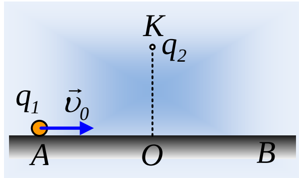
Μια κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό, κινείται ένα μικρό φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας m=4,8g που φέρει φορτίο q_1=1μC και σε μια στιγμή t=0 περνάει από το σημείο Α, απέχοντας κατά x_1=0,8m από το σημείο Ο του επιπέδου έχοντας ταχύτητα υ_0=3m/s . Στην κατακόρυφο που περνά από το Ο και σε ύψος h=0,6m από το επίπεδο, είναι ακλόνητο ένα δεύτερο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο q_2=2μC.

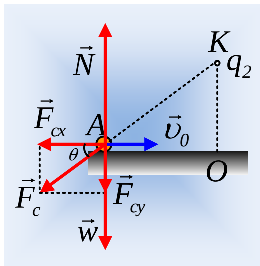
i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση Α.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που φτάνει στη θέση Β, αν (ΑΒ)=1,6m.

iii) Να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη ταχύτητα του σφαιριδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

Δίνεται $K_c=9\cdot10^9 N\cdot m^2/C^2$.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση Α, όπου F_c η απωστική δύναμη Coulomb από το φορτίο q_2. Για το μέτρο της έχουμε:

$$F_c = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Όπου r η απόσταση (ΑΚ). Αλλά από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΚ, έχουμε με τη βοήθεια του Π.Θ.

$$(AK)^2 = (AO)^2 + (OK)^2 \to r^2 = 0{,}8^2 m^2 + 0{,}6^2 m^2 = 1m^2 \to$$

$$F_c = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9\cdot 10^9 \frac{1\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{1} N = 18\cdot 10^{-3} N$$

Το σφαιρίδιο ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ οριζόντια ο 2ος νόμος του Νεύτωνα δίνει:

$$\Sigma F_x = ma_x \to a_x = a = \frac{F_{cx}}{m} = \frac{F_c\cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{m} = \frac{F_c}{m}\cdot\frac{(AO)}{(AK)} = \frac{18\cdot 10^{-3}}{4{,}8\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{0{,}8}{1} m/s^2 = 3m/s^2 .$$

Με φορά προς τα αριστερά, αντίθετη δηλαδή της ταχύτητας, πράγμα που σημαίνει ότι το σφαιρίδιο επιβραδύνεται.

ii) Κατά την κίνηση του σφαιριδίου μέσα στο ηλεκτροστατικό πεδίο του φορτίου q_2 η ενέργειά του παραμένει σταθερή, αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι η δύναμη του πεδίου, δύναμη συντηρητική:

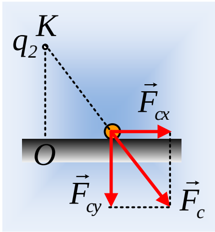
$$K_A + U_A = K_B + U_B \to$$

$$\frac{1}{2} m\upsilon_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_B}$$

Αλλά (ΑΟ)=(ΟΒ)=0,8m και η ΟΚ είναι μεσοκάθετος της ΑΒ, οπότε $r_A=r_B$ και η παραπάνω εξίσωση δίνει:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+K_c\frac{q_1q_2}{r_A}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+K_c\frac{q_1q_2}{r_A}\rightarrow\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2\rightarrow\upsilon_1=\upsilon_0=3m/s$$

iii) Παραπάνω βρήκαμε ότι το σφαιρίδιο επιβραδύνεται στη θέση Α εξαιτίας της συνιστώσας F_{cx}. Αυτό θα συμβαίνει μέχρι να φτάσει στο σημείο Ο, αφού μετά θα αρχίσει να επιταχύνεται, μιας και η F_{cx} θα έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας. Προσέξτε ότι στο Β, έχει ήδη αποκτήσει την ταχύτητα που είχε στο Α. Αλλά τότε στη θέση Ο, θα έχει την ελάχιστη ταχύτητά του. Από τη διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:



$$K_A+U_A=K_O+U_O\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+K_c\frac{q_1q_2}{r_A}=\frac{1}{2}m\upsilon_{min}^2+K_c\frac{q_1q_2}{r_O}$$

$$\upsilon_{min}=\sqrt{\upsilon_0^2+\frac{2K_cq_1q_2}{m}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_O}\right)}\rightarrow$$

$$\upsilon_{min}=\sqrt{3^2+\frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{4{,}8\cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{0{,}6}\right)}m/s=2m/s$$

Εξάλλου η επιταχυνόμενη κίνηση του σφαιριδίου θα ξεκινήσει μόλις αυτό περάσει το σημείο Ο και θα συνεχιστεί μέχρι το σφαιρίδιο να απομακρυνθεί σε μεγάλη απόσταση από το φορτίο q_2, να φτάσει δηλαδή στο άπειρο. Ξανά από την διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$K_A+U_A=K_\infty+U_\infty\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+K_c\frac{q_1q_2}{r_A}=\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2+0\rightarrow$$

$$\upsilon_{max}=\sqrt{\upsilon_0^2+\frac{2K_cq_1q_2}{mr_A}}\rightarrow$$

$$\upsilon_{max}=\sqrt{3^2+\frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{4{,}8\cdot 10^{-3}\cdot 1}}m/s=\sqrt{16{,}5}m/s\approx 4{,}1m/s$$

dmargaris@gmail.com