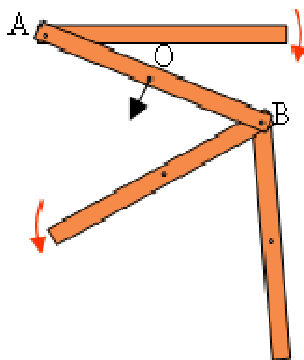


Και αν σπάσει ο άξονας;

Ένα πρόβλημα που έχει κατά την γνώμη μου ιδιαίτερη δυσκολία, αλλά προσφέρει και την ευχαρίστηση σε όποιον αρέσκεται σε προχωρημένα θέματα Φυσικής. Ξεφεύγει κατά την γνώμη μου από τα πλαίσια του Λυκείου, αλλά αξίζει τον κόπο να ασχοληθεί κάποιος μαζί του....



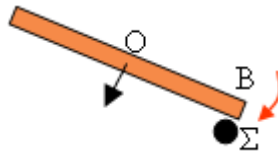
Μια ομογενής ράβδος AB μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άκρο της A. Φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε να κινηθεί, οπότε τη στιγμή που έχει στραφεί κατά γωνία θ , το μέσον O της ράβδου έχει ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$. Τη στιγμή αυτή ο άξονας περιστροφής σπάει και αμέσως μετά η ράβδος αρχίζει να στρέφεται γύρω από δεύτερο σταθερό οριζόντιο άξονα, κάθετο στη ράβδο, ο οποίος περνά από το άκρο της B. Με ποια ταχύτητα v_2 αρχίζει το μέσον O της ράβδου να στρέφεται γύρω από τον άξονα που περνά από το άκρο B;

Μπορείτε να δείτε την εξέλιξη της κίνησης σε αρχείο [Interactive Physics](#)

Απάντηση:

Το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί σαν μια κρούση της ράβδου στο άκρο της A με ένα ακίνητο σώμα Σ , το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Τη στιγμή που σπάει ο άξονας στο άκρο A η κίνηση της ράβδου μπορεί να θεωρηθεί σαν κίνηση ενός ελεύθερου σώματος, το οποίο εκτελεί σύνθετη κίνηση, μεταφορική με

ταχύτητα u_0 και στροφική γύρω από νοητό άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της O και είναι κάθετος στη ράβδο. Τη στιγμή αυτή το κέντρο μάζας της ράβδου έχει μεταφορική ταχύτητα $u_{cm}=u_0=4\text{m/s}$, ενώ έχει και γωνιακή ταχύτητα για την οποία ισχύει $u_0=\omega_0 \cdot l/2$.



Από την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση έχουμε:

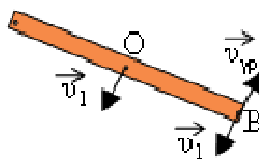
$$mu_0 = mu_1 + Mu_2 \quad (1)$$

όπου u_1 η μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας, M η μάζα του σώματος Σ που συγκρούεται και u_2 η ταχύτητά του.

Παίρνοντας τώρα την αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων, ως προς (κατά τον) άξονα που περνά από το O έχουμε:

$$I\omega_0 = -I\omega_1 + Mu_2 \cdot l/2. \quad (2)$$

Παίρνουμε ότι η ταχύτητα του άκρου B μετά την κρούση είναι μηδέν, αφού εκεί περνά ο σταθερός άξονας ως προς τον οποίο θα αρχίσει η νέα περιστροφή της ράβδου. Αυτό όμως σημαίνει ότι η γραμμική ταχύτητα του άκρου B πρέπει να είναι αντίθετη της μεταφορικής ταχύτητας του κέντρου μάζας u_1 , όπως στο σχήμα.



Αλλά $u_{B\alpha} = \omega_1 \cdot l/2$ όπου η γωνιακή ταχύτητα θα έχει αντίθετη φορά από την αρχική, οπότε $2u_1 = \omega_1 \cdot l$.

Λύνοντας ως προς Mu_2 την (1) και αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε:

$$1/12 ml^2 \cdot \omega_0 = -1/12 ml^2 \omega_1 + mu_0 \cdot l/2 - mu_1 \cdot l/2 \quad \text{ή}$$

$$l \cdot \omega_0 = -l \cdot \omega_1 + 6u_0 - 6u_1 \quad \text{ή}$$

$$2u_0 = -2u_1 + 6u_0 - 6u_1 \quad \text{ή}$$

$$8u_1 = 4u_0 \text{ ή}$$

$$u_1 = u_0/2 = 2\text{m/s}$$

Παρακολουθείστε την κίνηση με τιμές ταχυτήτων πριν και μετά την αλλαγή του άξονα ΕΔΩ.

dmargaris@sch.gr