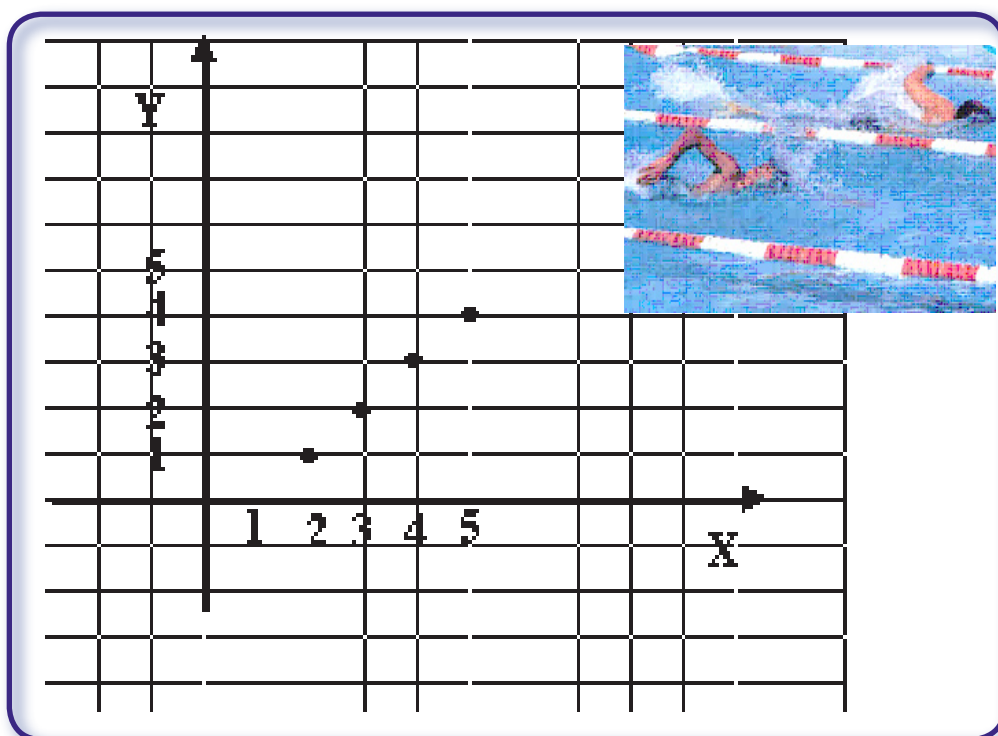


Bab 2

Relasi dan Fungsi

Standar Kompetensi

Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus.



Kompetensi Dasar

- 1.3 Memahami relasi dan fungsi
- 1.4 Menentukan nilai fungsi.
- 1.5 Membuat sketsa grafik fungsi aljabar sederhana pada sistem koordinat Cartesius

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menjelaskan dan menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi
- Menyatakan suatu fungsi yang terkait dengan kejadian sehari-hari.
- Menggambar grafik fungsi dalam koordinat Cartesius

Kata Kunci:

- Relasi
- Himpunan
- Anggota himpunan
- Diagram Panah
- Koordinat Cartesius
- Pasangan Berurutan

Masih ingatkah kamu tentang materi himpunan? Coba beri contoh dua buah himpunan. Jika kamu lupa, sebaiknya kamu pelajari kembali. Pemahaman tentang himpunan diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 2 ini dengan baik.

***Pengertian Relasi***

Pak Budi mempunyai lima orang anak, yaitu Riska, Dimas, Candra, Dira, dan Reni. Masing-masing anak mempunyai kegemaran berolahraga yang berbeda-beda. Riska gemar berolahraga badminton dan renang. Dimas gemar berolahraga sepak bola. Candra gemar berolahraga sepak bola. Sedangkan Dira dan Reni mempunyai kegemaran berolahraga yang sama yaitu basket dan badminton.



Sumber :www.flickr.com

Jika anak-anak Pak Budi dikelompokkan menjadi satu dalam himpunan A , maka anggota dari himpunan A adalah Riska, Dimas, Candra, Dira, dan Reni. Himpunan A tersebut kita tuliskan sebagai

$$A = \{\text{Riska, Dimas, Candra, Dira, Reni}\}.$$

Sedangkan jenis olah raga yang digemari anak-anak Pak Budi dapat dikelompokkan dalam himpunan B. Himpunan B dituliskan

$$B = \{\text{Badminton, Renang, Basket, Sepak bola}\}$$

Terhadap kegemaran anak-anak pak Budi, terdapat hubungan antara himpunan A dan himpunan B. Hubungan tersebut berkait dengan *gemar berolah raga* dari anak-anak pak Budi.

Riska *gemar berolah raga* badminton dan renang

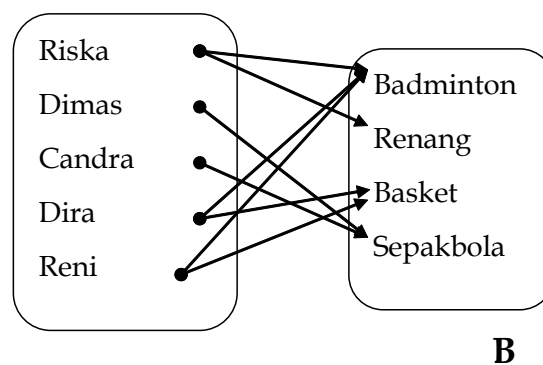
Dimas *gemar berolah raga* sepakbola

Candra *gemar berolah raga* sepakbola

Dira *gemar berolah raga* badminton dan basket

Reni *gemar berolah raga* badminton dan basket

Apabila *gemar berolah raga* kita notasikan dengan tanda panah, pernyataan-pernyataan di atas dapat digambarkan sebagai *gemar berolah raga*



A Gambar 2.1

Kita melihat antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B memiliki hubungan (*relasi*) *gemar berolahraga*. Selanjutnya kita katakan terdapat relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B, atau sering juga disebut relasi dari himpunan A ke himpunan B.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa :

Definisi Relasi

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B

Tugas. Buat kelompok dengan anggota masing-masing 5 orang. Buatlah relasi *hobi* dari masing-masing anggota kelompokmu.



