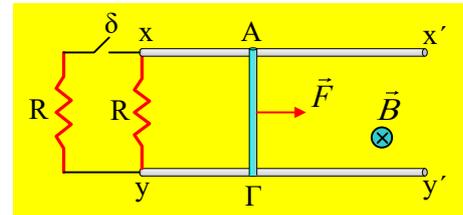


Δυο οριακές ταχύτητες με τη βοήθεια ενός διακόπτη.

Ο αγωγός ΑΓ ξεκινά από την ηρεμία για $t=0$ και επιταχύνεται προς τα δεξιά, με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F , σε επαφή με τους οριζόντιους παράλληλους αγωγούς xx' και yy' , με αμελητέα αντίσταση, όπως και μηδενική αντίσταση έχει και ο αγωγός ΑΓ. Στο χώρο επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως στο σχήμα. Μεταξύ των άκρων x και y συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση R . Ο ΑΓ αποκτά τελικά οριακή ταχύτητα $v_{1op}=6\text{m/s}$. Αν τη στιγμή t_1 που η ταχύτητά του γίνει $v_1=5\text{m/s}$ κλείσουμε το διακόπτη δ , συνδέοντας έναν δεύτερο όμοιο αντιστάτη στο κύκλωμα:



Μεταξύ των άκρων x και y συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση R . Ο ΑΓ αποκτά τελικά οριακή ταχύτητα $v_{1op}=6\text{m/s}$. Αν τη στιγμή t_1 που η ταχύτητά του γίνει $v_1=5\text{m/s}$ κλείσουμε το διακόπτη δ , συνδέοντας έναν δεύτερο όμοιο αντιστάτη στο κύκλωμα:

i) Η οριακή ταχύτητα v_{2op} που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός θα είναι ίση με:

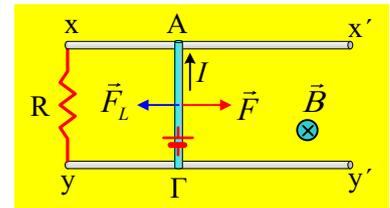
$$\alpha) v_{2op}=3\text{m/s}, \quad \beta) v_{2op}=5\text{m/s}, \quad \gamma) v_{2op}=7\text{m/s}, \quad \delta) v_{2op}=9\text{m/s}.$$

ii) Να χαράξετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του αγωγού από τη στιγμή $t=0$, μέχρι να αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα v_3 .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Με το διακόπτη ανοικτό, έχουμε το διπλό κύκλωμα. Έστω κάποια στιγμή ο αγωγός ΑΓ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα v . Τότε πάνω του αναπτύσσεται μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής, με πολικότητα όπως στο σχήμα, ίση με $E=Bvl$, εξαιτίας της οποίας το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=E/R$ και τότε στον αγωγό ΑΓ ασκείται δύναμη



Laplace με κατεύθυνση προς τα αριστερά. Έτσι εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F - BI l = ma \rightarrow F - B \frac{Bvl}{R} l = ma$$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού ΑΓ η επιτάχυνσή του μειώνεται, οπότε κάποια στιγμή η δύναμη Laplace θα γίνει κατά μέτρο, ίση με την ασκούμενη δύναμη F , οπότε $a=0$ και τότε λέμε ότι ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα, όπου:

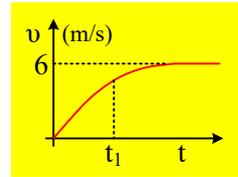
$$F - B \frac{Bvl}{R} l = ma = 0 \rightarrow v_{op} = v_{1op} = \frac{FR}{B^2 l^2} \quad (1)$$

Αν κλείσουμε τώρα το διακόπτη, τότε έχουμε δύο αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα, οπότε η συνολική τους αντίσταση είναι ίση με $R' = \frac{RR}{R+R} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$. Οπότε, με την ίδια λογική θα έχουμε:

$$v'_{op} = v_{2op} = \frac{FR'}{B^2 l^2} = \frac{F \cdot R/2}{B^2 l^2} = \frac{1}{2} \frac{FR}{B^2 l^2} = \frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}.$$

Σωστό το α).

ii) Αρχικά ο αγωγός, επιταχύνεται με μειούμενη επιτάχυνση, συνεπώς στο διάγραμμα $v-t$ η κλίση θα μειώνεται και η γραφική παράσταση θα έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος, τείνοντας στην ταχύτητα των 6m/s .



Αν τώρα τη στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα του αγωγού είναι $v_1 = 5\text{m/s}$, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_1 = \frac{Bv_1 l}{R}$$

Ενώ η μέγιστη ένταση του ρεύματος, στην οριακή ταχύτητα παίρνει την τιμή $I_{1\text{ο}\pi} = \frac{Bv_{1\text{ο}\pi} l}{R}$, για την οποία η δύναμη Laplace γίνεται ίση κατά μέτρο με την εξωτερική δύναμη F .

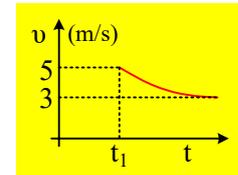
Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, τη στιγμή t_1 , αυξάνεται ξαφνικά η ένταση του ρεύματος, αφού:

$$I'_1 = \frac{Bv_1 l}{R'} = \frac{Bv_1 l}{R/2} = 2 \frac{Bv_1 l}{R} = \frac{B(2v_1) l}{R} > \frac{Bv_{1\text{ο}\pi} l}{R}$$

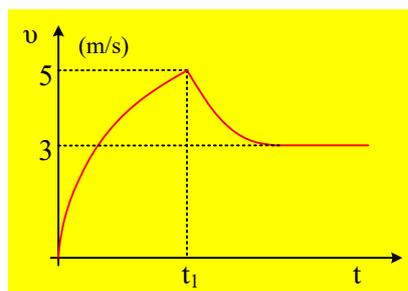
Η ένταση δηλαδή του ρεύματος είναι μεγαλύτερη από αυτή που εξασφαλίζεται η ισότητα $F=F_L$, πράγμα που σημαίνει ότι η ασκούμενη δύναμη Laplace είναι μεγαλύτερη από τη F και ο αγωγός επιβραδύνεται με το **μέτρο** της επιτάχυνσης να **μειώνεται**, αφού θα ισχύει:

$$B \frac{Bv_1 l}{R} l - F = ma'$$

Αυτό μας οδηγεί στο να σχεδιάσουμε μια καμπύλη φθίνουσα, με μειούμενη κλίση (κατά απόλυτη τιμή), όπως στο σχήμα, όπου η ταχύτητα τείνει στην νέα οριακή ταχύτητα $v_{2\text{ο}\pi} = 3\text{m/s}$.



Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω παραστάσεις σχεδιάζουμε το παρακάτω ποιοτικό διάγραμμα.



dmargaris@gmail.com