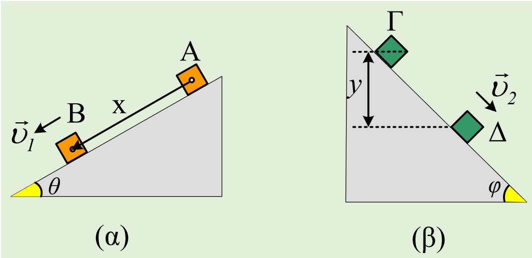
Διατηρείται η μηχανική ενέργεια;

Ένα σώμα μάζας 1kg αφήνεται στη θέση Α ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως θ=30°, όπως στο σχήμα (α).



(α) (β)

i) Μπορείτε να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Α;

ii) Μετά από λίγο το σώμα, αφού μετατοπισθεί κατά x=2,5m περνάει από μια θέση Β έχοντας ταχύτητα υ_1=5m/s. Να αποδείξετε ότι η μηχανική ενέργεια διατηρείται στην διάρκεια της παραπάνω κίνησης.

iii) Σε ένα παράπλευρο πείραμα αφήνουμε ένα σώμα μάζας Μ=2kg, σε ένα άλλο κεκλιμένο επίπεδο, στη θέση Γ όμως στο σχήμα (β), με αποτέλεσμα αφού κινηθεί για λίγο, περνά από την θέση Δ έχοντας ταχύτητα υ_2=2m/s. Αν η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των θέσεων Γ και Δ είναι y=0,4m:

α) Να υπολογίσετε την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια, εξαιτίας της τριβής ολίσθησης, ζεσταίνοντας έτσι τις δύο τριβόμενες επιφάνειες.

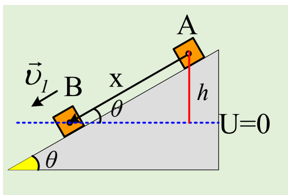
β) Αν η γωνία φ του κεκλιμένου επιπέδου έχει ημφ=0,8, να υπολογισθεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα.

Δίνεται g=10m/s², $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ $\kappa\alpha\iota\ \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Απάντηση:

i) Όχι δεν μπορούμε να υπολογίσουμε ΜΙΑ τιμή μηχανικής ενέργειας, αν δεν έχει ορισθεί προηγούμενα το σημείο στο οποίο η δυναμική ενέργεια μηδενίζεται. Και επειδή το σημείο αυτό μπορούμε να το ορίσουμε αυθαίρετα, σημαίνει ότι αυθαίρετο θα είναι και το αποτέλεσμα υπολογισμού της μηχανικής ενέργειας.

ii) Πρέπει προηγούμενα να ορίσουμε εμείς κάποιο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο θα θεωρήσουμε μηδενική την δυναμική ενέργεια του σώματος. Αυτό το επίπεδο μπορεί να είναι οποιοδήποτε, αλλά είναι βολικό να είναι το επίπεδο που διέρχεται από την πιο χαμηλή θέση που βρίσκεται το σώμα, σε κάποιο ερώτημα. Εδώ δηλαδή, είναι βολικό να θεωρήσουμε ως επίπεδο όπου U=0, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Β, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε στην αρχική θέση το σώμα έχει δυναμική ενέργεια U_0=mgh, όπου h η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης. Όμως από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται παίρνουμε:



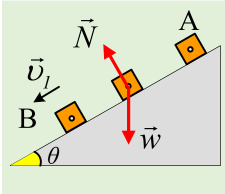
$$\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \to h = x \cdot \eta\mu\theta \to$$

Οπότε για την μηχανική ενέργεια στην θέση Α, θα έχουμε:

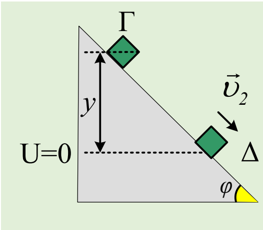
$$E_A = U_A + K_A = mgh + 0 = mgx \cdot \eta\mu\theta = 1 \cdot 10 \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{2} J = 12,5J$$

Ενώ για την μηχανική ενέργεια στη θέση Β, θα έχουμε:

$$E_B = U_B + K_B = 0 + \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 J = 12,5J$$



Το αποτέλεσμα μας λέει ότι κατά την κίνηση του σώματος η μηχανική ενέργεια παρέμεινε σταθερή και απλά έχουμε μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική. Επί της ουσίας η παραπάνω διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μας λέει ότι κατά την κίνηση του σώματος η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη



iii) Με την ίδια λογική όπως παραπάνω, παίρνουμε τώρα το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την χαμηλότερη θέση Δ, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, οπότε θα έχουμε:

α) Για τη μηχανική ενέργεια στην αρχική θέση Γ:

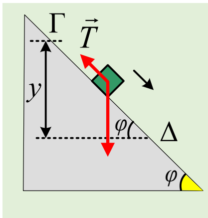
$$E_\Gamma = U_\Gamma + K_\Gamma = Mgy + 0 = 2 \cdot 10 \cdot 0,4J = 8J$$

Ενώ η μηχανική ενέργεια τη στιγμή που το σώμα φτάνει στη θέση Δ:

$$E_\Delta = U_\Delta + K_\Delta = 0 + \frac{1}{2} M\upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 J = 4J$$

Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αυτή η μηχανική ενέργεια δεν παραμένει σταθερή, αλλά μειώνεται. Για την μείωση αυτή ευθύνεται η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα, το έργο της οποίας είναι αρνητικό, πράγμα που σημαίνει ότι αφαιρείται μηχανική ενέργεια από το σώμα και μετατρέπεται σε θερμική. Αλλά τότε η διατήρηση της ενέργειας επιβάλλει η θερμική αυτή ενέργεια να είναι ίση με την μείωση της μηχανικής ενέργειας:

$$Q_\theta = E_\Gamma - E_\Delta = 8J - 4J = 4J$$



β) Σύμφωνα με τα προηγούμενα θα ισχύει για το έργο της τριβής και την απώλεια της μηχανικής ενέργειας:

$$Q_\theta = |W_T|$$

Όμως με βάση το διπλανό σχήμα:

$$\eta\mu\varphi = \frac{y}{x'} \rightarrow x' = \frac{y}{\eta\mu\varphi} \rightarrow$$

$$Q_\theta = |T \cdot x' \cdot \sigma\upsilon\nu 180°| = T \cdot x' = T \cdot \frac{y}{\eta\mu\varphi} \rightarrow$$

$$T = \frac{Q_\theta \cdot \eta\mu\varphi}{y} = \frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}4} N = 8N$$

dmargaris@gmail.com