}.$$



- β) Σε αντίθεση με την παραπάνω δύναμη που το νερό ασκεί στον πυθμένα του δοχείου, το βάρος του (που είναι η δύναμη που δέχεται το νερό από το βαρυτικό πεδίο της Γης) είναι ίσο:

$$w = mg = \rho V g = \rho g \cdot A \cdot h = 1.000 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 1 \text{ N} = 5.000 \text{ N}$$

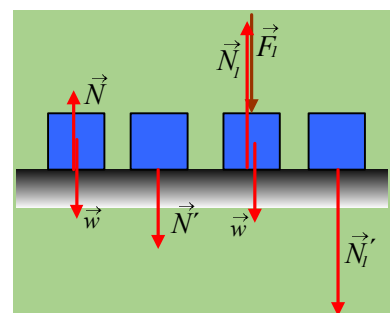


Σχόλια:

Ας ξεχάσουμε για λίγο την ατμόσφαιρα. Ένα σώμα βάρους w, ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Δέχεται από το επίπεδο την αντίδραση του επιπέδου $N = w$ και του ασκεί την δύναμη N' ίσου μέτρου με το βάρος.

Αν όμως ταυτόχρονα του ασκήσουμε και μια δύναμη F_1 , όπως στο 3ο σχήμα, τότε η ισορροπία του σώματος επιβάλλει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow N_1 = w + F_1$$



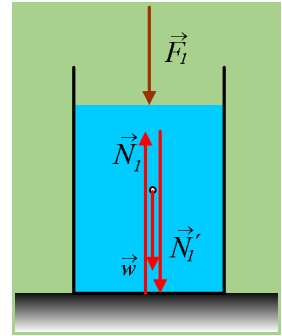
Οπότε και η δύναμη που ασκεί το σώμα στο επίπεδο έχει μέτρο όχι ίσο με το βάρος, αλλά:

$$N_I' = w + F_I$$

Ουσιαστικά δηλαδή το σώμα λειτουργεί «ως μεσάζοντας» μεταφέροντας την δύναμη F_I , στο επίπεδο.

Στην ίδια λογική το νερό δέχεται από την ατμόσφαιρα, στην πάνω επιφάνειά του, δύναμη $F_I = p_{at}A$ την οποία μεταφέρει στον πυθμένα του δοχείου ασκώντας του δύναμη μέτρου:

$$N_I' = F = p \cdot A = (p_A + \rho gh) \cdot A = p_{at} \cdot A + \rho gAh = F_I + w$$



dmargaris@gmail.com