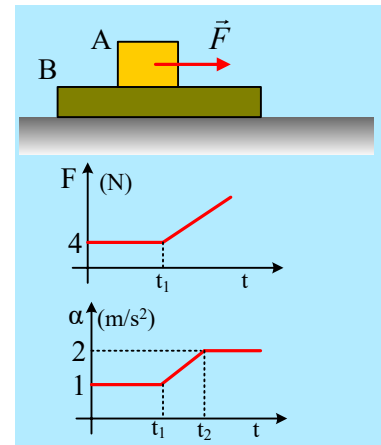


### Κινήσεις δύο σωμάτων.

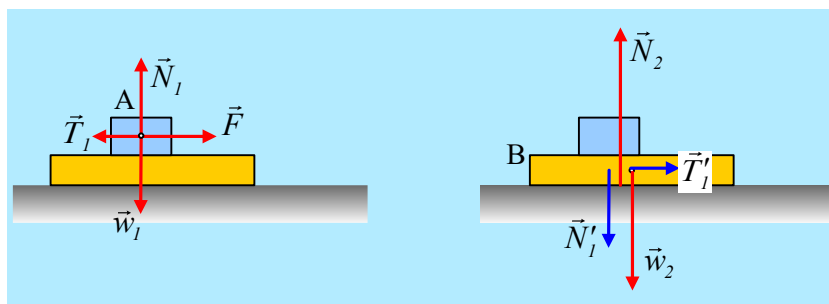
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B, το ένα πάνω στο άλλο όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα A, μάζας  $m=1\text{kg}$ , μια οριζόντια δύναμη  $F$ , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο πρώτο σχήμα, ενώ στο δεύτερο σχήμα δίνεται η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα B, σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνεται ακόμη ότι αρχικά τα δυο σώματα κινούνται μαζί προς τα δεξιά, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .



- i) Αφού εξηγήσετε γιατί μεταξύ των δύο σωμάτων αναπτύσσεται τριβή, να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα (σε χωριστό σχήμα) αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης  $F$ .
- ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που επιταχύνει το σώμα B, υπολογίζοντας και τη μάζα του.
- iii) Να ερμηνέυσετε τη μορφή του διαγράμματος της επιτάχυνσης του σώματος B, σε συνάρτηση με το χρόνο, βρίσκοντας το λόγο που ενώ το μέτρο της δύναμης  $F$ , μετά τη στιγμή  $t_1$ , αυξάνεται συνεχώς, η επιτάχυνση σταθεροποιείται τη στιγμή  $t_2$ .
- iv) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο σωμάτων.

**Απάντηση:**

i) Η δύναμη  $F$  ασκείται στο σώμα A, το οποίο μπορεί να επιταχύνει, όχι στο B. Αλλά για να επιταχύνονται τα δυο σώματα μαζί, σημαίνει ότι επιταχύνεται και το σώμα B προς τα δεξιά και η μόνη δυνατότητα είναι να ασκείται δύναμη στο σώμα B από το σώμα A. Με άλλα λόγια το σώμα A παρασύρει στην κίνησή του και το B σώμα. Η άσκηση όμως δύναμης οριζόντιας μεταξύ των δύο σωμάτων, σημαίνει δύναμη τριβής. Αλλά τότε οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα φαίνονται στο σχήμα:



Όπου έχουμε τα ζευγάρια δράσης αντίδρασης  $\vec{T}_1 - \vec{T}'_1$  και  $\vec{N}_1 - \vec{N}'_1$ .

ii) Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα στην οριζόντια διεύθυνση για κάθε σώμα, αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης, όπου  $F=4\text{N}$  και η κοινή επιτάχυνση των σωμάτων είναι  $a=1\text{m/s}^2$ , οπότε αν  $M$  η μάζα του σώματος B, παίρνουμε:

$$\Sigma F_1 = ma \rightarrow F - T_1 = ma \quad (1)$$

$$\Sigma F_2 = Ma \rightarrow T'_1 = Ma \quad (2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) και αφού οι δυο τριβές έχουν το ίδιο μέτρο (δράση-

αντίδραση), θα έχουμε:

$$F - T_1 + T_1' = ma + Ma \rightarrow F = (m + M)a \quad (3)$$

$$M + m = \frac{F}{a} = \frac{4}{1} \text{kg} = 4\text{kg} \rightarrow$$

$$M = 4\text{kg} - m = 4\text{kg} - 1\text{kg} = 3\text{kg}$$

Και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε για την τριβή που επιταχύνει το σώμα Β.

$$T_1' = Ma = 3 \cdot 1\text{N} = 3\text{N} \quad (4)$$

Να τονίσουμε εδώ, ότι η παραπάνω τριβή είναι στατική, αφού δεν υπάρχει ολίσθηση του ενός σώματος πάνω στο άλλο και τα δυο σώμα κινούνται μαζί.

- iii) Με βάση την εξίσωση (3), όταν το μέτρο της δύναμης  $F$  αυξάνεται, μετά την στιγμή  $t_1$ , αυξάνεται και η κοινή επιτάχυνση των δύο σωμάτων, μέχρι τη στιγμή  $t_2$  που η επιτάχυνση του σώματος Β σταθεροποιείται στην τιμή  $2\text{m/s}^2$ , χωρίς να αυξάνεται πια. Αλλά στο διάστημα από  $t_1$  έως  $t_2$  η επιτάχυνση αυξάνεται και με βάση την εξίσωση (4), προκύπτει ότι η στατική τριβή αυξάνεται. Αλλά αυτή η αύξηση θα διαρκέσει μέχρι η τριβή να γίνει ίση με την οριακή και να μεταπέσει σε τριβή ολίσθησης, όπου θα υπάρξει ολίσθηση του Α σώματος πάνω στο Β και τα δυο σώματα θα κινούνται με διαφορετικές επιταχύνσεις και διαφορετικές ταχύτητες. Αλλά τότε το Β σώμα επιταχύνεται από την τριβή ολίσθησης, μια σταθερή δύναμη, που προσδίδει σταθερή επιτάχυνση στο σώμα, σύμφωνα με την εξίσωση:

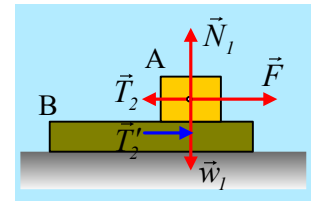
$$T_2' = Ma_2 = 3 \cdot 2\text{N} = 6\text{N}$$

- iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο σώμα Α, όπου  $T_2$  η τριβή ολίσθησης, καθώς και η αντίδρασή της  $T_2'$  η οποία επιταχύνει το σώμα Β. Από την ισορροπία του σώματος Α στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 - w_1 = 0 \rightarrow N_1 = mg \rightarrow$$

$$T_2 = \mu N_1 = \mu mg \xrightarrow{T_2 = T_2' = 6\text{N}} \rightarrow$$

$$\mu = \frac{T_2}{mg} = \frac{6\text{N}}{1 \cdot 10\text{N}} = 0,6$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)