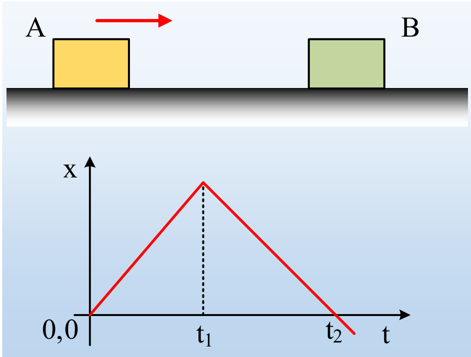
Μια ελαστική κρούση και το διάγραμμα θέσης



Δύο σώματα Α και Β ηρεμούν σε οριζόντιο απέχοντας μεταξύ τους απόσταση d, ελεύθερα να κινηθούν. Σε μια στιγμή $t_0=0$ το σώμα Α, μάζας $m_1=1kg$, δέχεται ένα στιγμιαίο κτύπημα, αποκτώντας κάποια ταχύτητα, με κατεύθυνση προς το σώμα Β, με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_1. Θεωρώντας την αρχική θέση του σώματος Α, ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x και θεωρώντας αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης, παίρνουμε το διπλανό διάγραμμα της θέσης x, σε συνάρτηση με το χρόνο.

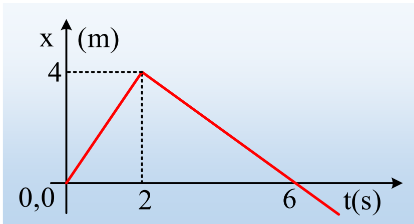
i) Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο ή όχι;

ii) Αν m_2 η μάζα του Β σώματος, ισχύει:

α) $m_1 < m_2$, β) $m_1 = m_2$, γ) $m_1 > m_2$,

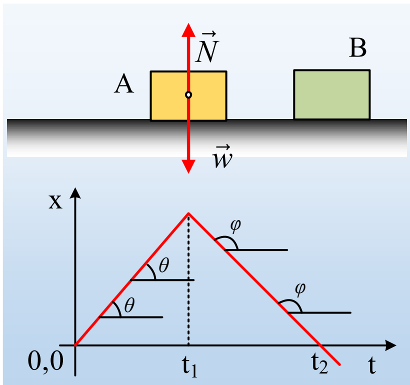
iii) Για τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 ισχύει:

α) $t_2 < 2t_1$, β) $t_2 = 2t_1$, γ) $t_2 > 2t_1$.



iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, παίρνοντας τώρα ακριβείς μετρήσεις, οπότε σχεδιάζοντας το διάγραμμα x-t, παίρνουμε το διπλανό διάγραμμα. Να υπολογιστούν η ορμή και η κινητική ενέργεια του Β σώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Απάντηση:



i) Η κλίση στο διάγραμμα x-t μας δίνει την ταχύτητα του Α σώματος. Αλλά με βάση το σχήμα, τόσο η κλίση πριν την κρούση παραμένει σταθερή (σταθερή γωνία θ), όσο και μετά (σταθερή η γωνία φ). Αλλά αφού η ταχύτητα παραμένει σταθερή κατά την κίνηση του σώματος το επίπεδο είναι λείο.

ii) Η ταχύτητα του Α σώματος μετά την κρούση είναι προς τα αριστερά, αρνητική, επιστρέφοντας στην αρχική του θέση x=0 τη στιγμή t_2. Αλλά τότε από την εξίσωση της ταχύτητας για μετά την κρούση:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \xrightarrow{\upsilon_1>0 \ \ \kappa\alpha\iota\ \ \upsilon_2<0} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 < 0 \rightarrow$$

$$m_1 < m_2$$

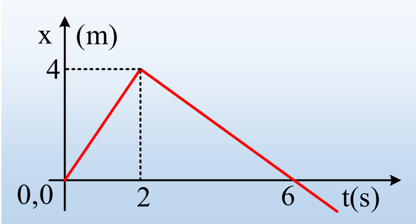
Σωστό το α)

iii) Στη διάρκεια της ελαστικής κρούσης κάποιο μέρος της κινητικής ενέργειας του Α σώματος μεταφέρεται στο Β, το οποίο θα κινηθεί. Αλλά τότε τελικά το Α σώμα θα έχει μικρότερη κινητική ενέργεια και κατά συνέπεια μικρότερη κατά μέτρο ταχύτητα. Έτσι θα χρειαστεί περισσότερο χρόνο για να επιστρέψει, μετά την κρούση, στην αρχική του θέση. Δηλαδή θα ισχύει:

$$\Delta t_{\varepsilon\pi} > \Delta t_{\pi\rho\iota\nu} \rightarrow t_2 - t_1 > t_1 \rightarrow t_2 > 2t_1$$

Σωστό το γ).

iv) Με βάση το διάγραμμα που μας δίνεται, υπολογίζουμε:



$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2} m/s = 2m/s$$

$$\upsilon_1' = \frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{0-4}{4} m/s = -1m/s$$

Οπότε από τη διατήρησης της ορμής για πριν και μετά την κρούση παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}} m_1\upsilon_1 + 0 = m_1\upsilon_1' + p_2 \rightarrow$$

$$p_2 = m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1' = 1\cdot 2kg\cdot {}^{m}\!/\!_{s} - 1\cdot(-1)kg\cdot {}^{m}\!/\!_{s} = 3kg\cdot {}^{m}\!/\!_{s}$$

Αλλά και η τελική κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων, είναι ίση με την αρχική, οπότε:

$$K_{\pi\rho} = K_{\mu\varepsilon\tau} \rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + K_2 \rightarrow$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = \frac{1}{2}1\cdot 2^2 J - \frac{1}{2}1\cdot 1^2 J = 1,5J$$

dmargaris@gmail.com