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dengan Diagram Panah

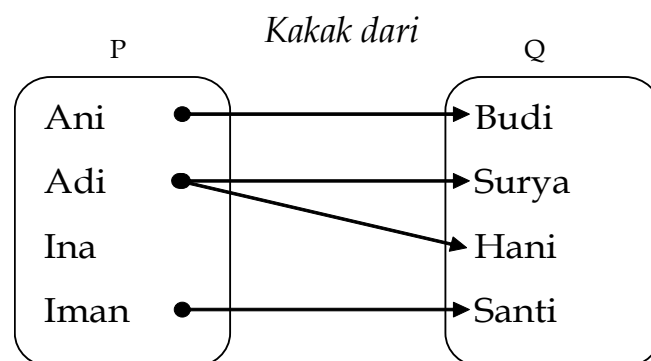
Diagram panah adalah diagram yang menggambarkan hubungan antara dua himpunan dengan disertai tanda panah. Seperti relasi pada Gambar 2.1.

Marilah kita lihat contoh lain penggambaran relasi dengan diagram panah. Perhatikan soal cerita di bawah ini.

Di kelas VIII SMPN I Banjarmasin, terdapat sebuah kelompok belajar yang beranggotakan 4 orang, yaitu Ani, Adi, Ina, dan Iman. Ani mempunyai seorang adik yang bernama Budi. Adi mempunyai dua orang adik bernama Surya dan Hani. Ina tidak mempunyai adik. Sedangkan Santi adik dari Iman.

Coba tebak, relasi apa yang dinyatakan oleh cerita di atas?

Benar! Relasi tentang adik dan kakak. Sekarang, mari kita buat himpunan yang berisi kakak dan himpunan yang berisi adik. Misal himpunan P menyatakan himpunan kakak, dan Q menyatakan himpunan adik. Himpunan P mempunyai anggota Ani, Adi, Ina, dan Iman dan dituliskan dengan $P = \{\text{Ani, Adi, Ina, Iman}\}$, sedangkan himpunan Q adalah $\{\text{Budi, Hani, Surya, Santi}\}$. Jika kita tentukan relasi atau hubungan antara himpunan P dengan himpunan Q sebagai *kakak dari*, maka Ani dihubungkan dengan Budi, artinya Ani kakak dari Budi, Adi dihubungkan dengan Surya dan Hani, artinya Adi kakak dari Surya dan Hani. Sedangkan Ina tidak mempunyai adik. Iman dihubungkan dengan Santi. Hubungan antara anggota-anggota himpunan P dan Q dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.2

Berdasar contoh di atas tampak bahwa ada satu anggota P yaitu Ina yang tidak mempunyai hubungan dengan anggota Q.

Relasi antara himpunan P dan himpunan Q adalah relasi *kakak dari*.

Oleh karena itu lambang \rightarrow pada Gambar 2.2 menyatakan relasi *kakak dari*. Bila dituliskan $\text{Ani} \rightarrow \text{Budi}$, artinya Ani *kakak dari* Budi, $\text{Adi} \rightarrow \text{Surya}$, artinya Adi *kakak dari* Surya dan $\text{Adi} \rightarrow \text{Hani}$, artinya Adi *kakak dari* Hani dan seterusnya.

1. Dapatkan kamu menemukan relasi lain antara anggota-anggota himpunan P dan anggota-anggota himpunan Q pada contoh di atas? Jika ada, sebutkan dan gambarkan relasi tersebut!
2. Buatlah contoh lain tentang relasi antara anggota-anggota dua himpunan yang kamu ketahui!



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dalam Koordinat Cartesius

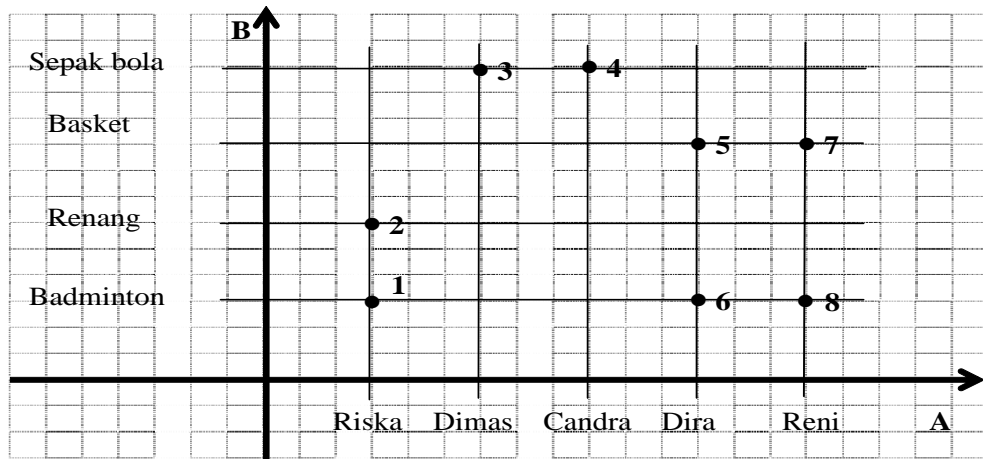
Dalam menyatakan relasi antara anggota-anggota dua himpunan, selain dengan menggunakan diagram panah dapat juga dinyatakan dalam koordinat Cartesius.

Jika kita menyebut kata “Cartesius”, yang kita ingat adalah bidang Cartesius yang mempunyai dua sumbu, yaitu sumbu mendatar dan sumbu tegak.

Demikian juga pada koordinat Cartesius, terdapat dua sumbu yang saling tegak lurus yaitu sumbu mendatar atau horisontal dan sumbu tegak atau vertikal.

Pada Gambar 2.1 di atas, kita dapat menyatakan relasi antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B tersebut dalam koordinat Cartesius.

Nama anggota-anggota himpunan A diletakkan pada sumbu mendatar dan nama anggota-anggota B diletakkan pada sumbu tegak. Setiap anggota himpunan A yang berelasi dengan anggota himpunan B dapat dinyatakan dengan noktah (\bullet) atau dengan bintang (*). Jadi koordinat Cartesius dari relasi tersebut adalah :



Gambar 2. 3

Relasi antara anggota himpunan A dan B adalah *gemar berolah raga*. Noktah 1 menghubungkan Riska dan badminton, artinya Riska gemar berolah raga badminton. Noktah 4 menghubungkan Candra dan sepak bola, artinya Candra gemar berolah raga sepak bola dan seterusnya.

Diskusikan

1. Coba gambarkan dalam koordinat Cartesius untuk relasi dari himpunan P ke himpunan Q (pada Gambar 2.2) dengan anggota himpunan P diletakkan pada sumbu mendatar dan anggota himpunan Q diletakkan pada sumbu tegak.
2. Gambarkan pula dalam koordinat Cartesius untuk relasi dari himpunan P ke himpunan Q dengan nama anggota himpunan P diletakkan pada sumbu tegak dan nama anggota himpunan Q diletakkan pada sumbu mendatar.
3. Apa yang dapat kamu simpulkan dari (1) dan (2) ?



