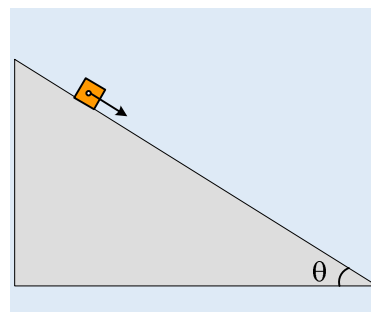


Μια απλή ή μια σύνθετη κίνηση

Μια «απλή» κίνηση είναι η πτώση κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, όπως αυτή του σχήματος.

Ο Θωμάς, «πνεύμα αντιλογίας», μαθητής της Β' Λυκείου μόλις διδάχτηκε την αρχή της επαλληλίας, ενθουσιάστηκε και σκέφτεται με την λογική της σύνθετης κίνησης. Έτσι αντιμετωπίζει την παραπάνω κίνηση ως σύνθετη. Έχει το δικαίωμα ή κάνει λάθος;

Ας δούμε λοιπόν τη λύση ενός ανάλογου προβλήματος.



Το πρόβλημα

Ένα μικρό σώμα, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων αφήνεται τη στιγμή t_0 να κινηθεί από το σημείο Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Να βρεθεί η θέση του σώματος και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_1=3s$. Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση 1' :

Ο Θωμάς την περασμένη χρονιά, τελειώνοντας την Α' Λυκείου, έδωσε την ακόλουθη λύση:

Παίρνουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x,y , όπως στο σχήμα και σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες, οπότε από τους νόμους του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (I)$$

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta = ma \rightarrow a = g \cdot \eta\mu\theta = 10 \cdot 0,6 m/s^2 = 6 m/s^2$$

Συνεπώς έχουμε μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = at \quad \text{και} \quad x = \frac{1}{2}at^2$$

Με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις υπολογίζουμε την ταχύτητα τη στιγμή t_1 :

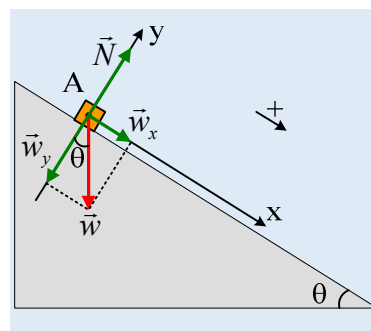
$$v_1 = at_1 = 6 \cdot 3 m/s = 18 m/s$$

Ενώ έχει μετατοπισθεί κατά:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}6 \cdot 3^2 m = 27 m$$

Απάντηση 2' :

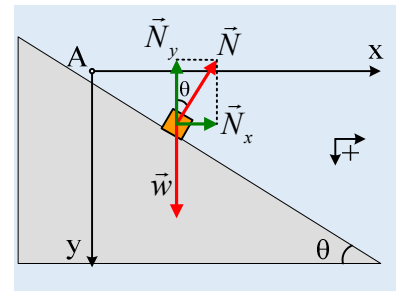
Ο Θωμάς φέτος, μετά την διδασκαλία της οριζόντιας βολής, δοκιμάζει μια λύση η οποία στηρίζεται στη λογική της ανεξαρτησίας των κινήσεων θεωρώντας ότι το σώμα εκτελεί δύο ανεξάρτητες κινήσεις μια σε οριζόντια



και μια σε κατακόρυφη διεύθυνση. Συνεπώς παίρνει ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x και y και σχεδιάζει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, παίρνοντας το διπλανό σχήμα. Για την κάθετη αντίδραση του επιπέδου από την προηγούμενη σχέση (I) έχουμε $N=mg \cdot \sin\theta$, οπότε τώρα:

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow N \cdot \eta\mu\theta = ma_x \rightarrow a_x = g \cdot \eta\mu\theta \sin\theta.$$

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow mg - N \cdot \sin\theta = ma_y \rightarrow a_y = g - g \sin^2\theta = g \cdot \eta\mu^2\theta$$

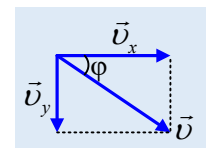


Αλλά τότε και οι δυο παραπάνω κινήσεις είναι ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες για τις οποίες ισχύουν οι εξισώσεις:

Άξονας x	Άξονας y
$v_x = a_x t = g \cdot \eta\mu\theta \sin\theta \cdot t \quad (1)$	$v_y = a_y t = g \cdot \eta\mu^2\theta \cdot t \quad (3)$
$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} g \cdot \eta\mu\theta \sin\theta \cdot t^2 \quad (2)$	$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} g \cdot \eta\mu^2\theta \cdot t^2 \quad (4)$

