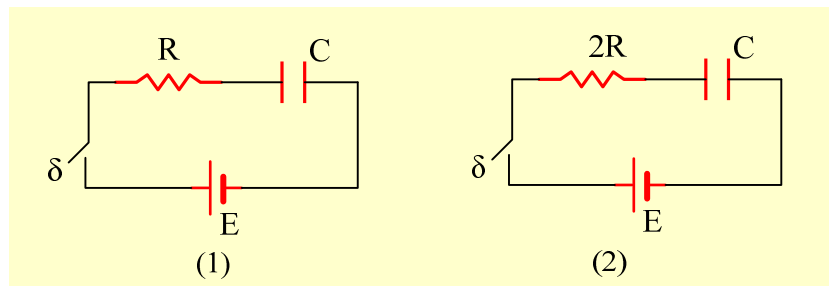


Φόρτιση πυκνωτή

Ένας πυκνωτής χωρητικότητας C φορτίζεται από μια πηγή με ΗΕΔ E , μέσω αντίστασης και στο σχήμα, δίνονται δύο εκδοχές. Στο (1) κύκλωμα η φόρτιση γίνεται μέσω αντίστασης R , ενώ στο (2) μέσω αντίστασης $2R$.



i) Μεγαλύτερο φορτίο αποκτά ο πυκνωτής στο κύκλωμα:

α) (1), β) (2), γ) αποκτά το ίδιο φορτίο.

ii) Μεγαλύτερη ενέργεια για την φόρτιση θα προσφέρει η πηγή, στο κύκλωμα:

α) (1), β) (2), γ) θα προσφέρει ίσα ποσά ενέργειας.

iii) Πόση θερμότητα παράγεται σε κάθε αντίσταση στα δυο κυκλώματα, στη διάρκεια της φόρτισης;

iv) **Για καθηγητές:** Να γίνει το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή, σε συνάρτηση με το χρόνο, για τα δύο κυκλώματα, στο ίδιο διάγραμμα.

Απάντηση:

i) Η φόρτιση του πυκνωτή ολοκληρώνεται όταν η τάση μεταξύ των οπλισμών του γίνει ίση με την ΗΕΔ της πηγής, αφού τότε ο αντιστάτης δεν θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Πράγματι αν πάρουμε μια τυχαία στιγμή, στη διάρκεια της φόρτισης, το 2^ο κανόνα του Kirchhoff, θα έχουμε:

$$E - iR - V_c = 0$$

Οπότε όταν $V_c = E$, η ένταση μηδενίζεται και έτσι σταματά και η συσσώρευση φορτίων στους οπλισμούς του πυκνωτή. Αλλά τότε για το τελικό φορτίο του πυκνωτή θα έχουμε:

$$C = \frac{q}{V} \rightarrow q = CV_c = CE$$

Βλέπουμε ότι το φορτίο αυτό δεν εξαρτάται από την τιμή της αντίστασης του κυκλώματος, συνεπώς σωστή απάντηση είναι η γ).

ii) Από τον ορισμό της ΗΕΔ της πηγής έχουμε, για την ενέργεια που παρέχει η πηγή στο ηλεκτρικό ρεύμα στη διάρκεια της φόρτισης:

$$E = \frac{W}{q} \rightarrow W_{ολ} = Eq$$

Αλλά αφού και στα δύο παραπάνω κυκλώματα, ο πυκνωτής αποκτά το ίδιο φορτίο, οπότε το ίδιο φορτίο

περνά και από την πηγή E και στα δύο κυκλώματα, οι ενέργειες που παρέχει η πηγή στα φορτία και στις δύο περιπτώσεις, είναι ίσες. Σωστό το γ).

- iii) Αν U η ενέργεια που μεταφέρεται στον πυκνωτή κατά τη φόρτιση, ίση με την ηλεκτρική του ενέργεια και Q_θ η θερμότητα που παράγεται πάνω στην αντίσταση, στη διάρκεια της φόρτισης, τότε η διατήρησης της ενέργειας επιβάλλει ($W_{ολ}$ η αντίστοιχη ενέργεια που παρέχει η πηγή):

$$W_{ολ} = Q_\theta + U \rightarrow Eq = Q_\theta + \frac{1}{2}qV \rightarrow$$

$$Q_\theta = qE - \frac{1}{2}qE = \frac{1}{2}qE$$

Βλέπουμε ότι η παραγόμενη θερμότητα στην αντίσταση, δεν εξαρτάται από την τιμή της αντίστασης! Δηλαδή παραπάνω και στα δύο κυκλώματα παράγεται το ίδιο ποσό θερμότητας.

Αξίζει να προσέξουμε ότι η θερμότητα αυτή είναι πάντα ίση με την ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή. Με άλλα λόγια το 50% της ενέργειας που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα αποθηκεύεται στον πυκνωτή και το υπόλοιπο 50% μετατρέπεται σε θερμότητα Joyle, πάνω στην αντίσταση R.

- iv) Εφαρμόζοντας τον 2° κανόνα του Kirchhoff σε ένα κύκλωμα όπως τα παραπάνω με αντίσταση R' παίρνουμε:

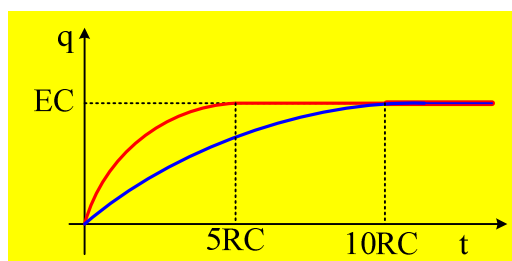
$$E - iR' - V_c = 0 \quad \text{ή} \quad E - iR' - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{ή}$$

$$R' \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q - E = 0 \quad (1)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση έχει λύση της μορφής:

$$q = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{R'C}} \right) \quad (2)$$

Βλέπουμε το φορτίο του πυκνωτή να αυξάνεται εκθετικά και η φόρτιση να διαρκεί άπειρο χρόνο αφού όταν $t \rightarrow \infty$ τότε $q \rightarrow EC$. Στην πράξη όμως θεωρούμε ότι η φόρτιση ολοκληρώνεται σε χρόνο πενταπλάσιο της σταθεράς χρόνου $\tau = R'C$. Έτσι στο (1) κύκλωμα θα απαιτηθεί χρόνος $t_1 = 5\tau = 5RC$, ενώ στο κύκλωμα (2) διπλάσιος χρόνος, αφού $t_2 = 5 \cdot 2RC = 10RC$. Έτσι οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις παίρνουν την μορφή του σχήματος:



dmargaris@gmail.com