Menyatakan Relasi Dua Himpunan dengan Pasangan Berurutan

Pasangan berurutan dilambangkan dengan (x,y) dengan x menyatakan anggota suatu himpunan tertentu, sebut A, dan y menyatakan anggota dari himpunan lain, sebut B. Pada bagian ini kita akan menyatakan relasi sebagai himpunan pasangan berurutan (x,y) . Pada bagian sebelumnya, relasi antara anggota dua himpunan dapat dinyatakan dengan diagram panah dan dalam koordinat Cartesius. Kita akan mengambil contoh pada Gambar 2.1, dan menyatakannya sebagai pasangan berurutan. Pada relasi *gemar berolahraga* di atas, kita memiliki himpunan penggemar olah raga $A = \{\text{Riska, Dimas, Candra, Dira, Reni}\}$, dan himpunan cabang olah raga $B = \{\text{Badminton, Renang, Basket, Sepakbola}\}$.

Berdasarkan Gambar 2.1, relasi *gemar berolahraga* dituliskan sebagai $R = \{(Riska, Renang), (Riska, Badminton), (Dimas, Sepakbola), (Candra, Sepakbola), (Dira, Badminton), (Dira, Basket), (Reni, Badminton), (Reni, Basket)\}$.

Relasi antara himpunan X dan Y dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan (x, y) dengan x anggota himpunan pertama (X) dan y anggota himpunan kedua (Y).

Contoh 1

Diketahui $P = \{2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{4, 9, 25\}$.

Tentukan contoh relasi dari P ke Q .

Jawab:

Relasi (R) antara anggota-anggota himpunan P dan Q adalah *faktor dari*.

Relasi di atas dapat dinyatakan dengan pasangan berurutan seperti berikut :

$(2, 4)$, artinya 2 faktor dari 4.

$(4, 4)$, artinya 4 faktor dari 4 dan seterusnya.

Jadi himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah :

$R = \{(2, 4), (3, 9), (4, 4), (5, 25)\}$.

Pikirkan!

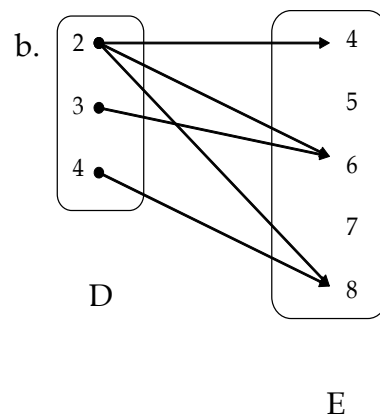
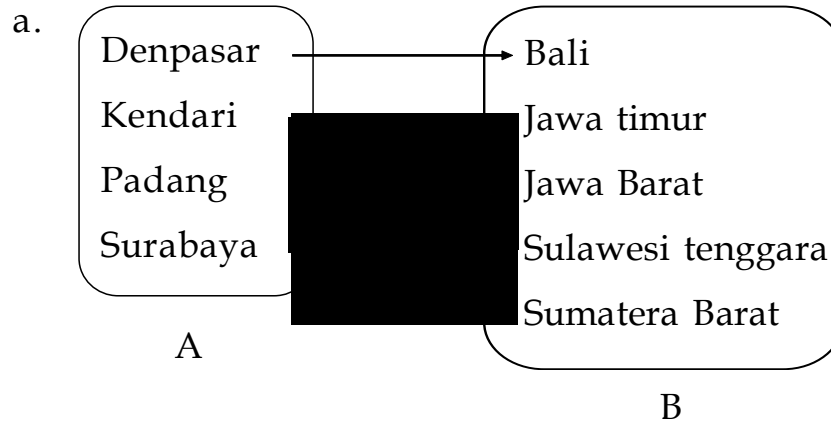
1. Apakah ada relasi yang lain antara anggota-anggota himpunan P dan Q di atas? Jika ada, nyatakan relasi tersebut dengan diagram panah, koordinat Cartesius dan pasangan berurutan.

Tugas Kelompok

Bentuk sebuah kelompok yang beranggotakan 5 orang. Ukur tinggi badan masing-masing anggota kelompokmu, catat tinggi badan tersebut (nyatakan dalam satuan cm).

1. Dapatkah dibuat relasi antara anggota dalam kelompokmu dengan ukuran tinggi badan ?
2. Jika dapat, apakah relasinya ?
3. Nyatakan relasi tersebut dalam tiga cara, yaitu :
 - a. Diagram Panah.
 - b. Koordinat Cartesius.
 - c. Pasangan Berurutan.

- Perhatikan relasi antara anggota-anggota dua himpunan yang dinyatakan dengan diagram panah di bawah ini. Sebutkan relasi-relasi tersebut.



- Buatlah diagram panah dari relasi *tiga kalinya dari* antara $K = \{9, 12, 15, 21\}$ dan $L = \{3, 4, 5, 7\}$
- Diketahui enam orang anak di kelas VIII SMP Palangkaraya, yaitu Dina, Alfa, Sita, Bima, Doni, dan Rudi. Mereka mempunyai ukuran sepatu yang berbeda-beda. Dina dan Sita mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu nomor 38. Alfa mempunyai ukuran sepatu 37. Bima mempunyai ukuran sepatu nomor 40. Sedangkan Doni dan Rudi mempunyai ukuran sepatu yang sama yaitu 39.
 - Gambarlah diagram panah yang menghubungkan semua nama anak di kelas VIII SMP Palangkaraya dengan semua ukuran sepatunya.

- b. Gambarlah relasi tersebut dengan menggunakan koordinat Cartesius.
- c. Tulislah semua pasangan berurutan yang menyatakan relasi tersebut.

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyatakan suatu fungsi yang terkait dengan kejadian sehari-hari
- Menggambar grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Kata Kunci:

- Daerah asal
- Daerah kawan
- Daerah hasil
- Peta
- Prapeta

**Menyatakan Bentuk Fungsi**

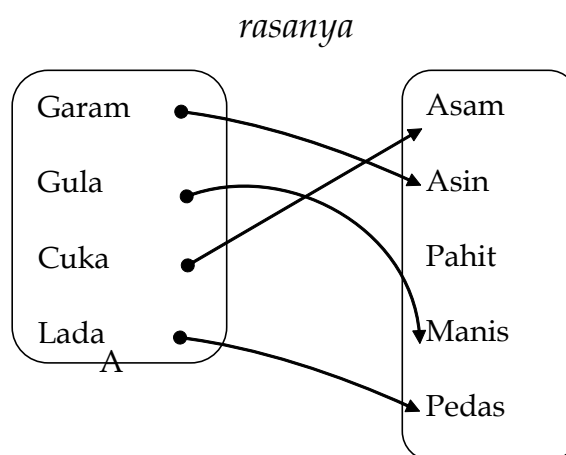
Pernahkah kamu merasakan rasa gula, garam, lada dan berbagai bahan dapur yang lainnya?

