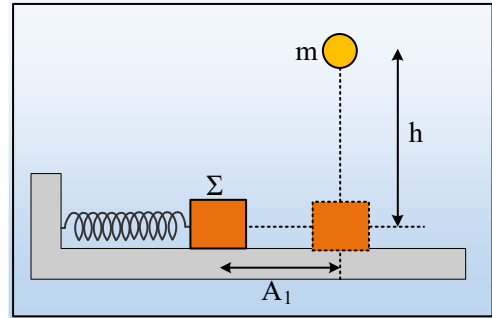


Μια πλαστική κρούση εν μέσω αατ.

Ένα σώμα Σ , μάζας M , είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και μπορεί να εκτελεί ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και σε μια στιγμή $t=0$ το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα από ύψος h αφήνουμε μια σφαίρα μάζας $m=7M/9$, να πέσει. Ακολουθεί πλαστική κρούση του σώματος Σ με την σφαίρα, στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ , χωρίς το συσσωμάτωμα να αναπηδά.



- i) Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης πριν την κρούση και A_2 το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος, μετά την κρούση, ισχύει:

α) $A_2=0,25 A_1$, β) $A_2=0,5 A_1$, γ) $A_2=0,75 A_1$.

- ii) Η σφαίρα αφήθηκε να πέσει από ύψος h ίσο με:

α) $h = \frac{Mg}{k}$, β) $h = 1,25 \frac{Mg}{k}$, γ) $h = 1,5 \frac{Mg}{k}$, δ) $h = 2 \frac{mg}{k}$.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$, ενώ τη στιγμή της κρούσης το σώμα Σ περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας.

Απάντηση:

Η θέση ισορροπίας της αρχικής ταλάντωσης, είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, οπότε θα είναι και θέση ισορροπίας της ταλάντωσης μετά την κρούση.

- i) Στην κατακόρυφη διεύθυνση η ορμή δεν διατηρείται, αφού η σφαίρα πέφτει με κάποια ορμή, ενώ μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται οριζόντια. Οι εξωτερικές όμως δυνάμεις (βάρη και κάθετη αντίδραση του επιπέδου) είναι κατακόρυφες, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής, στην οριζόντια διεύθυνση:

$$p_{x,\text{πριν}} = p_{x,\text{μετά}} \rightarrow Mv_1 = (M+m)V \quad (1)$$

Αλλά v_1 η ταχύτητα του Σ στη θέση ισορροπίας, οπότε $v_1 = \omega_1 \cdot A_1$, ενώ $V = \omega_2 A_2$ η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης μετά την κρούση, οπότε η (1) γίνεται:

$$M\omega_1 A_1 = (M+m)\omega_2 A_2 \rightarrow M\sqrt{\frac{k}{M}} A_1 = (M+m)\sqrt{\frac{k}{M+m}} \cdot A_2$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{M}{M + \frac{7}{9}M}} = \sqrt{\frac{9M}{16M}} = \frac{3}{4} \rightarrow$$

$$A_2 = 0,75 A_1$$

Σωστό το γ).

- ii) Η κρούση των δύο σωμάτων στη θέση ισορροπίας της αρχικής ταλάντωσης, έγινε τη χρονική στιγμή

$t_1 = T_1/4$, όπου T_1 η αρχική περίοδος ταλάντωσης:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

Αλλά στο παραπάνω χρονικό διάστημα t_1 , η σφαίρα διένυσε απόσταση h , οπότε:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}\right)^2 = \frac{1}{8}g \cdot \pi^2 \frac{M}{k} = \frac{5}{4} \cdot \frac{Mg}{k} = 1,25 \frac{Mg}{k}$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com