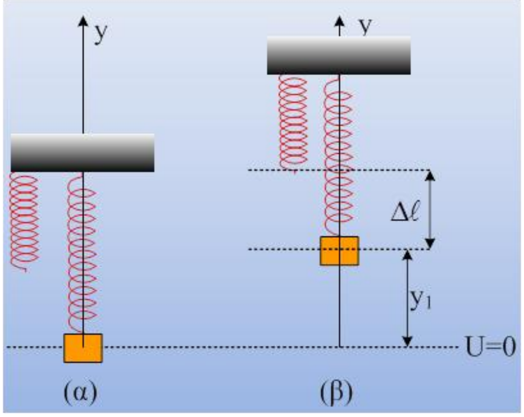
Πεδίο δύναμης και ελατήριο.

Στην προηγούμενη τοποθέτησή μου, με τίτλο «**Τα μαθηματικά και το διάβασμά τους, παρέα με τη φύση.**» είχα περιλάβει το παρακάτω απόσπασμα:

Ας πάρουμε το παράδειγμα των δύο ελατηρίων, που είχα δώσει στο 6) ερώτημα της προηγούμενης τοποθέτησης. Και ας εφαρμόσουμε τη λογική που λέει, **όλες οι ενέργειες, ως προς το ίδιο επίπεδο** (και κυρίως όσον αφορά την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου).



Τα δυο σώματα ηρεμούν και εμείς υπολογίζουμε τις μηχανικές ενέργειες κάθε συστήματος, ως προς το ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Στο (α) σχήμα, η μηχανική ενέργεια του συστήματος, είναι:

$$E_{\mu/1}=0.$$

Στο (β) σχήμα αντίστοιχα για την μηχανική ενέργεια του συστήματος έχουμε:

$$E_{\mu/2}=mgy_1+\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2-\frac{1}{2}k(\Delta\ell+y_1)^2=mgy_1+\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2-\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2-\frac{1}{2}ky_1^2-k\Delta\ell\cdot y_1\rightarrow$$

$$E_{\mu/2}=-\frac{1}{2}ky_1^2$$

Τι μας λέει η τελευταία σχέση; Το σύστημα (β) έχει μικρότερη μηχανική ενέργεια από το (α)!!!

Έχει κάποια φυσική σημασία η παραπάνω τιμή; Ναι, έχει. Μας λέει ότι για να έρθει το σύστημα στο οριζόντιο επίπεδο που έχουμε ορίσει ότι U=0, θα πρέπει να του προσφέρουμε ενέργεια.

Μια χαρά τα λένε τα μαθηματικά!!! Αυτό τα ρωτήσαμε και σωστά μας απάντησαν!

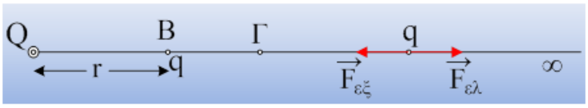
Είναι ένας καλός τρόπος υπολογισμού της μηχανικής ενέργειας αυτός; Δεν μας προσβάλει την φυσική μας διαίσθηση, που λέει ότι τα δύο ελατήρια έχουν αποθηκευμένο το ίδιο ποσό δυναμικής ελαστικής ενέργειας, ενώ στο (β) το σώμα είναι πιο ψηλά, άρα έχει μεγαλύτερη βαρυτική δυναμική ενέργεια;

Να το πω αλλιώς; Το (β) σύστημα βρισκόταν αρχικά στο ίδιο ύψος με το (α) και προφανώς τα δυο συστήματα είχαν την ίδια ενέργεια. Δεν απαιτείται να δώσουμε κάποια ενέργεια για να ανυψώσουμε κατά y_1 το (β) σύστημα; Συνεπώς το (β) σύστημα δεν θα έχει τελικά μεγαλύτερη ενέργεια;

Υπάρχει κάποια αντίρρηση ότι το σύστημα (β) έχει μεγαλύτερη μηχανική ενέργεια; Αυτό δεν μας λέει η φύση;