Coba rasakan bagaimanakah rasa gula? Pasti manis. Bagaimanakah rasanya garam? Pasti asin, tidak ada garam yang rasanya manis.

Bagaimanakah rasanya lada? Adakah lada yang rasanya tidak pedas? Adakah rasa cuka yang tidak asam ?

Jika bahan-bahan dapur dikumpulkan dalam satu himpunan yaitu A dan rasa dari bahan-bahan dapur dikumpulkan dalam himpunan B, maka relasi apa yang dapat digunakan untuk menghubungkan himpunan A dan B ?

Jika relasi yang digunakan untuk menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B adalah *rasanya*, maka relasi tersebut dapat dinyatakan dengan diagram panah seperti berikut :



Gambar 2.4

B

Perhatikan Gambar 2.4.

Apakah setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan anggota himpunan B ?

Apakah setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan hanya satu anggota himpunan B ?

Karena setiap anggota himpunan A mempunyai hubungan dengan anggota himpunan B dan setiap anggota himpunan A hanya mempunyai satu kawan anggota himpunan B, maka relasi dari himpunan A dan B disebut *fungsi atau pemetaan* .

Definisi Fungsi

Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang menghubungkan **setiap** anggota himpunan A dengan **tepat** satu anggota himpunan B.

Relasi pada Gambar 2.4 merupakan fungsi (pemetaan). Dalam diagram panah, garam dihubungkan oleh anak panah dengan asin dan dituliskan sebagai

garam \longrightarrow asin.

Garam berada pada pangkal anak panah, sedangkan Asin berada pada ujung anak panah. Garam dipetakan pada asin, sehingga asin disebut sebagai **peta** dari garam. Asin dihasilkan oleh siapa, garam! Selanjutnya, dalam matematika garam sering disebut sebagai **prapeta** dari asin.

Pada notasi gula \longrightarrow manis. Manis disebut **peta** dari gula dan gula disebut **prapeta** dari manis.

Coba jelaskan dengan bahasamu sendiri, notasi-notasi berikut:

cuka \longrightarrow asam

lada \longrightarrow pedas

Himpunan-himpunan prapeta dan himpunan peta memiliki istilah sebagai berikut:

$A = \{\text{garam, gula, cuka, lada}\}$ disebut **daerah asal** atau **domain** dari fungsi.

$B = \{\text{asam, asin, pahit, manis, pedas}\}$ disebut **daerah kawan** atau **kodomain** dari fungsi.

Himpunan $\{\text{asam, asin, manis, pedas}\}$ disebut **daerah hasil** atau **range** dari fungsi.

Diskusikan dengan temanmu pertanyaan-pertanyaan berikut:

Apakah setiap anggota **daerah hasil** merupakan **peta** dari anggota himpunan A?

Apakah semua **peta** dari anggota himpunan A menjadi anggota **daerah hasil**?

Apakah **daerah kawan** pada fungsi di atas sama dengan **daerah hasilnya**?

Perhatikan kesimpulan berikut:

Daerah Hasil

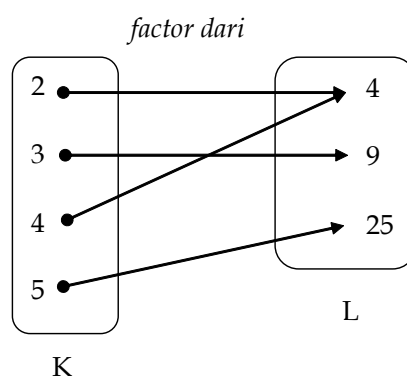
Daerah hasil merupakan himpunan dari **peta** setiap anggota daerah asal.

atau

Daerah hasil adalah himpunan dari anggota daerah kawan yang mempunyai **prapeta**.

Sekarang kamu perhatikan diagram panah untuk relasi *faktor dari* pada himpunan $K = \{2, 3, 4, 5\}$ terhadap himpunan $L = \{4, 9, 25\}$ berikut ini.

Faktor dari
 Notasi $2 \longrightarrow 4$, dibaca
 2 faktor dari 4
 Notasi $3 \longrightarrow 9$, dibaca
 3 faktor dari 9
 Tolong sebutkan yang
 lain!

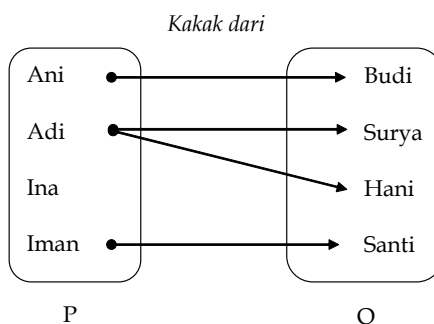


Gambar 2.5

Perhatikan Gambar 2.5 di atas.

- Apakah setiap anggota K mempunyai hubungan dengan satu anggota himpunan L?
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?
- Jika relasi di atas merupakan fungsi, maka sebutkan daerah asal, daerah kawan, dan daerah hasilnya. Bagaimana hubungan antara daerah kawan dengan daerah hasil?

Perhatikan diagram panah berikut :



Gambar 2.6

Notasi Ani \longrightarrow Budi, dibaca Ani kakak dari Budi.
Notasi Adi \longrightarrow Surya, dibaca Adi kakak dari Surya.
Sebutkan anggota relasi yang lain!

Perhatikan diagram panah pada Gambar 2.6 di atas.

- Apakah setiap anggota himpunan P mempunyai hubungan dengan anggota himpunan Q ?
- Apakah setiap anggota himpunan P mempunyai hubungan dengan tepat satu anggota himpunan Q?
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?

Untuk menjawab pertanyaan (c), kamu harus memperhatikan (a) dan (b).

Karena ada satu anggota himpunan P yaitu Ina tidak mempunyai hubungan dengan satupun anggota himpunan Q, maka relasi *kakak dari* dari himpunan P ke himpunan Q bukan fungsi.

