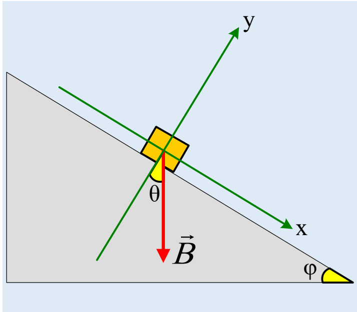
Μια ισορροπία σε κεκλιμένο επίπεδο



Ένα σώμα βάρους 50Ν ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως φ, όπου ημφ=0,6 και συνφ=0,8.

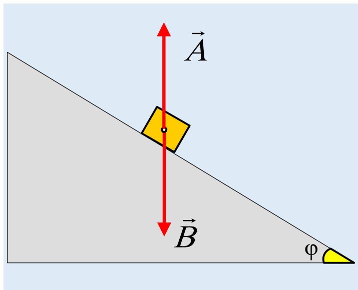
i) Να σχεδιάσετε την δύναμη Α που το επίπεδο ασκεί στο σώμα, υπολογίζοντας και το μέτρο της.

ii) Παίρνουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x, y όπως στο σχήμα, όπου ο άξονας x είναι παράλληλος προς το κεκλιμένο επίπεδο και ο y είναι κάθετος προς αυτό. Να αποδείξετε ότι η γωνία που σχηματίζει το βάρος με τον άξονα y, είναι ίση με την κλίση του επιπέδου (θ=φ).

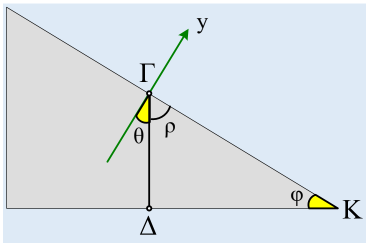
iii) Να αναλύσετε το βάρος σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.

iv) Να αναλύσετε επίσης την δύναμη Α σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y, υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.

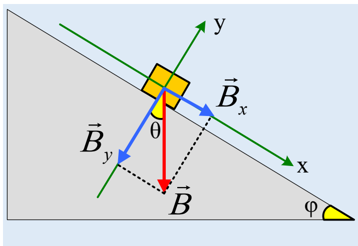
Απάντηση:



i) Αφού το σώμα ισορροπεί δεχόμενο μόνο δύο δυνάμεις, το βάρος και την Α (την αντίδραση του επιπέδου), οι δυνάμεις αυτές είναι αντίθετες, ώστε να δίνουν μηδενική συνισταμένη. Συνεπώς και η Α είναι δύναμη κατακόρυφη, αντίθετη του βάρους, όπως στο σχήμα, με μέτρο Α=Β=50Ν.



ii) Για να μην μας δυσκολεύει το σχήμα, ας φανταστούμε το σώμα ως υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, το οποίο ισορροπεί στην θέση Γ και την ΓΔ κάθετη στην βάση ΔΚ, όπως στο διπλανό σχήμα. Τότε το τρίγωνο ΔΓΚ είναι ορθογώνιο και φ+ρ=90°. Όμως ο άξονας y είναι κάθετος στο κεκλιμένο επίπεδο, οπότε θ+ρ=90°. Αλλά αν η γωνία ρ είναι συμπληρωματική και της γωνίας φ και της γωνίας θ, τότε οι γωνίες θ και φ είναι ίσες. Αν το δούμε με λίγο περισσότερη γεωμετρία, δύο οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές είναι ίσες, οπότε εδώ οι γωνίες φ και θ έχουν κάθετες πλευρές (y⊥(ΓΚ) και (ΓΔ) ⊥ (ΚΔ)), συνεπώς είναι ίσες.

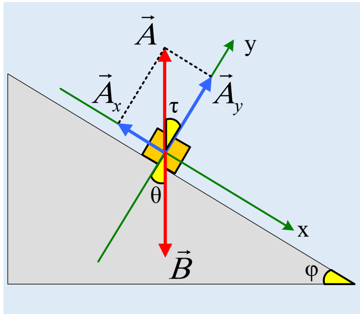


iii) Φέρνοντας από το τέλος του διανύσματος του βάρους παράλληλες προς τους άξονες, παίρνουμε τις δυο συνιστώσες του βάρους στους άξονες x και y, όπως στο σχήμα. Χρησιμοποιώντας τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ, παίρνουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B \cdot \eta\mu\theta = 50N \cdot 0,6 = 30N$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B_y}{B} \rightarrow B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 50N \cdot 0,8 = 40N$$

iv) Με τον ίδιο τρόπο, αναλύουμε την αντίδραση Α του επιπέδου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ξανά χρησιμοποιώντας την κατακορυφή της θ γωνία τ, παίρνουμε:



$$\eta\mu\tau = \frac{A_x}{A} \rightarrow A_x = A \cdot \eta\mu\theta = 50N \cdot 0{,}6 = 30N$$

$$\sigma\upsilon\nu\tau = \frac{A_y}{A} \rightarrow A_y = A \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 50N \cdot 0{,}8 = 40N$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι για τα μέτρα των συνιστωσών ισχύει:

$$A_x = B_x \quad \kappa\alpha\iota \quad A_y = B_y$$

Πράγμα που θα έπρεπε να περιμένουμε, αφού για να υπάρχει ισορροπία θα πρέπει να ισχύει $\Sigma\vec{F} = 0$, Οπότε στους άξονες x και y, $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$.

dmargaris@gmail.com