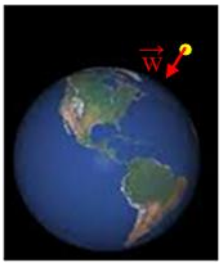
Περίμενα κάποια τοποθέτηση πάνω στην παραπάνω αντίφαση και κάποια προσπάθεια αναίρεσης της αντίφασης αυτής, αλλά δεν ήρθε. Επειδή δε, θεωρώ πολύ σημαντικό το θέμα και νομίζω ότι δεν πρέπει να τελειώσει η παρούσα συζήτηση, χωρίς να ξεκαθαριστεί ποιες είναι τελικά οι θέσεις που ο καθένας εκφράζει, αφού, κατά την προσωπική μου άποψη, κινδυνεύουμε να μιλάμε για ενέργειες σαν κάτι μη υπαρκτό και αυθαίρετης τιμής, κάτι που δεν είναι τίποτα περισσότερο ή λιγότερο από μια **μαθηματική οντότητα**, επανέρχομαι στο θέμα ξεκινώντας με δύο παραδείγματα.

1) Δύο θετικά φορτία Q και q, βρίσκονται σε άπειρη απόσταση. Υπάρχει κάποιος λόγος να πω ότι το σύστημα έχει ενέργεια; Αν το θέλω, μπορώ να το κάνω. Αλλά βλέπετε κάποιο λόγο να το κάνω; Ασκώντας μια δύναμη **ΕΜΕΙΣ**, μεταφέρουμε το φορτίο q σε απόσταση r, από το φορτίο Q, το οποίο συγκρατείται στη θέση του. Για την μεταφορά αυτή **προσφέραμε** ενέργεια και αυτή είναι ίση με $W_{F\varepsilon\xi/\infty\to B} = k_c \dfrac{Qq}{r}$. Αυτή η ενέργεια αποθηκεύεται στο σύστημα των δύο φορτίων και ονομάζεται δυναμική ενέργεια του συστήματος και αυτή η ενέργεια είναι ίση με το μέγιστο έργο που μπορεί να παραχθεί, αν αφεθεί το φορτίο q να κινηθεί.



Αν θέλει κάποιος, που θα μελετήσει στη συνέχεια την κίνηση του φορτίου, να βρει την ταχύτητά του στο σημείο Γ, μπορεί αν θέλει, να θέσει U=0 στο Γ, αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι πράγματι το σωματίδιο όταν περνάει από το Γ δεν θα έχει δυναμική ενέργεια!!! Μπορεί να συνεχίσει την επιτάχυνσή του και να αυξηθεί και άλλο η κινητική του ενέργεια.

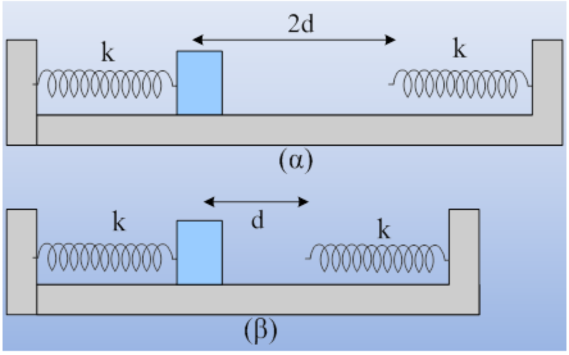
2) Ένα σώμα κινείται σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη Γη έχοντας κινητική ενέργεια K_1=100J. Έχει δυναμική ενέργεια λόγω αλληλεπίδρασης με τη Γη; Λέμε ότι δεν έχει. Είναι τόσο αυθαίρετο αυτό; Είναι το πιο λογικό που θα μπορούσε να θέσει κάποιος. Δεν υπάρχει έλξη, δεν αποδίδουμε ενέργεια! Λέμε λοιπόν ότι σε άπειρη απόσταση από τη Γη, η βαρυτική δυναμική ενέργεια που έχει το σώμα μάζας m είναι μηδέν. Θα μπορούσαμε να θέσουμε ότι η δυναμική ενέργεια στο άπειρο είναι +10.000J; Ναι, θα μπορούσαμε. Αλλά δεν θα άλλαζε τίποτα ουσιαστικό στη μελέτη μας.