Αλλά τότε για την ταχύτητα του σώματος, κάθε στιγμή, θα έχουμε:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{g^2 \cdot \eta\mu^2\theta \sin^2\theta \cdot t^2 + g^2 \cdot \eta\mu^4\theta \cdot t^2} = g\eta\mu\theta \cdot t \sqrt{\sin^2\theta + \eta\mu^2\theta} = g\eta\mu\theta \cdot t \quad (5)$$



Ενώ για την διεύθυνσή της, με βάση το σχήμα, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{g \cdot \eta\mu^2\theta \cdot t}{g \cdot \eta\mu\theta \sin\theta \cdot t} = \frac{\eta\mu\theta}{\sin\theta} = \varepsilon\varphi\theta \rightarrow \varphi = \theta$$

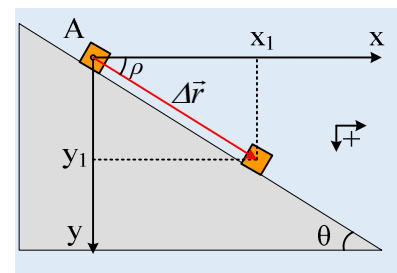
Τι βρίσκουμε; Δεν έγινε αριθμητική αντικατάσταση παραπάνω, για να φανεί ότι κάθε στιγμή η ταχύτητα σχηματίζει σταθερή γωνία $\varphi=\theta$ με το οριζόντιο επίπεδο, πράγμα που σημαίνει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου (πράγμα φυσικά αναμενόμενο...), ενώ για το μέτρο της ταχύτητας:

$$v_1 = g\eta\mu\theta \cdot t_1 = 10 \cdot 0,6 \cdot 3 \text{ m/s} = 18 \text{ m/s}$$

Όσον αφορά τις συντεταγμένες (x_1, y_1) τη στιγμή t_1 , έχουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} g \cdot \eta\mu\theta \sin\theta \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,6 \cdot 0,8 \cdot 3^2 \text{ m} = 21,6 \text{ m}$$

$$y_1 = \frac{1}{2} g \cdot \eta\mu^2\theta \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,6^2 \cdot 3^2 \text{ m} = 16,2 \text{ m}$$



Αλλά τότε το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta\vec{r}$, όπου:

$$\Delta r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{21,6^2 + 16,2^2} \text{ m} = 27 \text{ m}$$

Ενώ το διάνυσμα της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία ρ , όπου:

$$\eta\mu\rho = \frac{y_1}{\Delta r} = \frac{16,2}{27} = 0,6 = \eta\mu\theta \rightarrow \hat{\rho} = \hat{\theta}$$

Κάτι προφανώς αναμενόμενο, αφού το σώμα κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Μετά τα αποτελέσματα αυτά, ο Θωμάς πείστηκε ότι η αρχή της επαλληλίας μπορεί να εφαρμοστεί, θεωρώντας την κίνηση ως σύνθετη.

Συμπέρασμα:

Από την παραπάνω επεξεργασία γίνεται φανερό ότι και οι δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες οδηγούν στα ίδια αποτελέσματα. Δεν υπάρχει κάτι σωστό και κάτι λάθος.

Η κίνηση είναι αυτή που είναι.

Ενώ οι δικές μας θεωρήσεις αλλάζουν.

Τι κίνηση είναι αυτή; Απλή ή σύνθετη; Η απάντηση είναι υποκειμενική. Μπορούμε να την «δούμε» ως απλή, αλλά μπορούμε να την «δούμε» και ως σύνθετη. Το θέμα είναι «τι βλέπουμε» και ποιος δρόμος είναι πιο εύκολος. Και παραπάνω δεν υπάρχει ζήτημα. Η απλή ευθύγραμμη κίνηση είναι ο δρόμος που ακολουθούμε πάντα, ο 2^{ος} τρόπος σε καμιά περίπτωση δεν ενδείκνυται!

Όμως και την οριζόντια βολή θα μπορούσαμε να «δούμε» ως μια απλή κίνηση, απλά θα χρειαζόμαστε λίγο πιο δύσκολα μαθηματικά για την μελέτη μας και γι' αυτό μας βολεύει η αντιμετώπισή της σαν σύνθετη κίνηση από δυο άλλες κινήσεις. Δεν έχουμε δύο κινήσεις! Μία κίνηση έχουμε που εμείς την θεωρούμε σύνθετη.

Ας κρατήσουμε τις παραπάνω απόψεις για αντιμετώπιση και άλλων κινήσεων, κυρίως κινήσεων του στερεού σώματος, που θα συναντήσουμε στην Γ' Λυκείου.

dmargaris@gmail.com