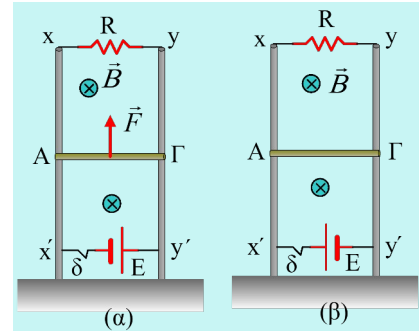


Όπου κάτι να θυμίζει ...

Στη διάταξη του σχήματος, οι κατακόρυφοι αγωγοί xx' και yy' έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα αντίσταση, απέχουν μεταξύ τους 1 m και στηρίζονται σε οριζόντιο ηλεκτρομονωτικό δάπεδο, ενώ τα κάτω άκρα τους συνδέονται μέσω πηγής ηλεκτρεγερτικής δύναμης $E=4V$ ($r=0$), όπως στο σχήμα (α). Τα άκρα τους x και y συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης $R=1\Omega$, ενώ μια ομογενής ράβδος-αγωγός $ΑΓ$, μήκους $\ell=1m$, μάζας $m=0,1kg$ και αντίστασης $R_1=2\Omega$, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω



τους, μένοντας συνεχώς οριζόντια και με τα άκρα της A, Γ σε διαρκή επαφή με αυτούς. Στην περιοχή υπάρχει ένα ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,8T$, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών και με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Η ράβδος $ΑΓ$ ισορροπεί με την επίδραση μιας σταθερής κατακόρυφης δύναμης F , όπως στο (α) σχήμα, με το διακόπτη δ κλειστό.

- i) Αφού εξηγήσετε γιατί η δύναμη F πρέπει να ασκείται στο μέσον του $ΑΓ$, να υπολογίσετε το μέτρο της.
- ii) Σε μια στιγμή ανοίγουμε το διακόπτη δ και ο αγωγός κινείται, οπότε μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 , έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v_1=1,5m/s$. Για τη στιγμή αυτή:
 - α) Να βρεθεί η επιτάχυνση και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου $ΑΓ$.
 - β) Ποιες ενεργειακές μετατροπές εμφανίζονται στο σύστημά μας τη παραπάνω στιγμή; Χρησιμοποιώντας αριθμητικά αποτελέσματα, να επιβεβαιώσετε την διατήρηση της ενέργειας.
- iii) Αν η πηγή είχε εξαρχής συνδεθεί με αντίθετη πολικότητα, όπως στο σχήμα (β) να περιγράψετε τις αντίστοιχες ενεργειακές μετατροπές, αν επαναλαμβάναμε το πείραμα, κάποια στιγμή που η ταχύτητα του αγωγού $ΑΓ$ θα έχει το ίδιο μέτρο $v_1=1,5m/s$, χωρίς να προβείτε σε ακριβείς υπολογισμούς.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι εντάσεις των ρευμάτων, που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος, όταν ο αγωγός $ΑΓ$ ισορροπεί. Για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό $ΑΓ$ έχουμε:

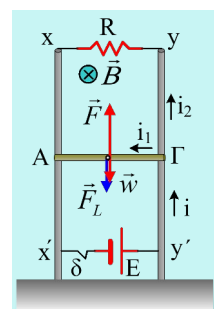
$$i_1 = \frac{V_{EM}}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{4V}{2\Omega} = 2A$$

Αλλά τότε στον $ΑΓ$ ασκείται δύναμη Laplace, όπως στο σχήμα, μέτρου:

$$F_L = B \cdot i_1 \cdot l = 0,8T \cdot 2A \cdot 1m = 1,6N$$

Για να ισορροπεί η ράβδος $ΑΓ$, θα πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα οι εξισώσεις:

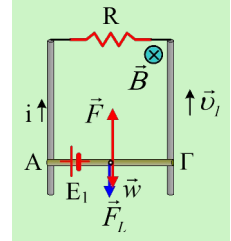
$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F} + \vec{w} + \vec{F}_L = 0 \rightarrow F = mg + F_L = 1N + 1,6N = 2,6N$$



και $\Sigma\tau=0$, ως προς οποιοδήποτε σημείο. Αλλά αν το κέντρο μάζας είναι το μέσον M της ράβδου, στο μέσον επίσης ασκείται και η δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, οπότε για να είναι μηδενική η συνολική ροπή ως προς το M, θα πρέπει από το M να διέρχεται και ο φορέας της ασκούμενης δύναμης F. Άρα για να μην ανατρέπεται η ράβδος ΑΓ και να παραμένει οριζόντια, θα πρέπει να της ασκούμε κατακόρυφη δύναμη, στο μέσον της M.

ii) Η δύναμη F έχει μεγαλύτερο μέτρο από το βάρος, οπότε μόλις καταργηθεί η δύναμη Laplace (άνοιγμα διακόπτη) ο αγωγός ΑΓ θα επιταχυνθεί προς τα πάνω. Αλλά τότε τη στιγμή t_1 στον αγωγό θα έχει αναπτυχθεί μια ΗΕΔ από επαγωγή, με πολικότητα, όπως στο σχήμα:

$$E_1 = B \cdot v_1 \cdot l = 0,8 \text{ T} \cdot 1,5 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} = 1,2 \text{ V}$$



