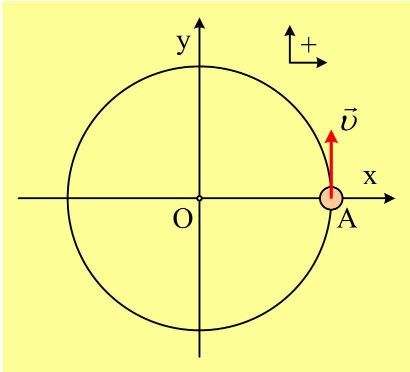
# Μια κυκλική κίνηση και οι άξονες x και y.

Κατά την μελέτη της οριζόντιας βολής, χρησιμοποιούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x,y, ενώ στην κυκλική κίνηση, δουλεύουμε με βάση τον κύκλο. Μήπως να δούμε τον κύκλο σε συνδυασμό με ένα σύστημα καθέτων αξόνων x,y;




Ένα υλικό σημείο Σ μάζας m=0,5kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας R=0,8m. Στο σχήμα έχουμε πάρει ένα σύστημα καθέτων αξόνων x και y, με κέντρο το κέντρο Ο του κύκλου (με τον γνωστό προσανατολισμό), ενώ το σώμα τη στιγμή t=0 περνά από το σημείο Α του άξονα x, έχοντας ταχύτητα $\upsilon=\upsilon_y=0{,}4m/s$.

i) Ποια η κατεύθυνση και ποιο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ;

ii) Για τη χρονική στιγμή $t_1=4{,}2s\approx(4\pi/3)s$, ζητούνται:

α) Οι συντεταγμένες της θέσης (x,y) του σώματος Σ.

β) Οι συνιστώσες $(p_x,p_y)$ της ορμής του Σ.

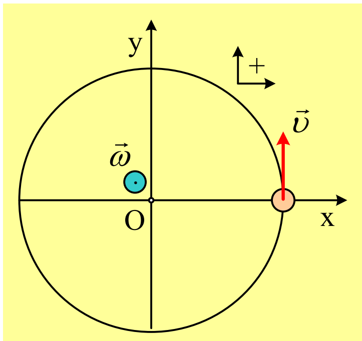
γ) Οι αντίστοιχες συνιστώσες του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ.

iii) Για το χρονικό διάστημα $0\text{-}t_1$ να βρεθούν:

α) Οι μετατοπίσεις Δx και Δy του σώματος, στους δύο άξονες.

β) Οι μεταβολές της ορμής $\Delta p_x$ και $\Delta p_y$.

### *Απάντηση:*

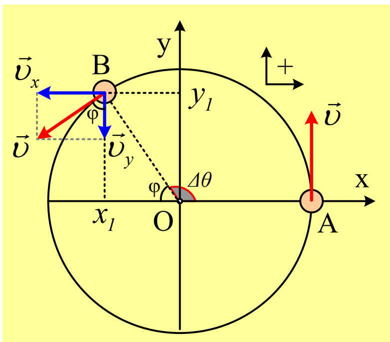



i) Η γωνιακή ταχύτητα είναι ένα διάνυσμα, κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς, στο κέντρο Ο, με φορά προς τον αναγνώστη, όπως στο σχήμα. Για το μέτρο της, έχουμε:

$$\upsilon=\omega R\rightarrow\omega=\frac{\upsilon}{R}=\frac{0{,}4m/s}{0{,}8m}=0{,}5rad/s$$

ii) Η γωνία που έχει διαγράψει το σώμα μέχρι τη στιγμή $t_1$ είναι ίση:

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\rightarrow\Delta\theta=\omega t_1=0{,}5\cdot\frac{4\pi}{3}rad=\frac{2\pi}{3}rad$$



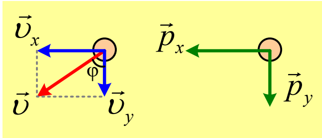

Συνεπώς το σώμα έχει φτάσει στη θέση Β, όπου η γωνία φ=π/3 rad, παραπληρωματική της Δθ, με ταχύτητα εφαπτόμενη του κύκλου, όπως στο σχήμα.

α) Για τις συντεταγμένες της θέσης Β έχουμε:

$$x_1=-R\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=-0{,}8\cdot{}^{1}\!/_{2}\,m=-0{,}4m$$

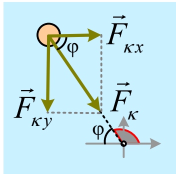
$$y_1=R\cdot\eta\mu\varphi=0{,}8\cdot{}^{\sqrt{3}}\!/_{2}\,m=0{,}4\sqrt{3}m$$

β) Για τις συνιστώσες της ορμής, έχουμε:




$$p_x = -m\upsilon \cdot \eta\mu\varphi = -0,5 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{3}/2\ kgm/s = -0,1\sqrt{3}kgm/s$$
$$p_y = -m\upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = -0,5 \cdot 0,4 \cdot 1/2\ kgm/s = -0,1kgm/s$$

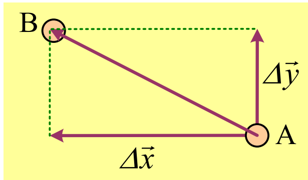
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι ίσο με τη κεντρομόλο δύναμη, μέτρου:




$$F_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{R} = 0,5 \cdot \frac{0,4^2}{0,8}N = 0,1N \rightarrow$$

$$\frac{dp_x}{dt} = F_{\kappa x} = F_\kappa \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0,1N \cdot 1/2 = 0,05kgm^2/s^2$$
$$\frac{dp_y}{dt} = F_{\kappa y} = -F_\kappa \cdot \eta\mu\varphi = -0,1N \cdot \sqrt{3}/2 = -0,05\sqrt{3}kgm^2/s^2$$

iii) Η μετατόπιση του σώματος από το Α στο Β, αναλύεται στις μετατοπίσεις στους δυο άξονες, όπως στο σχήμα.

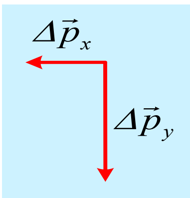



α) Για τις μετατοπίσεις αυτές έχουμε:

$$\Delta x = x_1 - x_o = -0,4m - 0,8m = -1,2m$$
$$\Delta y = y_1 - y_o = 0,4\sqrt{3}m = 0 = 0,4\sqrt{3}m$$

β) Για την μεταβολή της ορμής έχουμε:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_o \rightarrow \begin{cases} \Delta p_x = p_{1x} - p_{ox} = p_x - 0 = p_x = -0,1\sqrt{3}kgm/s \\ \Delta p_y = p_{1y} - p_{oy} = p_{1y} - m\upsilon = -0,1\sqrt{3}kgm/s - 0,5 \cdot 0,4kgm/s = -0,37kgm/s \end{cases}$$




dmargaris@gmail.com