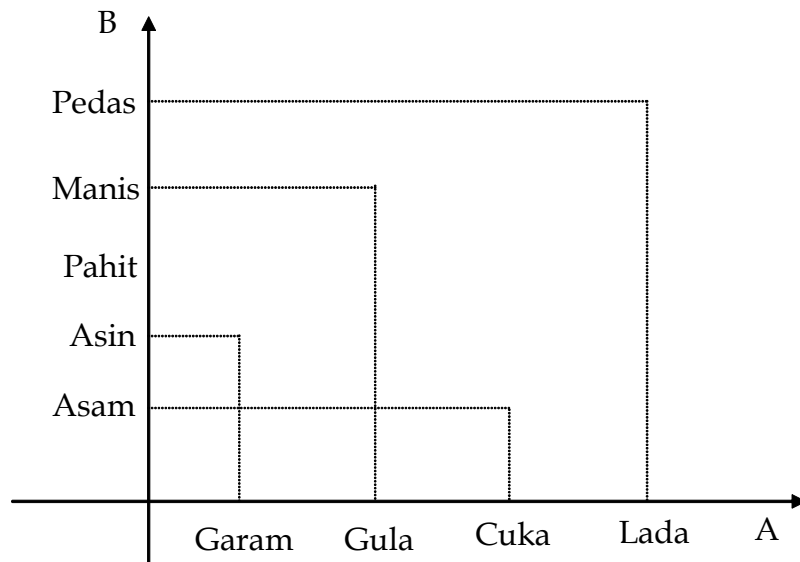
Adakah alasan lain yang dapat kamu temukan untuk memperkuat simpulan di atas ?

Untuk melihat apakah suatu relasi antara dua himpunan adalah fungsi, yang perlu diperhatikan adalah **setiap** anggota daerah asal harus mempunyai hubungan dengan **satu saja** anggota daerah kawan.

Karena fungsi merupakan relasi yang mempunyai ciri khusus, maka fungsi dapat dinyatakan juga dalam bentuk:

- diagram panah,
- koordinat Cartesius,
- himpunan pasangan berurutan.

Koordinat Cartesius untuk fungsi dari himpunan A ke himpunan B, pada Gambar 2.4 di atas adalah



Gambar 2.7

Pada gambar di atas tampak bahwa setiap nama pada sumbu mendatar hanya mempunyai satu pasangan dengan nama pada sumbu tegak.

Dari koordinat Cartesius pada gambar di atas, fungsi dari himpunan A ke himpunan B dapat pula dinyatakan dengan pasangan berurutan sebagai berikut :

$\{(garam, asin) , (gula, manis) , (cuka, asam) , (lada, pedas)\}$

Hati-hati dalam memilih himpunan yang menempati sumbu horizontal(datar) dan sumbu vertikal (tegak) koordinat Cartesius . Penyajian koordinat Cartesius untuk fungsi, sumbu datar untuk daerah asal (domain) dan sumbu vertikal untuk daerah kawan (kodomain).

Susunlah beberapa relasi dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan fungsi.

Nyatakan fungsi (pemetaan) tersebut dengan diagram panah, koordinat Cartesius dan himpunan pasangan berurutan.

Tugas Kelompok

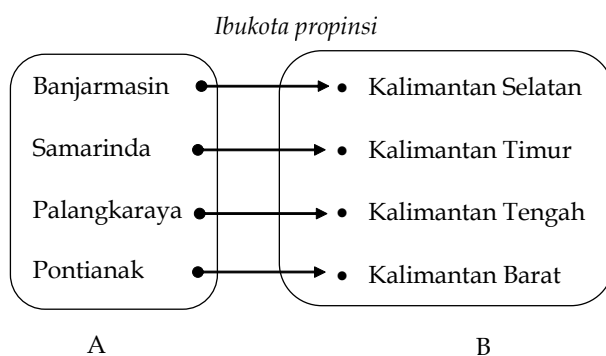
Buat kelompok yang beranggotakan 5 orang teman sekelasmu. Catat ukuran sepatu dari masing-masing anggota kelompok.

- Misal A = himpunan dari nama anggota kelompok.
 B = himpunan dari nomor sepatu anggota kelompok.
 Tuliskan Himpunan A dan Himpunan B !
- Buatlah relasi dari himpunan A ke himpunan B !
- Apakah relasi tersebut merupakan fungsi (pemetaan)?
- Jika merupakan pemetaan, nyatakan fungsi (pemetaan) tersebut
- Dengan diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan

Diketahui $A = \{\text{Anto}\}$, $B = \{\text{Dira, Reni}\}$, $C = \{\text{Anto, Dira, Reni}\}$
 dan $D = \{\text{SMP Harapan, SMP Unggul}\}$

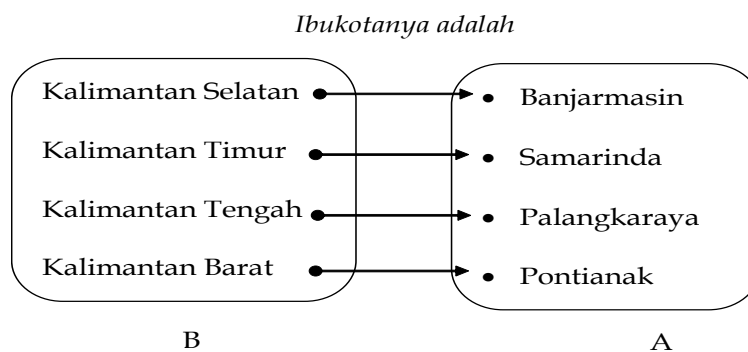
- Gambarkan diagram panah dari himpunan A ke D yang merupakan fungsi.
- Gambarkan diagram panah dari himpunan B ke D yang merupakan fungsi.
- Gambarkan diagram panah dari himpunan C ke D yang merupakan fungsi.
- Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Jika ibukota propinsi yang terdapat di pulau Kalimantan dikelompokkan dalam himpunan A dan propinsi yang terdapat di pulau Kalimantan dikelompokkan dalam himpunan B , maka relasi *ibukota propinsi* dari himpunan A ke himpunan B dinyatakan dalam diagram panah sebagai berikut.



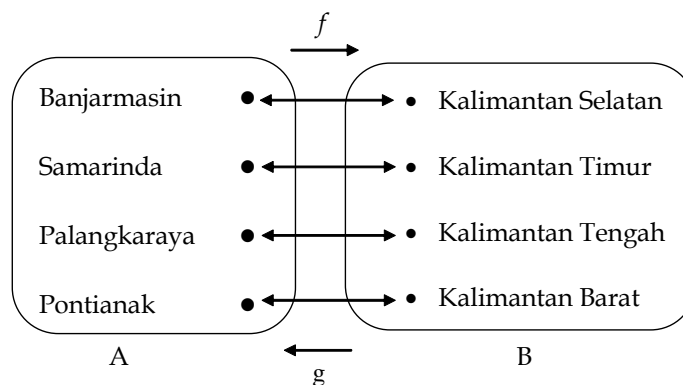
Apakah relasi dari himpunan A ke himpunan B merupakan pemetaan ?

