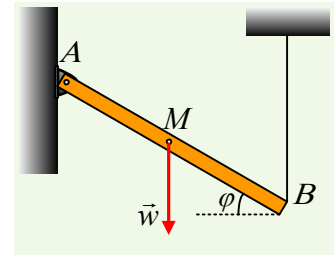


Όταν φορτώνουμε μια σανίδα

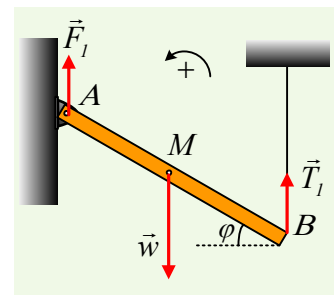
Μια λεπτή ομογενής σανίδα AB, ισορροπεί όπως στο σχήμα, αρθρωμένη στο άκρο της A, ενώ το άκρο της B είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος. Η σανίδα έχει βάρος $w=100\text{N}$ και σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.



- Να υπολογισθεί η τάση του νήματος και η δύναμη που δέχεται η σανίδα από την άρθρωση.
- Τοποθετούμε πάνω στη σανίδα, πολύ κοντά στο άκρο της A, ένα σώμα Σ, βάρους $w_1=50\text{N}$, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων και βλέπουμε να ισορροπεί. Να υπολογισθεί η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη σανίδα.
- Αν μεταξύ σώματος Σ και σανίδας δεν αναπτύσσονται τριβές, να υπολογιστούν η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη σανίδα, μόλις το σώμα Α αφηθεί να κινηθεί στο μέσον M της σανίδας.

Απάντηση:

- Από την ισορροπία της σανίδας προκύπτει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδενική. Αλλά αφού το βάρος και τάση του νήματος είναι κατακόρυφες, κατακόρυφη θα είναι και η δύναμη F_1 που ασκείται στη σανίδα από την άρθρωση, όπως στο σχήμα. Παίρνοντας τώρα τις ροπές, ως προς το άκρο A, αν l το μήκος της σανίδας και θεωρώντας τις αριστερόστροφες ροπές ως θετικές, θα έχουμε:

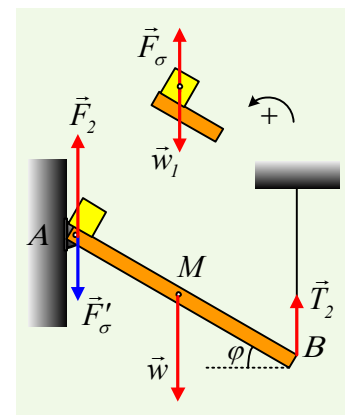


$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow T_1 \cdot l \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow T_1 = \frac{l}{2} w = 50\text{N}$$

Αλλά τότε από την συνθήκη ισορροπίας, για τις δυνάμεις, παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow T_1 + F_1 - w = 0 \rightarrow F_1 = w - T_1 = 100\text{N} - 50\text{N} = 50\text{N}$$

- Στο πάνω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ κατά την ισορροπία του, όπου $\Sigma \vec{F}_\sigma = 0 \rightarrow F_\sigma = w_1 = 60\text{N}$. Αλλά τότε ερχόμενοι στη σανίδα, στο κάτω σχήμα, εκτός των προηγούμενων δυνάμεων w , T_2 και F_2 από την άρθρωση, ασκείται και η αντίδραση της F_σ ή F'_σ . Δουλεύοντας όπως και παραπάνω παίρνουμε:



$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow F_2 \cdot 0 + F'_2 \cdot 0 + T_2 \cdot l \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow$$

$$T_2 = \frac{l}{2} w = 50\text{N}$$

Η τάση του νήματος δεν αλλάξει... ενώ από την ισορροπία των δυνάμεων:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} = 0 &\rightarrow F_2 - F'_\sigma + T_2 - w = 0 \rightarrow \\ F_2 &= w + F'_\sigma - T_2 = 100\text{ N} + 50\text{ N} - 50\text{ N} = 100\text{ N}\end{aligned}$$

Προφανώς αφού οι δυνάμεις w , T_2 και F'_σ είναι κατακόρυφες, τότε και η δύναμη από την άρθρωση θα είναι επίσης κατακόρυφη για να ισχύει $\Sigma \vec{F} = 0$.

- iii) Μόλις αφεθεί το σώμα Σ πάνω στη σανίδα θα δεχτεί τις δυνάμεις, όπως στο σχήμα και θα επιταχυνθεί προς τα κάτω, κατά μήκος της σανίδας. Αλλά σε διεύθυνση κάθετη στη σανίδα, το σώμα A ισορροπεί, συνεπώς:

$$\Sigma F_{\sigma,y} = 0 \rightarrow N - w_{ly} = 0 \rightarrow N = w_l \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 50 \cdot 0,8\text{ N} = 40\text{ N}$$

Ερχόμαστε τώρα στις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου το Σ ασκεί στη σανίδα την αντίδραση N' της N , που υπολογίσαμε παραπάνω, την οποία αναλύουμε σε δύο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, όπου:

$$N'_x = N \cdot \eta\mu\varphi = 40 \cdot 0,6\text{ N} = 24\text{ N} \text{ και}$$

$$N'_y = N \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 40 \cdot 0,8\text{ N} = 32\text{ N}$$

Από την ισορροπία της σανίδας, έχουμε:

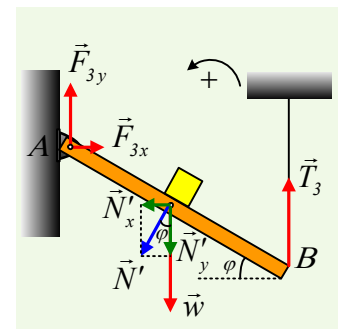
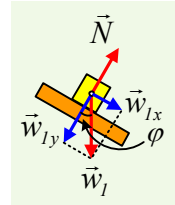
$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow T_3 \cdot l \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - N' \cdot \frac{l}{2} = 0 \rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{2}w + \frac{1}{2\sigma\upsilon\nu\varphi} N' = 50\text{ N} + \frac{1}{2 \cdot 0,8} \cdot 40\text{ N} = 75\text{ N}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{3x} = N'_x = 24\text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{3y} + T_3 - w - N'_y = 0 \rightarrow F_{3y} = w + N'_y - T_3 \rightarrow$$

$$F_{3y} = 100\text{ N} + 32\text{ N} - 75\text{ N} = 57\text{ N}$$



dmargaris@gmail.com