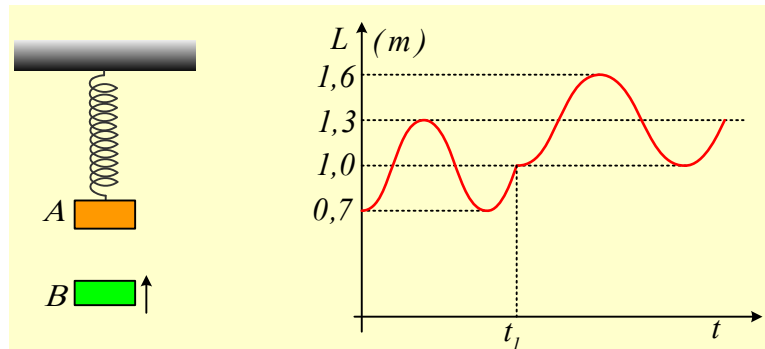


Με πληροφορίες από ένα διάγραμμα

Ένα σώμα Α ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου, το πάνω άκρο του οποίου έχει δεθεί σε ταβάνι. Εκτρέπουμε το σώμα Α κατακόρυφα και το αφήνουμε να εκτελέσει μια ΑΑΤ. Σε μια στιγμή το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα Β, το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το μήκος του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο.



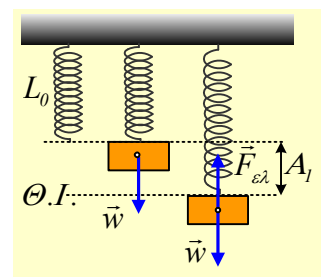
Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

- Η αρχική εκτροπή του σώματος Α ήταν προς τα πάνω ή προς τα κάτω;
- Ποιο είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου με δεδομένο ότι η αρχική επιτάχυνση του σώματος Α, μόλις αφεθεί να κινηθεί, έχει μέτρο $a=g$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας;
- Ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Α, πριν την κρούση;
- Προς τα πού κινείται το σώμα Α τη στιγμή της κρούσης, προς τα πάνω ή προς τα κάτω;
- Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πλαστική ή όχι;
- Αν το σώμα Α έχει μάζα $m_1=0,6\text{kg}$, να υπολογιστούν:
 - Η σταθερά k του ελατηρίου
 - Η μάζα του Β σώματος.
 - Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, ελάχιστα πριν την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ τα δυο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων.

Απάντηση:

- Τη στιγμή $t=0$ που αφήνουμε το σώμα Α να ταλαντωθεί, το ελατήριο έχει το ελάχιστο μήκος του $0,7\text{m}$, το οποίο στη συνέχεια αυξάνεται. Αυτό σημαίνει ότι η εκτροπή έγινε προς τα πάνω και το σώμα θα κινηθεί προς τα κάτω, αυξάνοντας το μήκος του ελατηρίου.
- Αν τώρα αρχικά η επιτάχυνση του σώματος έχει μέτρο ίσο με g , αυτό σημαίνει ότι στην αρχική θέση, η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος, συνεπώς το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του, άρα $L_0=0,7\text{m}$.



- Με βάση το διάγραμμα, το μήκος του ελατηρίου μεταβάλλεται από $0,7\text{m}$ σε $1,3\text{m}$, γύρω από την τιμή

1,0m. Αυτό σημαίνει ότι το μήκος του ελατηρίου $L=1,0\text{m}$ αντιστοιχεί στη θέση ισορροπίας του σώματος και το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με $A_1=0,3\text{m}$.

- iv) Η κρούση πραγματοποιείται τη στιγμή t_1 , όπου το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας του και με το μήκος του ελατηρίου να αυξάνεται. Πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα κινείται προς τα κάτω επιμηκύνοντας το ελατήριο.
- v) Βλέποντας το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι μετά την κρούση, έχουμε δύο αλλαγές στην ταλάντωση:
- α) Αλλάζει η θέση ισορροπίας, όπου στη νέα θέση το μήκος του ελατηρίου είναι 1,3m και ταυτόχρονα
 - β) η περίοδος ταλάντωσης αυξάνεται.

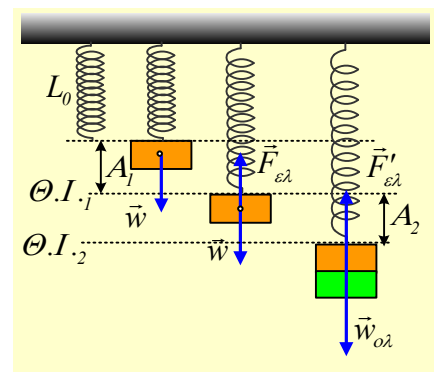
Και οι δύο αυτές παρατηρήσεις ερμηνεύονται στη λογική αύξησης της μάζας που ταλαντώνεται, η οποία προκύπτει λόγω πλαστικής κρούσης και της δημιουργίας συσσωματώματος, αφού τότε $m=m_1+m_2$.

- vi) Η ταλάντωση μετά την κρούση πραγματοποιείται γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας, όπου το ελατήριο έχει μήκος 1,3m και με πλάτος $A_2=1,6\text{m}-1,3\text{m}=0,3\text{m}=A_1$, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα.

α) Για την αρχική θέση ισορροπίας ($\Theta.I._1$) ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \rightarrow k \Delta L = m_1 \cdot g \rightarrow k A_1 = m_1 \cdot g \rightarrow$$

$$k = \frac{m_1 \cdot g}{A_1} = \frac{0,6 \cdot 10}{0,3} \text{ N/m} = 20 \text{ N/m}$$



β) Για την νέα θέση ισορροπίας ($\Theta.I._2$) μετά την κρούση, με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - w_{ολ} = 0 \rightarrow k(A_1 + A_2) = (m_1 + m_2)g \rightarrow k A_2 = m_2 \cdot g \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{k A_2}{g} = \frac{20 \cdot 0,3}{10} \text{ kg} = 0,6 \text{ kg}$$

Τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες και προκαλούν ίσες παραμορφώσεις στο ελατήριο...

- γ) Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε θέση πλάτους της νέας ταλάντωσης, συνεπώς έχει μηδενική ταχύτητα. Αλλά τότε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση, παίρνουμε:

$$\vec{p}_\pi = \vec{p}_\mu \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \xrightarrow{m_1=m_2} v_1 + v_2 = 0$$

Αλλά θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική, το σώμα Α ελάχιστα πριν την κρούση κινείται προς τα κάτω έχοντας ταχύτητα:

$$v_1 = -\omega_1 A_1 = -\sqrt{\frac{k}{m_1}} A_1 = -\sqrt{\frac{20}{0,6}} \cdot 0,3 \text{ m/s} = -\sqrt{\frac{200}{6}} \cdot 0,3 \text{ m/s} = -\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Συνεπώς το σώμα Β έχει ταχύτητα $v_2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$.