Sebaliknya, apabila kita membuat relasi *ibukotanya adalah* dari himpunan B ke himpunan A , maka diagram panahnya adalah sebagai berikut.



Apakah relasi dari himpunan B ke himpunan A merupakan pemetaan?

Selanjutnya, kita akan menggambarkan kedua relasi tersebut dalam satu diagram panah. Jika relasi *ibukota propinsi* dinotasikan dengan f dan relasi *ibukotanya adalah* dinotasikan dengan g , maka kedua diagram panah di atas dapat digambar sebagai berikut.



Kedua relasi f dan g adalah fungsi (kenapa?). Fungsi f memetakan himpunan A kepada himpunan B, sebaliknya fungsi g memetakan himpunan B kepada himpunan A.

Pemetaan yang bersifat bolak-balik, baik untuk f dan g disebut **korespondensi satu satu**.

Berpikir Kritis

Selidiki sifat-sifat korespondensi satu-satu!

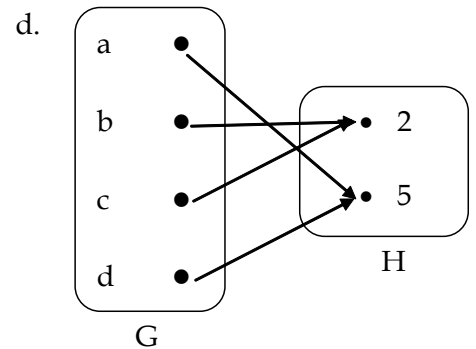
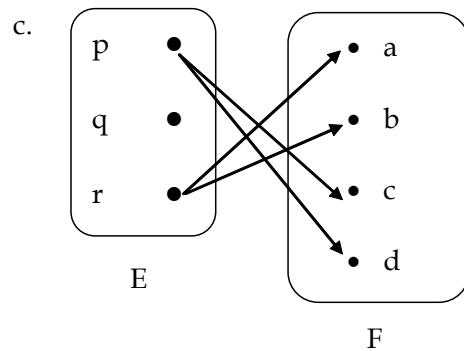
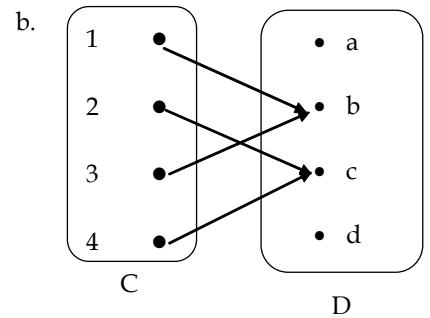
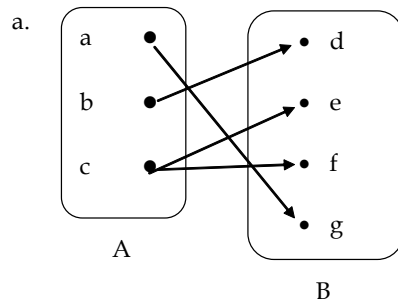
1. Sifat apa yang dimiliki fungsi f ? Bagaimana domain, kodomain, dan daerah hasil dari f ?
2. Sifat apa yang dimiliki fungsi g ? Bagaimana domain, kodomain, dan daerah hasil dari g ?

Perhatian!

1. Bila kodomain (f) = daerah hasil (f), maka fungsi f dinamakan fungsi pada.
2. Bila peta f pada x_1 dan x_2 (yaitu $f(x_1)$, $f(x_2)$) berbeda untuk setiap x_1 dan x_2 berbeda, maka fungsi dinamakan fungsi satu-satu
3. Bila peta f hanya memuat satu anggota (hanya memiliki anggota tunggal), maka fungsi f dinamakan fungsi **konstan**.

Latihan 2.2

1. Diagram panah berikut ini menunjukkan relasi antara dua himpunan. Relasi manakah yang merupakan fungsi ?



2. Diketahui $A = \{2, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{7, 10, 12, 14, 16\}$.
Jika hubungan anggota A dengan anggota B ditunjukkan dengan $2 \rightarrow 7, 5 \rightarrow 10, 7 \rightarrow 12, \text{ dan } 9 \rightarrow 14$, maka :
 - a. Gambarlah diagram panah relasi dari himpunan A ke B.
 - b. Sebutkan relasi yang mungkin dari himpunan A ke B.
 - c. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi? Jelaskan!

3. Diketahui suatu relasi dari himpunan P ke himpunan Q yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-1, 2), (1, 4), (3, 6), (5, 8), (7, 10)\}$.
 - a. Sebutkan anggota-anggota himpunan P dan Q.
 - b. Sebutkan dua relasi lain yang mungkin dari himpunan P ke himpunan Q.
 - c. Gambarlah koordinat Cartesius dari relasi tersebut.
 - d. Jika himpunan P merupakan daerah asal dari relasi (b) dan dengan melihat koordinat Cartesius pada (c), apakah relasi dari himpunan P ke himpunan Q merupakan fungsi?

4. Andaikan x anggota himpunan C yaitu himpunan bilangan asli ganjil yang kurang dari 10 dan himpunan D yaitu himpunan bilangan asli genap yang kurang dari 19. Relasi yang menghubungkan himpunan C dan D adalah *setengah dari*.
 - a. Sebutkan anggota-anggota himpunan C dan anggota-anggota himpunan D.
 - b. Sebutkan semua pasangan berurutan dari relasi tersebut.
 - c. Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
 - d. Jika ya, tentukan daerah hasil.
 - e. Tentukan relasi lain yang menghubungkan himpunan C dan D!
 - f. Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
 - g. Jika ya, tentukan daerah hasil.

5. Diketahui $A = \{p, q, r\}$ dan $B = \{2, 3, 4\}$
 - a. Buatlah semua pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B dengan diagram panah.
 - b. Tentukan banyaknya pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B.

5. Diketahui $A = \{ 2, 3, 5 \}$ dan $B = \{ 21, 25, 26 \}$
- Misal pemetaan yang digunakan untuk menghubungkan himpunan A ke himpunan B adalah *faktor dari*. Gambarkan diagram panahnya.
 - Misal pemetaan yang digunakan untuk menghubungkan himpunan B ke himpunan A adalah *kelipatan dari*. Gambarkan diagram panahnya.
 - Apakah terdapat korespondensi satu-satu antara himpunan A dan himpunan B? Gambarkan diagram panahnya.

