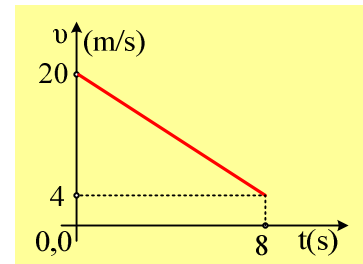


Ένα αυτοκίνητο φρενάρει

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και σε μια στιγμή $t_0=0$ περνά από την αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα ($x=0$) και στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα που φαίνεται στο διάγραμμα.
- Να υπολογισθεί η μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε χρονικό διάστημα $\Delta t=4,5s$ στη διάρκεια της επιβράδυνσής του.
- Να βρεθεί η θέση του αυτοκινήτου τη στιγμή $t_1=8s$, καθώς και η μέση ταχύτητά του από $0-t_1$.
- Ποια χρονική στιγμή t_2 το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_2=8m/s$ και ποια η θέση του αυτοκινήτου τη στιγμή αυτή;

Απάντηση:

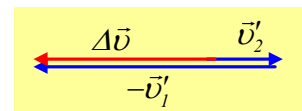
- Η κλίση σε ένα διάγραμμα $v-t$ εκφράζει την επιτάχυνση του αυτοκινήτου. Η κλίση στο παραπάνω διάγραμμα, η κλίση μιας ευθείας είναι σταθερή, συνεπώς η κίνηση πραγματοποιείται με σταθερή επιτάχυνση, οπότε έχουμε ταύτιση στιγμιαίας και μέσης επιτάχυνσης:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{(4 - 20)m/s}{(8 - 0)s} = \frac{-16}{8} m/s^2 = -2 m/s^2$$

- Παίρνουμε ξανά την εξίσωση ορισμού της επιτάχυνσης:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = \alpha \cdot \Delta t = -2 \frac{m}{s^2} \cdot 4,5s = -9m/s$$

Το αρνητικό πρόσημο της παραπάνω μεταβολής της ταχύτητας, σημαίνει ότι το διάνυσμά της έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα, η οποία έχει ληφθεί ως θετική. Αρκεί να σκεφτούμε ότι αν η ταχύτητα μεταβάλλεται από την τιμή $\vec{v}'_1$ στην τιμή $\vec{v}'_2$ τότε: $\Delta \vec{v} = \vec{v}'_2 - \vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 + (-\vec{v}'_1)$, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα.



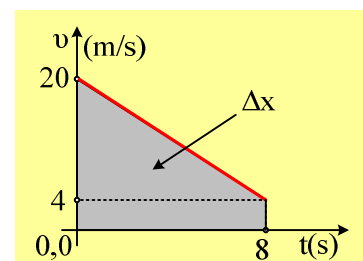
- Το εμβαδόν του τραπεζίου στο διάγραμμα, με γκρι χρώμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος:

$$\Delta x = \frac{B + \beta}{2} v = \frac{20 + 4}{2} 8m = 96m$$

$$\text{Αλλά } \Delta x = x_1 - x_0 \xrightarrow{x_0=0} x_1 = \Delta x = 96m$$

Ενώ για την μέση ταχύτητα από $0-t_1$ έχουμε:

$$v_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{96m}{8s} = 12m/s$$



- Για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση του αυτοκινήτου (σταθερή επιτάχυνση), ισχύουν οι

εξισώσεις:

$$v = v_0 + at \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Λύνοντας την εξίσωση (1) ως προς το χρόνο βρίσκουμε:

$$v_2 = v_0 + at_2 \rightarrow at_2 = v_2 - v_0 \rightarrow t_2 = \frac{v_2 - v_0}{a} = \frac{8 - 20}{-2} s = 6 s$$

Οπότε με αντικατάσταση στην εξίσωση (2):

$$x_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} at_2^2 = 20 \cdot 6 m + \frac{1}{2} (-2) \cdot 6^2 m = 84 m$$

Σχόλια:

- 1) Το φυσικό μέγεθος που ονομάζουμε ως «επιτάχυνση» παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Οι τιμές αυτές δεν είναι το μέτρο αλλά η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης. Φυσικό μέγεθος «επιβράδυνση» δεν υπάρχει. Και οι εξισώσεις (1) και (2) είναι αλγεβρικές εξισώσεις όπου συνδέουν αλγεβρικές τιμές των μεγεθών. Με βάση αυτό η κίνηση ονομάστηκε «ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη» και όχι επιβραδυνόμενη.
- 2) Ας προσέξουμε την απάντηση στο ii) ερώτημα. Μεταβολή της ταχύτητας κατά $\Delta v = -9 \text{ m/s}$ δεν σημαίνει μείωση του μέτρου της ταχύτητας, σημαίνει διάνυσμα προς την αρνητική κατεύθυνση.
- 3) Ας δούμε τα παραπάνω σχόλια με προέκταση της ευθείας στο διάγραμμα, που μας δόθηκε, ώστε η ταχύτητα να πάρει και αρνητικές τιμές, όπως στο σχήμα. Η επιτάχυνση είναι αρνητική (και σταθερή). Μέχρι τη στιγμή 10s η κίνηση μπορεί να ονομαστεί και «επιβραδυνόμενη» με την έννοια ότι το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται. Μετά όμως ενώ η ταχύτητα είναι προς τα αριστερά και η επιτάχυνση είναι προς τα αριστερά και το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Συνεπώς η κίνηση είναι «επιταχυνόμενη». Αλλά αν θέλουμε να ονομάσουμε την συνολική κίνηση, αυτή είναι ομαλά μεταβαλλόμενη. Θα μπορούσαμε να την ονομάσουμε (και θα έπρεπε ...) «ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη», αλλά έχουμε **καταστρέψει** την ονομασία αυτή, βάζοντας στην συζήτηση τον όρο «επιβραδυνόμενη κίνηση».
- 4) Και αν στο παραπάνω διάγραμμα θέλουμε τη μεταβολή της ταχύτητας από 0-21s, θα βρούμε:

$$\Delta v' = a \cdot \Delta t' = -2 \frac{m}{s^2} \cdot 21 s = -42 m / s$$

Σε συμφωνία με την απάντηση στο ii) ερώτημα. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας δεν έχει μειωθεί αφού τελικά το σώμα έχει ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου. Συνεπώς το αρνητικό πρόσημο στην μεταβολή της ταχύτητας, δεν πρέπει να συνδέεται με το μέτρο της ταχύτητας. Αν θέλουμε να μιλήσουμε για μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας, ας το πούμε...

