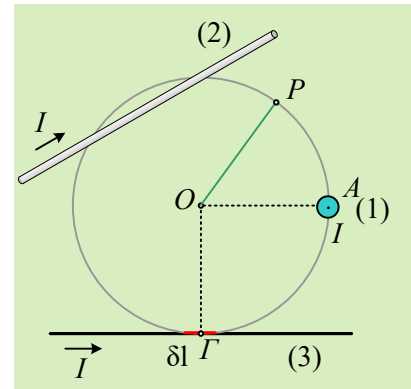


Τρεις αγωγοί και τα μαγνητικά πεδία τους.

Στο επίπεδο της σελίδας δίνεται ένας κύκλος κέντρου Ο. Στο χώρο έχουμε τρεις ευθύγραμμους αγωγούς (1), (2) και (3), μεγάλου μήκους, οι οποίοι διαρρέονται από ίσα ρεύματα, στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου ο αγωγός (1) είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας στο άκρο Α της ακτίνας, ενώ οι δυο άλλοι βρίσκονται πάνω στο επίπεδο, με τον αγωγό (3) να εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ. Δίνεται ακόμη ότι οι ακτίνες του κύκλου που δείχνουν τις αποστάσεις του Ο από τους αγωγούς (1) και (3) είναι κάθετες μεταξύ τους.



- Να συγκρίνετε τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο κέντρο Ο του κύκλου.
- Αν κινηθούμε κατά μήκος της ακτίνας ΟΡ, από το Ο στο Ρ, το άθροισμα $\Sigma = \Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin \varphi_i$ είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν εξαιτίας:
 - του αγωγού (1),
 - του αγωγού (2) και
 - του αγωγού (3).
- Έστω ένα μικρό μήκος δl του αγωγού (3), εφαπτόμενο του κύκλου.
 - Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο τμήμα αυτό από τα μαγνητικά πεδία των δύο άλλων αγωγών.
 - Μεγαλύτερη δύναμη ασκεί στο τμήμα αυτό, ο αγωγός (1) ή ο αγωγός (2);

Απάντηση:

- Η ένταση του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου αγωγού απείρου μήκους (στην πράξη «μεγάλου μήκους») εξαρτάται από την απόσταση a του σημείου από τον αγωγό και δίνεται από την εξίσωση:

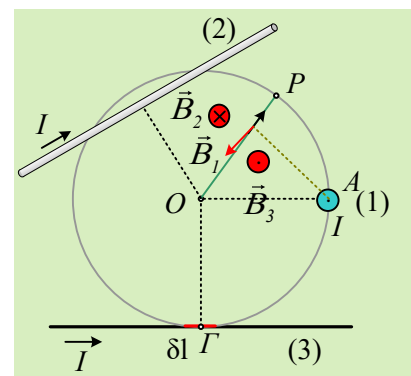
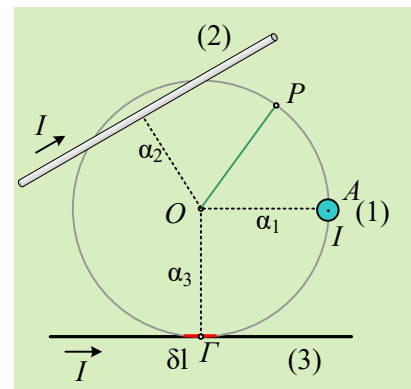
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a}$$

