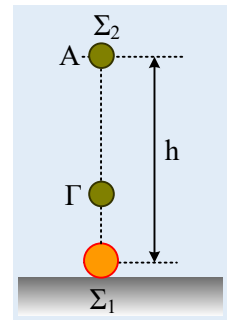


Η πτώση μιας φορτισμένης σφαίρας

Σε μονωτική οριζόντια επιφάνεια ηρεμεί μια φορτισμένη σφαίρα Σ_1 με φορτίο $Q=(10/9)\mu\text{C}$. Από ένα σημείο A, σε ύψος $h=0,5\text{m}$ πάνω από την σφαίρα, αφήνεται ένα σφαιρίδιο Σ_2 , μάζας $m=40\text{g}$ με φορτίο $q=1\mu\text{C}$, να πέσει. Αν η κίνηση πραγματοποιείται απουσία αέρα και $g=10\text{m/s}^2$, να υπολογισθούν:



- i) Η αρχική επιτάχυνση του σφαιριδίου.
- ii) Το έργο της δύναμης Coulomb μέχρι το σφαιρίδιο να μετατοπισθεί κατά $x=0,4\text{m}$, φτάνοντας στη θέση Γ.
- iii) Η ταχύτητα του σφαιριδίου στη θέση Γ.
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου στη θέση Γ.

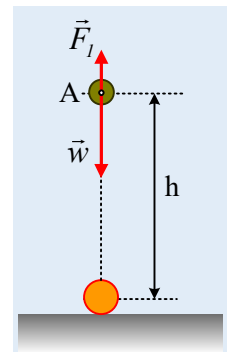
Απάντηση:

- i) Έστω F_l η δύναμη Coulomb που ασκείται στο σφαιρίδιο από την σφαίρα Σ_1 , στην αρχική θέση A, δύναμη απωστική αφού και τα δύο φορτία είναι θετικά. Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε την επιτάχυνση του σφαιριδίου, με φορά προς τα κάτω:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow w - F_l = ma \quad (1)$$

Αλλά για το μέτρο της δύναμης Coulomb έχουμε:

$$F_l = k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{Qq}{h^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{0,5^2} \text{ N} = 0,04 \text{ N} \xrightarrow{(1)} \\ a_0 = \frac{mg - F_l}{m} = g - \frac{F_l}{m} = 10 \text{ m/s}^2 - \frac{0,04}{0,04} \text{ m/s}^2 = 9 \text{ m/s}^2$$



- ii) Το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου του φορτίου Q, που παράγεται πάνω στο σφαιρίδιο κατά την μετακίνησή του από τη θέση A στη θέση Γ, όπου $r_l=h-x=0,1\text{m}$, είναι:

$$W_{A \rightarrow \Gamma} = q(V_A - V_\Gamma) = q \left(k \frac{Q}{r_A} - k \frac{Q}{r_\Gamma} \right) = kQq \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_\Gamma} \right) \rightarrow \\ W_{A \rightarrow \Gamma} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10}{9} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6} \left(\frac{1}{0,5} - \frac{1}{0,1} \right) \text{ J} = -0,08 \text{ J}$$

- iii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σφαιρίδιο από το A στο Γ:

$$K_\Gamma - K_A = W_w + W_{A \rightarrow \Gamma} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgx + W_{A \rightarrow \Gamma} \rightarrow \\ v = \sqrt{2gx + \frac{2W_{A \rightarrow \Gamma}}{m}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,4 + \frac{2 \cdot (-0,08)}{0,04}} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

iv) Στη θέση Γ το σφαιρίδιο δέχεται δύναμη Coulomb μέτρου F_2 :

$$F_2 = k \frac{Qq}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{0,1^2} \text{ N} = 1 \text{ N}$$

Αλλά τότε, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση θετική (την κατεύθυνση της ταχύτητας του σφαιριδίου), θα έχουμε:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \rightarrow \frac{dp}{dt} = w - F_2 = mg - F_2 = (0,04 \cdot 10 - 1) \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = -0,6 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}.$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της ορμής έχει φορά προς τα πάνω.

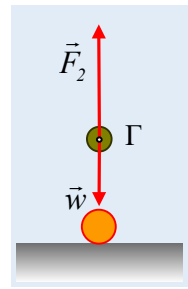
Ενώ για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε (με την βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε.):

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy \cdot \cos \alpha}{dt} = (w - F_2) v = -0,6 \cdot 2 \frac{\text{J}}{\text{s}} = -1,2 \frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

Όπου εδώ το αρνητικό πρόσημο του ρυθμού δηλώνει ότι η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου, μειώνεται.

Και ένα πρόσθετο **ερώτημα**:

Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δύο φορτίων στη θέση Γ;



dmargaris@gmail.com