2.3

Menghitung Nilai Fungsi

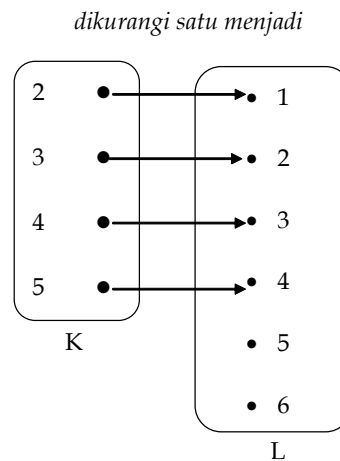
Apa yang akan kamu pelajari?

- Menghitung nilai fungsi
- Menyusun tabel fungsi
- Menghitung nilai perubahan fungsi jika variabel berubah
- Menentukan bentuk fungsi jika nilai dan data fungsi diketahui

Kata Kunci:

- Fungsi (Pemetaan)
- Rumus fungsi
- Tabel Fungsi
- Nilai fungsi
- Variabel
- Diagram Panah

Perhatikan diagram panah berikut ini :



Pada diagram panah di atas, tampak bahwa :

$2 \rightarrow 1$, dibaca 2 dikurangi satu menjadi 1 **atau** 2 satu lebihnya dari 1.

$3 \rightarrow 2$, dibaca 3 dikurangi satu menjadi 2 **atau** 3 satu lebihnya dari 2.

$4 \rightarrow 3$, dibaca 4 dikurangi satu menjadi 3 **atau** 4 satu lebihnya dari 3.

$5 \rightarrow 4$, dibaca 5 dikurangi satu menjadi 4 **atau** 5 satu lebihnya dari 4.

Secara umum

Bila kita mengambil sebarang anggota K, sebut x , maka kawannya di L adalah $(x - 1)$. (Kenapa?)

Dengan demikian, bila dinotasikan dengan diagram panah menjadi

$$x \rightarrow (x - 1)$$

dibaca x dikurangi 1 menjadi $(x - 1)$.

Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?

Jika relasi *satu lebihnya dari* dinotasikan sebagai relasi f , maka f memetakan x ke $(x - 1)$. Selanjutnya relasi f dituliskan sebagai

$$f : x \rightarrow (x - 1).$$

Apabila relasi f ini merupakan fungsi, maka $(x - 1)$ menyatakan **peta** dari x dan peta x oleh f dinotasikan sebagai $f(x)$.

Notasi $f(x) = (x - 1)$ dikenal juga sebagai **aturan fungsi**, **rumus fungsi**, atau **persamaan fungsi**. Akan tetapi, notasi tersebut sering hanya dibaca **fungsi f** .

Bila kita notasikan $f(x) = y$ maka rumus fungsi $f(x) = (x - 1)$ menjadi

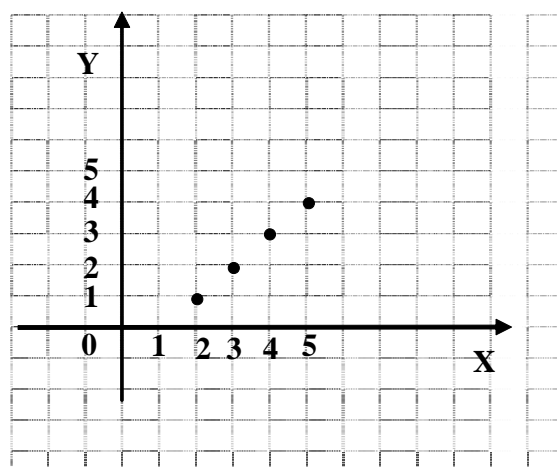
$y = x - 1$. Persamaan $y = x - 1$ lebih dikenal sebagai **persamaan fungsi**.

Pada persamaan tersebut x disebut **variabel bebas**, sedangkan y adalah **variabel tak bebas** dari fungsi.

Perhatikan kembali fungsi f dengan aturan $x \rightarrow (x - 1)$. Untuk $x = 2$, maka $f(2) = 2 - 1 = 1$. Nilai $f(2) = 1$ disebut **nilai fungsi** untuk $x = 2$. Nilai fungsi dari setiap anggota himpunan K dapat dinyatakan dalam **tabel fungsi** berikut.

x	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	-1
$f(x) = x - 1$	1	2	3	4

Grafik berikut merupakan koordinat Cartesius untuk fungsi f .



Jelaskan bagaimana cara kamu memperoleh grafik tersebut?

Soal 1

Diketahui suatu fungsi f dengan daerah asal $A = \{7, 9, 11, 13\}$ dengan rumus fungsi $f(x) = 2x - 3$

- Tentukan $f(7)$, $f(9)$, $f(11)$ dan $f(13)$. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?
- Buatlah tabel fungsi di atas.
- Tentukan daerah hasilnya.
- Gambarlah grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Soal 2

Diketahui suatu fungsi g dengan daerah asal $P = \{x \mid x \geq 3, x \text{ bil. real}\}$ dengan rumus fungsi $g(x) = 3x + 4$.

- Buatlah tabel fungsi di atas dengan mengambil beberapa nilai x .
- Tentukan daerah hasilnya.
- Gambarlah grafik fungsi dalam koordinat Cartesius.

Berpikir Kritis

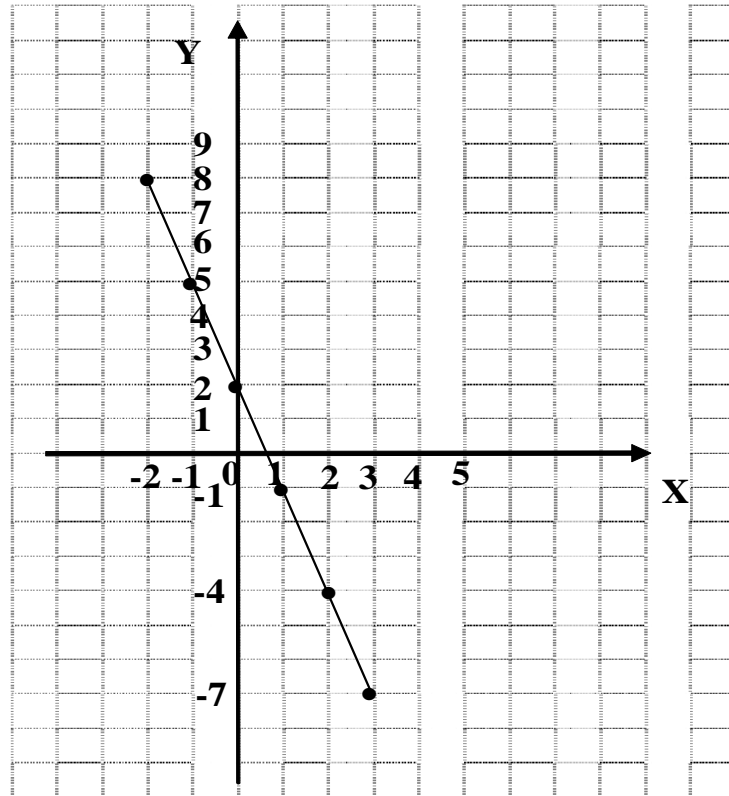
Bandungkan grafik fungsi f pada soal 1 dan grafik fungsi g pada soal 2!

