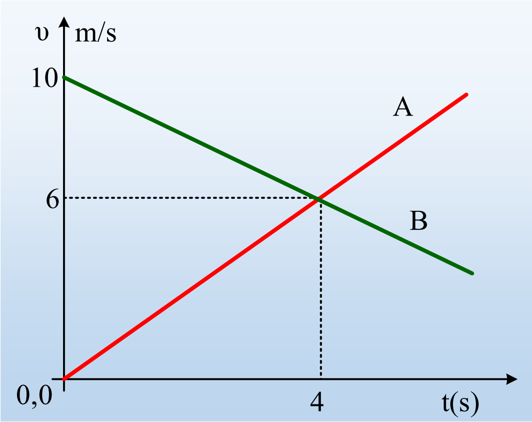
Δύο κινήσεις, όταν ανοίξει το πράσινο φανάρι

Σε ευθύγραμμο δρόμο, μπροστά από ένα φανάρι, που έχει ανάψει το κόκκινο, έχει σταματήσει ένα αυτοκίνητο Α. Τη στιγμή $t_0=0$, που ανοίγει το πράσινο, ο οδηγός του αυτοκινήτου Α, το θέτει σε κίνηση, ενώ ταυτόχρονα ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β, το οποίο «έρχεται με ταχύτητα», περνάει δίπλα του. Στο διάγραμμα δίνονται οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις των δύο αυτοκινήτων.

ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=3{,}2s$.

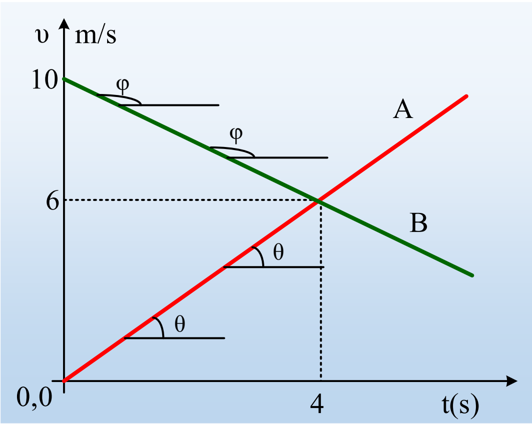
iii) Ποια χρονική στιγμή t_2 θα σταματήσει το Β αυτοκίνητο (θα μηδενιστεί η ταχύτητά του και θα παραμείνει ακίνητο), αν δεν αλλάξουν κίνηση τα δύο αυτοκίνητα, και πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;

Απάντηση:

i) Στο διάγραμμα υ-t, η κλίση μας δίνει την επιτάχυνση του κινητού. Αλλά τότε και τα δύο οχήματα κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις, αφού οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες με σταθερές κλίσεις. Αν όμως έχουμε σταθερή επιτάχυνση, τότε η στιγμιαία τιμή της είναι ίση με την μέση επιτάχυνση στο διάστημα 0-4s, οπότε:

$$\alpha_1 = \alpha_{1,\mu} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{6-0}{4-0} m/s^2 = 1{,}5 m/s^2 .$$

$$\alpha_2 = \alpha_{2,\mu} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{6-10}{4-0} m/s^2 = -1 m/s^2 .$$



ii) Αφού τα δυο αυτοκίνητα έχουν σταθερές επιταχύνσεις, εκτελούν ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις (επιταχυνόμενη το Α και επιβραδυνόμενη το Β), για τις οποίες ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha t \quad (1)$$

Με βάση το διάγραμμα, το Α αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία με αρχική ταχύτητα $\upsilon_{01}=0$, ενώ το Β με $\upsilon_{02}=10m/s$, όποτε με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$\upsilon_1 = \upsilon_{o1} + \alpha_1 t = \alpha t = 1{,}5 \cdot 3{,}2 m/s = 4{,}8 m/s$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_{o2} + \alpha_2 t = 10 m/s + (-1) \cdot 3{,}2 m/s = 6{,}8 m/s$$

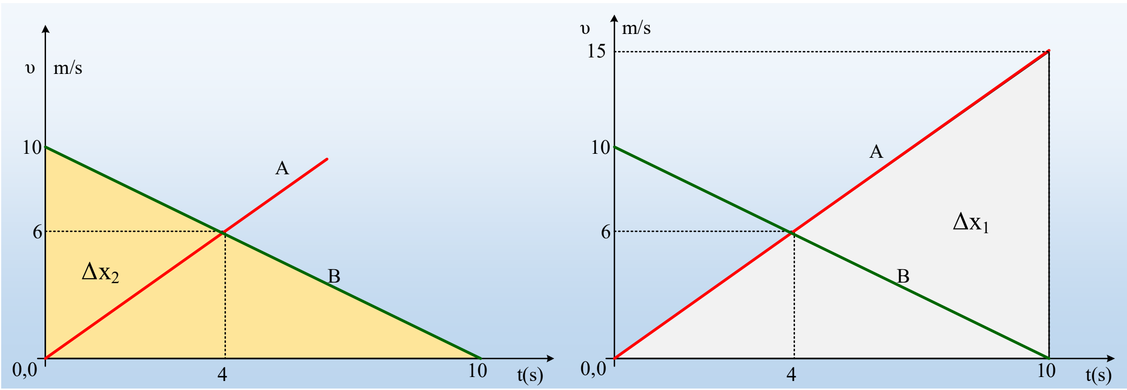
iii) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1) υ=0 για το Β αυτοκίνητο, βρίσκουμε τη χρονική στιγμή που σταματά:

$$\upsilon_2 = \upsilon_{o2} + \alpha_2 t_2 \rightarrow 0 = \upsilon_{o2} + \alpha_2 t_2 \rightarrow$$

$$t_2 = -\frac{\upsilon_{o2}}{a_2} = -\frac{10}{-1}s = 10s$$

Για να υπολογίσουμε τις μετατοπίσεις των δύο αυτοκινήτων, μέχρι τη στιγμή t_2=10s, έχουμε δυο τρόπους.

α) Με χρήση των διαγραμμάτων των ταχυτήτων, προεκτείνοντας τις ευθείες, μέχρι τη στιγμή t_2:



Έτσι για το Β αυτοκίνητο, η μετατόπιση είναι ίση με το εμβαδόν του τριγώνου στο πρώτο σχήμα:

$$\Delta x_2 = x_2 = \frac{1}{2}10 \cdot 10m = 50m$$

Ενώ για το Α αυτοκίνητο, αφού λάβουμε υπόψη ότι την στιγμή t_2 έχει ταχύτητα υ_1=αt_2=15m/s, η μετατόπισή του είναι ίση με το εμβαδόν του γκρι τριγώνου, στο δεύτερο σχήμα:

$$\Delta x_1 = x_1 = \frac{1}{2}10 \cdot 15m = 75m$$

Με βάση τις τιμές αυτές, η απόσταση των δύο αυτοκινήτων θα είναι:

$$d = x_1 - x_2 = 75m - 50m = 25\ m$$

β) Χρησιμοποιώντας την εξίσωση της μετατόπισης:

$$\Delta x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (2)$$

Με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση t=10s, παίρνουμε:

$$\Delta x_1 = x_1 = \upsilon_{o1}t + \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2}1{,}5 \cdot 10^2 m = 75m$$

$$\Delta x_2 = x_2 = \upsilon_{o2}t + \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = 10 \cdot 10m + \frac{1}{2}(-1) \cdot 10^2 m = 50m$$

Οπότε και πάλι:

$$d = x_1 - x_2 = 75m - 50m = 25\ m$$

dmargaris@gmail.com