και το κύκλωμα του σχήματος, διαρρέεται από ρεύμα έντασης i:

$$i = \frac{E_1}{R + R_1} = \frac{1,2 \text{ V}}{1 \Omega + 2 \Omega} = 0,4 \text{ A}$$

α) Ξανά στον ΑΓ ασκείται δύναμη Laplace ίδιας κατεύθυνσης με πριν, όπως στο παραπάνω σχήμα, συνεπώς από το 2ο νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m \vec{a}_1 \rightarrow F - mg - F_L = ma_1 \rightarrow \\ \alpha_1 &= \frac{F - mg - B \cdot i \cdot l}{m} = \frac{(2,6 - 1 - 0,8 \cdot 0,4 \cdot 1) \text{ N}}{0,1 \text{ kg}} = 12,8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Ενώ για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του ΑΓ έχουμε:

$$\frac{dK_1}{dt} = \Sigma F \cdot v_1 \cdot \sigma \nu \alpha = m \alpha_1 \cdot v_1 = 0,1 \cdot 12,8 \cdot 1,5 \text{ J/s} = 1,92 \text{ J/s}$$

β) Την παραπάνω στιγμή μεταφέρεται ενέργεια, από αυτόν που ασκεί την δύναμη F, με ρυθμό ίσο με την ισχύ της:

$$\frac{dW_F}{dt} = F \cdot v_1 \cdot \sigma \nu \alpha = F \cdot v_1 = 2,6 \cdot 1,5 \text{ J/s} = 3,9 \text{ J/s}$$

Καθώς ο αγωγός κινείται προς τα πάνω, η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται αφού το έργο του βάρους συνδέεται με την μεταβολή της δυναμική ενέργειας $\Delta U = -W_w$, οπότε:

$$\frac{dU_w}{dt} = -P_w = -w \cdot v_1 \cdot \sigma \nu \nu 180^\circ = mg \cdot v_1 = 1 \cdot 1,5 \text{ J/s} = 1,5 \text{ J/s}$$

Τέλος μέσω του έργου της δύναμης Laplace η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική, με ρυθμό:

$$\frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = -P_{F_L} = -F_L \cdot v_1 \cdot \sigma \nu \nu 180^\circ = 0,32 \cdot 1,5 \text{ J/s} = 0,48 \text{ J/s}$$

Αν προσθέσουμε τους ρυθμούς μεταβολής κινητικής ενέργειας, δυναμικής ενέργειας και την ισχύ της ηλεκτρικής ενέργειας παίρνουμε:

$$1,92 \frac{J}{s} + 1,5 \frac{J}{s} + 0,48 \frac{J}{s} = 3,9 \frac{J}{s}$$

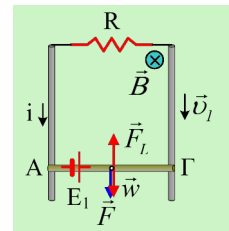
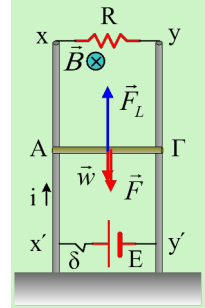
ίσο με το ρυθμό μεταφοράς ενέργειας στον κινούμενο αγωγό, μέσω του έργου της δύναμης F. Η ενέργεια διατηρείται.

iii) Αν η πηγή έχει συνδεθεί με αντίθετη πολικότητα, όπως στο σχήμα (β), τότε το ρεύμα που διαρρέει τη ράβδο ΑΓ θα έχει αντίθετη φορά, από πριν και η δύναμη Laplace ίδιου μέτρου 2N, θα έχει φορά προς τα πάνω, δύναμη μεγαλύτερου μέτρου από το βάρος. Αλλά τότε από την αρχική ισορροπία του ΑΓ προκύπτει ότι απαιτείται να ασκείται επιπλέον δύναμη F, με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα μόλις ανοίξει ο διακόπτης, ο αγωγός να κινηθεί προς τα κάτω και η αντίστοιχη κατάσταση, μετά από λίγο, είναι αυτή του διπλανού σχήματος. Συνεπώς:

Ξανά μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό, μέσω του έργου της δύναμης F, ενώ ταυτόχρονα η δυναμική ενέργεια του αγωγού ΑΓ μειώνεται, μέσω του έργου του βάρους. Η δύναμη Laplace αφαιρεί μηχανική ενέργεια από τον ΑΓ και την μετατρέπει σε ηλεκτρική, οπότε θα ισχύει η εξίσωση:

$$\frac{dW_F}{dt} + \frac{-dU}{dt} = P_{\eta^2} + \frac{dK_1}{dt}$$

Με άλλα λόγια η ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα, μέσω της δύναμης F, συν η μείωση της δυναμικής ενέργειας, εμφανίζεται με δυο μορφές, σαν ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα και σαν αύξηση της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ.



dmargaris@gmail.com