Αν το σώμα αρχίζει να πλησιάζει τη Γη, λόγω βαρυτικής έλξης θα επιταχυνθεί και η κινητική του ενέργεια θα αυξηθεί. Αλλά τότε αφού αυξάνεται η κινητική, θα μειώνεται η δυναμική του ενέργεια, συνεπώς αν σε κάποια θέση το σώμα έχει K_2=120J, θα έχει δυναμική ενέργεια U=-20J. Αυτό σημαίνει ότι έχει αρνητική δυναμική ενέργεια. Η δυναμική ενέργεια όμως, δεν παύει να είναι μια **υπαρκτή** ενέργεια (η αρνητική της τιμή, απλά σημαίνει ότι είναι μικρότερη από αυτή που είχε στο άπειρο), με την έννοια, ότι εμφανίζεται ως κινητική. Δεν είναι κάτι ανύπαρκτο, που είτε (αν θέλω), θα λέω ότι υπάρχει, είτε όχι.

Σε οποιαδήποτε θέση, μέσα στο βαρυτικό πεδίο και αν αφεθεί το σώμα, θα κινηθεί και θα αποκτήσει κινητική ενέργεια. Συνεπώς σε κάθε σημείο, το σώμα έχει δυναμική ενέργεια.

Και ερχόμαστε στο ελατήριο. Πέρα από το παραπάνω παράδειγμα, ας δούμε άλλο ένα.



Στο σώμα, αμελητέων διαστάσεων (και στα δύο σχήματα) έχει συμπιέσει τα ελατήρια κατά $\Delta\ell$, ενώ τα δυο άλλα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

Το σύστημα (α) ή το σύστημα (β) έχει μεγαλύτερη μηχανική ενέργεια ($U_{βαρ}=0$);

Η απάντηση δεν μπορεί να είναι παρά **ΜΙΑ** και **ΜΟΝΑΔΙΚΗ**! Και τα δυο συστήματα έχουν το ίδιο ποσό ενέργειας και αυτή είναι η δυναμική ενέργεια των συμπιεσμένων ελατηρίων και είναι ίση με $\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$. Τα άλλα δύο ελατήρια δεν έχουν ενέργεια. Αν αφήσουμε τα σώματα ελεύθερα, η μέγιστη κινητική ενέργεια που μπορούν να αποκτήσουν είναι $\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$, δεν υπάρχει άλλη διαθέσιμη ενέργεια!!!

Αν κάποιος φίλος επιμένει ότι το ένα από τα παραπάνω συστήματα, έχει μεγαλύτερη ενέργεια από το άλλο, δεν έχει παρά να προτείνει έναν τρόπο, με τον οποίο αυτή την ενέργεια θα μπορούσαμε να την εκμεταλλευτούμε, παράγοντας έργο, περισσότερο από αυτό που μπορεί να παραχθεί από το άλλο σύστημα.

Η λογική που λέει, μπορώ να αποδώσω ενέργεια και στα δεξιά ελατήρια, γιατί μπορώ να ορίσω όπου θέλω ότι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μηδενική, οδηγεί σε στρέβλωση κάθε λογικής, πάνω στην έννοια της ενέργειας!

Αλλά τότε τι ήταν αυτό που μπορεί να υπολογίσει κάποιος, θεωρώντας θέση μηδενικής ελαστικής δυναμικής ενέργειας τη θέση του σώματος; Στην περίπτωση αυτή προκύπτει ότι (αναφερόμενοι στο κάτω ελατήριο στα δεξιά), έχει δυναμική ενέργεια:

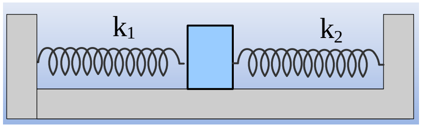
$$U_2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 - \frac{1}{2}kd^2 = -\frac{1}{2}kd^2 .$$

Τι σημαίνει αυτή η τιμή; Δείχνει κάποια υπαρκτή ενέργεια; Προφανώς όχι. Το μόνο που λέει είναι ότι:

απαιτείται ενέργεια ίση με ½ kd² για να επιμηκυνθεί το ελατήριο και να φτάσει στη θέση του σώματος.

