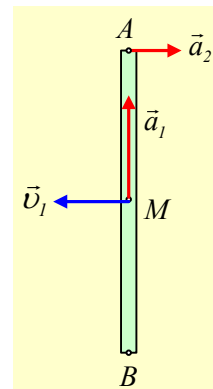


Η ράβδος, οι επιταχύνσεις και οι ταχύτητες

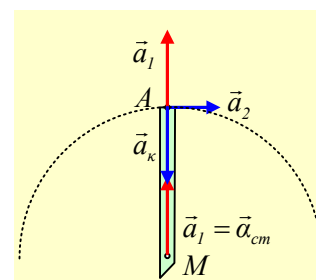
Μια ομογενής ράβδος AB μήκους $l=1\text{m}$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και μια στιγμή t_1 , βρίσκεται στη θέση του σχήματος (σε κάτοψη), όπου το κέντρο μάζας M και το άκρο A, έχουν επιταχύνσεις, όπως στο σχήμα με μέτρα $a_1=2\text{m/s}^2$ και $a_2=1\text{m/s}^2$, όπου η a_1 κατευθύνεται προς το άκρο A, ενώ η a_2 είναι κάθετη στη ράβδο.



- Να εξηγήσετε γιατί η κίνηση της ράβδου δεν μπορεί να είναι μεταφορική.
- Θεωρώντας την κίνηση της ράβδου ως σύνθετη, να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα και την γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή t_1 .
- Αν την ίδια στιγμή το σημείο M έχει ταχύτητα, κάθετη στην AB, μέτρου $v_1=2\text{m/s}$, όπως στο σχήμα, να υπολογίσετε την ταχύτητα του άκρου B της ράβδου.

Απάντηση:

- Αν η κίνηση της ράβδου ήταν μεταφορική, τότε όλα τα σημεία της, κάθε στιγμή, έχουν την ίδια ταχύτητα και την ίδια επιτάχυνση. Εδώ βλέπουμε το κέντρο μάζας M και το άκρο A της ράβδου να έχουν διαφορετικές επιταχύνσεις, συνεπώς η κίνηση δεν είναι μεταφορική.
- Θεωρούμε την κίνηση της ράβδου σύνθετη. Μια μεταφορική με ταχύτητα ίση με v_{cm} , αλλά και επιτάχυνση ίση με $a_{cm}=a_1$ και μια στροφική, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας M (και μέσον της AB, αφού η ράβδος είναι ομογενής). Αλλά τότε το άκρο A της ράβδου, έχει τις επιταχύνσεις που σημειώνονται στο διπλανό σχήμα, όπου η a_1 είναι η επιτάχυνση λόγω μεταφορικής κίνησης, ενώ λόγω της κυκλικής κίνησης του A με κέντρο το M, έχει μια κεντρομόλο επιτάχυνση a_k και μια εφαπτομενική επιτάχυνση, υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της γραμμικής του ταχύτητας, την επιτάχυνση a_2 . Αλλά με βάση τα δεδομένα η επιτάχυνση του A είναι μόνο κάθετη στην AB, συνεπώς θα έχουμε:



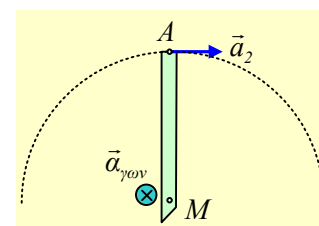
$$\vec{a}_1 + \vec{a}_k = 0 \rightarrow \alpha_l = \omega^2 R \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_l}{R}} = \sqrt{\frac{2\alpha_l}{l}} \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}} \text{rad/s} = 2 \text{rad/s}$$

Για τα μέτρα γωνιακής και γραμμικής ταχύτητας του σημείου A, λόγω της κυκλικής του κίνησης με κέντρο M και ακτίνα $\frac{1}{2}l$, ισχύει:

$$v_\gamma = \omega R \rightarrow \frac{dv_\gamma}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R \rightarrow \alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \rightarrow a_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{l}{2} \rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2a_2}{l} = \frac{2 \cdot 1}{1} \text{rad/s}^2 = 2 \text{rad/s}^2.$$



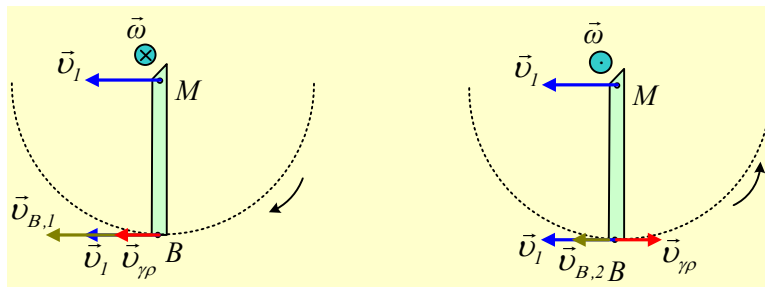
Με κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα, στο μέσον M

της σανίδας.

Στην ίδια διεύθυνση βρίσκεται και το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας, χωρίς να γνωρίζουμε αν έχει φορά προς τον αναγνώστη ή προς τα μέσα, ίδια με την γωνιακή επιτάχυνση.

Παραπάνω υπολογίσαμε γωνιακή ταχύτητα και γωνιακή επιτάχυνση για το άκρο A, αλλά αυτά τα μεγέθη είναι τα ίδια για κάθε σημείο του στερεού που στρέφεται, είναι δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

- iii) Εφαρμόζοντας και για τις ταχύτητες την ίδια λογική που παραπάνω εφαρμόσαμε για τις επιταχύνσεις, διακρίνουμε δύο περιπτώσεις, ανάλογα με την φορά περιστροφής τη ράβδου.



- α) Η ράβδος στρέφεται δεξιόστροφα, όπως στο πρώτο από τα παραπάνω σχήματα. Τότε το άκρο B έχει λόγω μεταφορικής κίνησης την ταχύτητα του κέντρου μάζας και λόγω της στροφικής κίνησης την γραμμική ταχύτητα $v_{\gamma p}$ ίδιας κατεύθυνσης. Αλλά τότε η ταχύτητα του άκρου B, έχει την ίδια κατεύθυνση με την v_l και μέτρο:

$$v_{B,1} = v_l + \omega R = v_l + \omega \cdot \frac{l}{2} = 2 \text{ m/s} + 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

- β) Η ράβδος στρέφεται αριστερόστροφα όπως στο δεξιό σχήμα παραπάνω. Τώρα, με βάση και το σχήμα, το άκρο B της ράβδου, θα έχει ταχύτητα της ίδιας κατεύθυνσης με πριν, αλλά με μέτρο

$$v_{B,2} = v_l - \omega R = v_l - \omega \cdot \frac{l}{2} = 2 \text{ m/s} - 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

dmargaris@gmail.com