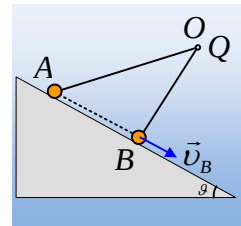


Μια κίνηση σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο.

Ένα μικρό φορτισμένο σφαιρίδιο, μάζας $m=2\text{g}$ και φορτίου $q=1\mu\text{C}$, αφήνεται στο σημείο A ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, απέχοντας απόσταση $(AO)=1\text{m}$, από ένα ακλόνητο σημειακό φορτίο Q. Μετά από λίγο το σφαιρίδιο, αφού μετατοπισθεί κατά $0,6\text{m}$ φτάνει σε σημείο B, όπου $(OB)=0,8\text{m}$, με ταχύτητα $v_B=2\text{m/s}$.

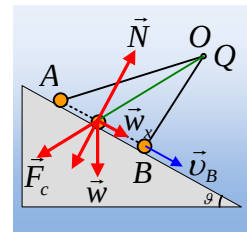


- Να υπολογιστεί το έργο που παράγει πάνω στο σφαιρίδιο, η δύναμη που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του φορτίου Q.
- Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού $\Delta V_{AB}=V_A-V_B$.
- Ποια η επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση B;
- Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση A.

Δίνεται η κλίση του επιπέδου $\theta=30^\circ$, $g=10\text{m/s}^2$ και $K=9\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

Απάντηση:

- Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, όπου F_c η δύναμη Coulomb από το φορτίο στο O, η οποία δεν γνωρίζουμε αν είναι ελκτική ή απωστική, οπότε την σχεδιάσαμε να είναι απωστική, χωρίς να επηρεάζει προς το παρόν τη μελέτη μας. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σφαιρίδιο από τη θέση A στη θέση B:



$$K_B - K_A = W_w + W_{Fc} + W_N \rightarrow$$

Αλλά $W_N=0$, δύναμη κάθετη στη μετατόπιση και $W_w=W_{wx}=mg\cdot\eta\mu\theta\cdot x$, οπότε:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mg\cdot\eta\mu\theta\cdot(AB) + W_{Fc} \rightarrow$$

$$W_{Fc} = \frac{1}{2}mv_B^2 - mg\cdot\eta\mu\theta\cdot(AB) = \frac{1}{2}2\cdot 10^{-3}\cdot 2^2\text{J} - 2\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot \frac{1}{2}\cdot 0,6\text{J} = -2\cdot 10^{-3}\text{J}.$$

- Το παραπάνω έργο δίνεται από την εξίσωση:

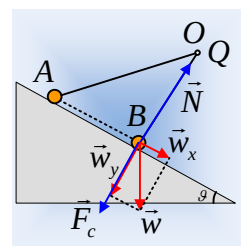
$$W_{AB} = q\cdot(V_A - V_B) \rightarrow V_A - V_B = \frac{W_{A\rightarrow B}}{q} = \frac{-2\cdot 10^{-3}}{1\cdot 10^{-6}}\text{V} = -2.000\text{V}$$

- Το τρίγωνο BAO είναι ορθογώνιο, αφού $(AB)^2 + (BO)^2 = 0,6^2 + 0,8^2 = 0,36 + 0,64 = 1 = (AO)^2$.

Αλλά τότε η δύναμη που ασκείται στο σφαιρίδιο από το φορτίο Q είναι κάθετη στο επίπεδο και παίρνοντας τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση B, τις παράλληλες στο επίπεδο έχουμε:

$$\Sigma F_x = m\cdot a \rightarrow mg\cdot\eta\mu\theta = ma \rightarrow a = g\cdot\eta\mu\theta = 10\cdot \frac{1}{2}\text{m/s}^2 = 5\text{m/s}^2.$$

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q, δίνεται από την εξίσωση:



$$\Delta V = V_A - V_B = K_c \frac{Q}{r_A} - K_c \frac{Q}{r_B} = K_c Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \rightarrow$$

$$Q = \frac{\Delta V}{K_c \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_A} \right)} = \frac{-2.000}{9 \cdot 10^9 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{0,8} \right)} C = \frac{8}{9} 10^{-6} C$$

Αλλά τότε το μέτρο της δύναμης Coulomb στη θέση A είναι:

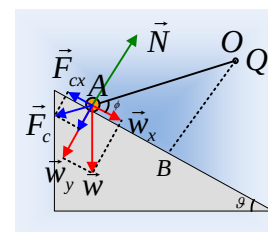
$$F_{cA} = K_c \frac{Qq}{r_A^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\frac{8}{9} 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{1^2} N = 8 \cdot 10^{-3} N$$

Σχεδιάζοντας τώρα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση A, όπως στο διπλανό σχήμα, έχουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_o \rightarrow w_x - F_{cx} = m \cdot a_o \rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta - F_{cA} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = m \cdot a_o$$

Όπου $\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{(OB)}{(OA)} = 0,8$, οπότε τελικά:

$$a_o = g \cdot \eta\mu\theta - \frac{F_{cA} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi}{m} = 10 \cdot \frac{1}{2} m/s^2 - \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{-3}} m/s^2 = 1,8 m/s^2.$$



dmargaris@gmail.com