Συνεπώς η απόδειξη, πάνω στο ερώτημα του Θοδωρή, που δόθηκε εδώ , είναι λανθασμένη, αφού προσβάλει την λογική μας για την ενέργεια και αυτό που κάνει, δεν έχει καμιά σχέση, με διατήρηση ενέργειας.
Έτσι η μόνη στάση που μπορεί να έχει κάποιος, πάνω στο ερώτημα, που πήγε η ενέργεια, είναι ότι:

«δεν πρέπει να μπαίνει κανένα ερώτημα για σημείο αναφοράς και μηδενισμού της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.»



Στο παραπάνω σχήμα το σώμα ηρεμεί έχοντας επιμηκύνει τα δυο ελατήρια. Έχουμε ενέργεια αποθηκευμένη στο σύστημα; Έχουμε. Μπορούμε αν θέλουμε, να μην την λάβουμε υπόψη «αγνοώντας την», αλλά υπάρχει, θέλουμε δεν θέλουμε και έχει τιμή:

$$E_0 = \frac{1}{2}k_1(\Delta\ell_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta\ell_2)^2.$$

Για να εκτρέψουμε το σώμα κατά Α (έστω προς τα δεξιά), οπότε αν αφεθεί να εκτελέσει ΑΑΤ, θα πρέπει να του προσφέρουμε ενέργεια μέσω έργου μιας εξωτερικής δύναμης $W_{F\varepsilon\xi} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\cdot A^2$.

Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να αυξηθεί η αποθηκευμένη ενέργεια του συστήματος και να πάρει την τιμή:

$$E_1 = \frac{1}{2}k_1(\Delta\ell_1 + A)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta\ell_2 - A)^2 \rightarrow$$

$$E_1 = \frac{1}{2}k_1(\Delta\ell_1)^2 + \frac{1}{2}k_1A^2 + k_1\Delta\ell_1\cdot A + \frac{1}{2}k_2(\Delta\ell_2)^2 + \frac{1}{2}k_2A^2 - k_2\Delta\ell_2\cdot A \rightarrow$$

$$E_1 = \frac{1}{2}k_1(\Delta\ell_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta\ell_2)^2 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)A^2 = E_0 + W_{F\varepsilon\xi}$$

Όταν ταλαντωθεί το σώμα αυτό, πόση είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει;

$$K_{max} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\cdot A^2 = E_{\tau\alpha\lambda}$$

Την ενέργεια αυτή, την ονομάζουμε **ενέργεια ταλάντωσης** και προφανώς είναι μηχανική ενέργεια, αλλά δεν είναι **η μηχανική ενέργεια** που έχει το σύστημα.
Για να μην γίνω μονότονος, θα αποφύγω να αναφέρω την πρόταση, που από την αρχή της συζήτησης διατυπώνω…

ΥΓ.

Ελπίζω με τα παραπάνω να έγινε σαφής, η διάκριση μεταξύ της κατάστασης που έχουμε, όταν ένα σώμα κινείται σε ένα πεδίο δύναμης, όπως το ηλεκτρικό ή το βαρυτικό πεδίο και της κατάστασης που έχουμε στην περίπτωση που έχουμε το σώμα σε σύστημα με ελατήριο. Γιατί, ενώ στη μια περίπτωση έχει φυσική αξία η αρνητική τιμή δυναμικής ενέργειας, δεν υπάρχει κάτι αντίστοιχο στο ελατήριο.

Αλλά και γιατί, δεν επιτρέπεται να παίρνουμε τον τρόπο που η θεωρητική φυσική αντιμετωπίζει ένα πεδίο δύναμης και να τον μεταφέρουμε στην περίπτωση του ελατηρίου. Και από όσο γνωρίζω, πουθενά η θεωρητική μηχανική δεν ασχολείται με ελατήρια.

Δυστυχώς βγήκε και πάλι ένα μεγάλο κείμενο….

dmargaris@sch.gr