Με βάση το σχήμα οι αποστάσεις α_1 και α_3 είναι ίσες και ίσες με την ακτίνα του κύκλου ενώ η απόσταση α_2 είναι μικρότερη της ακτίνας του κύκλου. Συνεπώς για τις τρεις εντάσεις θα ισχύει:

$$B_1 = B_3 < B_2$$

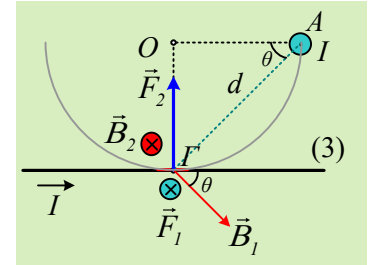
- Έστω μια μικρή μετατόπιση δl κατά την κίνησή μας από το Ο στο Ρ. Στην περιοχή υπάρχουν τρία μαγνητικά πεδία εξαιτίας των τριών αγωγών. Οι εντάσεις B_2 και B_3 εξαιτίας των αγωγών (2) και (3), είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος, συνεπώς το γινόμενο $B \cdot \delta l \cdot \sin 90^\circ$ μηδενίζεται. Δηλαδή $\Sigma_2 = \Sigma_3 = 0$.

Συνεπώς απομένει ο αγωγός (1) ο οποίος δημιουργεί μαγνητικό πεδίο



έντασης B_1 όπως στο σχήμα, όπου η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{\delta l}$ είναι αμβλεία, οπότε $\sin\phi < 0$, συνεπώς και το γινόμενο $B_1 \cdot \delta l \cdot \sin\phi$ θα είναι αρνητικό, άρα αρνητικό θα είναι και το αντίστοιχο άθροισμα $\Sigma_1 = \Sigma B_1 \cdot \Delta l_i \cdot \sin\phi_i$.

- iii) Στο σχήμα έχουν σημειωθεί η κατεύθυνση των εντάσεων B_1 και B_2 των πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2), όπου η B_1 είναι πάνω στο επίπεδο της σελίδας, σχηματίζοντας γωνία $\theta = 45^\circ$ με τη διεύθυνση του αγωγού (3) (η γωνία θ είναι ίση και με τη γωνία OAG , γωνίες με κάθετες πλευρές, ενώ το τρίγωνο OAG είναι ορθογώνιο και ισοσκελές), ενώ η ένταση B_2 είναι κάθετη στο επίπεδο.



- α) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε τις δυνάμεις F_1 , κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα και F_2 , πάνω στο επίπεδο, κάθετη στο τμήμα δl κατευθυνόμενη προς το σημείο O , όπως στο σχήμα.

- β) Για το μέτρο της δύναμης F_1 έχουμε:

$$F_1 = B_1 I \cdot \delta l \cdot \sin\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{d} \cdot I \cdot \delta l \cdot \sin 45^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I^2}{\sqrt{r^2 + r^2}} \delta l \cdot \sin 45^\circ \rightarrow$$

$$F_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I^2}{r\sqrt{2}} \delta l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I^2}{r} \delta l.$$

Έστω ότι x η απόσταση του σημείου Γ από τον αγωγό (2). Για να συγκρίνουμε το μέτρο της δύναμης F_2 με το αντίστοιχο μέτρο της F_1 , ας διερευνήσουμε για ποια τιμή του x οι δύο δυνάμεις θα έχουν ίσα μέτρα.

$$F_2 = F_1 \rightarrow B_2 I \delta l = F_1 \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{x} I \cdot \delta l = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I^2}{r} \delta l \rightarrow$$

$$x = 2r$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι αν η απόσταση του σημείου Γ από τον αγωγό (2) είναι ίση με την διάμετρο του κύκλου, τότε οι δυο δυνάμεις θα είχαν ίσα μέτρα. Δηλαδή αν ο αγωγός (2) ήταν παράλληλος στον (3), όπως ο (2') τότε οι δυο δυνάμεις θα είχαν ίσα μέτρα. Αλλά το τρίγωνο ΔGE είναι ορθογώνιο και η κάθετη πλευρά είναι μικρότερη της υποτείνουσας, δηλαδή $x < 2r$, οπότε το πεδίο B_2 στο σημείο Γ είναι πιο ισχυρό, με αποτέλεσμα και η δύναμη που ασκεί στο τμήμα δl να έχει μεγαλύτερο μέτρο, δηλαδή $F_2 > F_1$.

