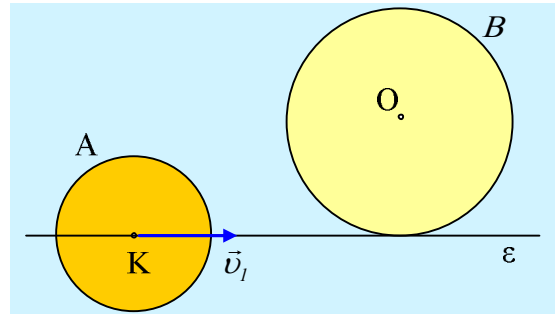


Μια πλάγια ελαστική κρούση δύο σφαιρών

Μια σφαίρα Α ακτίνας 2cm, κινείται στο χώρο, εκτός πεδίου βαρύτητας, με το κέντρο της Κ να έχει σταθερή ταχύτητα v_1 κατά μήκος μιας ευθείας (ϵ), χωρίς να περιστρέφεται. Μια δεύτερη σφαίρα Β, κέντρου Ο και ακτίνας 3cm, είναι ακίνητη. Σχεδιάζοντας ένα σχήμα, στο επίπεδο της σελίδας (το οποίο ταυτίζεται με το επίπεδο που ορίζει η διάκεντρος ΚΟ και η ταχύτητα v_1), η ευθεία (ϵ) εφάπτεται στη σφαίρα Β. Αν η κρούση που θα ακολουθήσει είναι ελαστική, ενώ οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες και οι επιφάνειές τους είναι λείες:



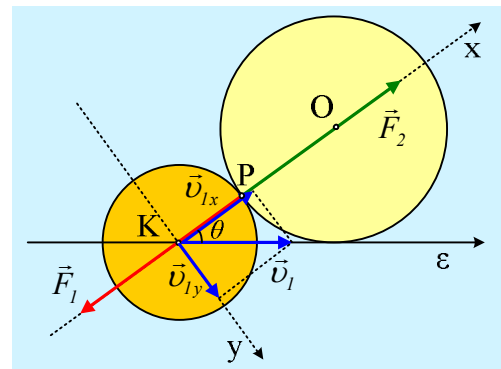
- Σε ποιες διευθύνσεις θα κινηθούν οι δυο σφαίρες μετά την κρούση;
- Αν λ ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δύο σφαιρών, μετά την κρούση ($K_1/K_2=\lambda$), τότε:

$$\alpha) \lambda < 0,5, \quad \beta) \lambda = 0,5, \quad \gamma) \lambda > 0,5.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

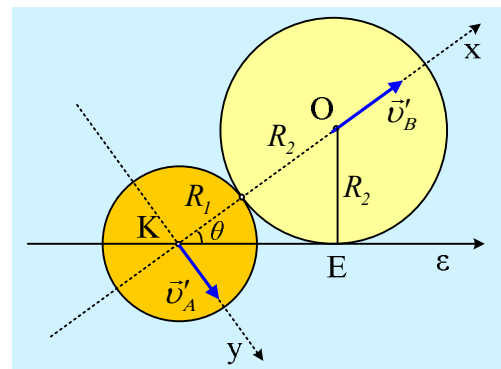
Απάντηση:

- Τη στιγμή που οι σφαίρες έρχονται σε επαφή στο σημείο Ρ, θα ασκηθούν μεταξύ τους δυνάμεις F_1 στην Α και F_2 στην Β, στη διεύθυνση της διακέντρου, όπως στο σχήμα. Αν αναλύσουμε την ταχύτητα v_1 της Α σφαίρας σε δυο κάθετους άξονες x (πάνω στη διάκεντρο) και y , όπως στο σχήμα, θα πάρουμε τις συνιστώσες v_{1x} στην διεύθυνση x της διακέντρου και v_{1y} στην κάθετη διεύθυνση, τότε θα έχουμε:



Εξαιτίας των ασκούμενων δυνάμεων, θα μεταβληθεί η συνιστώσα v_{1x} , ενώ δεν θα αλλάξει η συνιστώσα v_{1y} της Α σφαίρας, ενώ η σφαίρα Β θα αποκτήσει ταχύτητα στη διεύθυνση x της διακέντρου, διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης F_2 . Αλλά τότε αν εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας, θεωρώντας δύο ανεξάρτητες κινήσεις στους παραπάνω άξονες, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έχουμε μια κεντρική ελαστική κρούση στην διεύθυνση x , ενώ δεν υπάρχει κρούση στην διεύθυνση y .

Για την κεντρική κρούση στην διεύθυνση x , αφού οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες, τότε θα έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων, με αποτέλεσμα η Α σφαίρα να κινηθεί τελικά στην διεύθυνση y , ενώ η Β σφαίρα αποκτά ταχύτητα ίση με v_{1x} στην διεύθυνση x . Ποιες είναι αυτές οι διευθύνσεις;



Με βάση το σχήμα η διάκεντρος ΚΟ, σχηματίζει με την ευθεία ϵ γωνία θ , όπου:

$$\eta\mu\theta = \frac{(OE)}{(KO)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3}{2+3} = 0,6 \rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$$

Συνεπώς ο άξονας x σχηματίζει γωνία θ με την (ε), όπου $\eta\mu\theta=0,6$, ενώ αντίστοιχα ο άξονας y σχηματίζει γωνία $90^\circ-\theta$.

- ii) Επιστρέφοντας στο πρώτο παραπάνω σχήμα, βρίσκουμε για τις συνιστώσες της αρχικής ταχύτητας v_1 της Α σφαίρας:

$$v_{1x} = v_1 \sigma\upsilon\nu\theta \quad \text{και} \quad v_{1y} = v_1 \eta\mu\theta$$

Ενώ με βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω:

$$v'_A = v_1 \eta\mu\theta \quad \text{και} \quad v'_B = v_1 \sigma\upsilon\nu\theta$$

Οπότε για τον ζητούμενο λόγο των τελικών κινητικών ενεργειών, έχουμε:

$$\lambda = \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}mv_A'^2}{\frac{1}{2}mv_B'^2} = \frac{v_1^2 \cdot \eta\mu^2\theta}{v_1^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta} = \frac{\eta\mu^2\theta}{\sigma\upsilon\nu^2\theta} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{K_1}{K_2} = \frac{0,6^2}{0,8^2} = \frac{0,36}{0,64} = \frac{9}{16} > 0,5$$

Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com