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Di depan telah dijelaskan cara menggambar diagram panah atau koordinat Cartesius dari suatu fungsi, jika diketahui daerah asal dan rumus fungsinya. Sekarang kerjakan masing-masing pertanyaan berikut, gunakan koordinat Cartesius untuk menjawab pertanyaan tersebut. Terakhir, kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh!

Perhatikan grafik suatu fungsi f berbentuk garis lurus pada koordinat Cartesius di bawah.

- Tentukan daerah asal fungsi f .
- Tentukan daerah hasil fungsi f .
- Tentukan nilai-nilai fungsi f untuk $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Dapatkah kamu menemukan pola dari fungsi dan nilainya?
- Tentukan rumus fungsi f berdasarkan (c)?

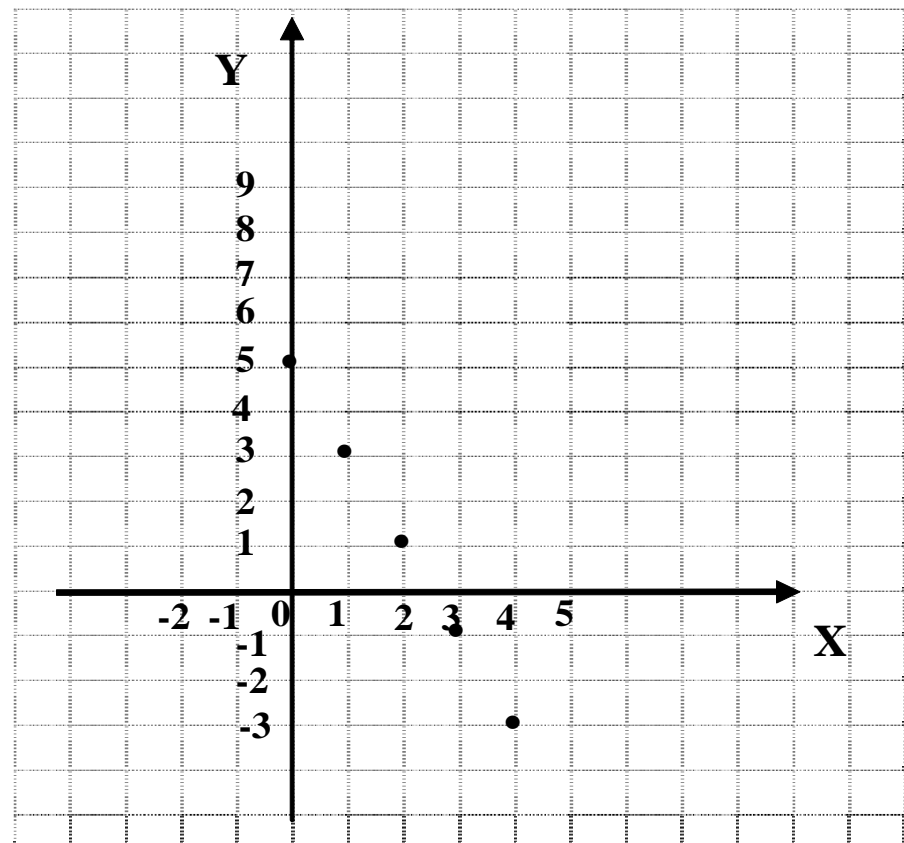


Latihan 2.3

1. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = -x + 3$ dengan daerah asal $K = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$.
 - a. Buatlah tabel nilai fungsi f
 - b. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = -3, x = 5$
 - c. Tentukan daerah hasil fungsi f .
 - d. Gambarlah grafik fungsi f pada koordinat Cartesius
 - e. Berupa apakah grafik fungsi f ?

2. Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = 3x - 1$ dengan daerah asal $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \text{ bilangan real}\}$.
 - a. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = 3, x = \frac{9}{2}$
 - b. Tentukan daerah hasil fungsi g .
 - c. Gambarlah grafik fungsi g pada koordinat Cartesius
 - d. Berupa apakah grafik fungsi g ?

3. Perhatikan grafik fungsi f pada koordinat Cartesius berikut.



- Tentukan daerah hasil fungsi f .
- Tentukan nilai fungsi f untuk $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ dan $x = 4$.
Pola apakah yang kamu peroleh?
- Tentukan rumus fungsi f berdasarkan (b)?

Diskusikan

- Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = ax + 7$. Nilai fungsi g untuk $x = -2$ adalah 1.
Coba tentukan nilai fungsi g untuk $x = 5$.
Tentukan rumus fungsi g . Jelaskan caramu!
- Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = -2x + b$. Nilai fungsi f untuk $x = -1$ adalah 11. Coba tentukan nilai fungsi f untuk $x = 3$. Tentukan rumus fungsi f . Jelaskan caramu!

Refleksi

Setelah mempelajari Bab 2 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!

Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu fahami.

Coba kamu jelaskan,

- a. Arti relasi dari himpunan A ke himpunan B dan berilah contoh!
- b. Arti fungsi dari himpunan P ke himpunan Q, beri contoh serta sebutkan domain, kodomain dan rangenya!

Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami ataukah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu guru.

Rangkuman

1. Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B
2. **Relasi** antara dua himpunan X dan Y, dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan (x, y) dengan x anggota himpunan pertama (X) dan y anggota himpunan kedua (Y).
3. **Fungsi** dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang menghubungkan **setiap** anggota himpunan A dengan **tepat** satu anggota himpunan B.
4. Jika f adalah fungsi A ke B, maka A disebut *daerah asal (domain)*, B disebut *daerah kawan (kodomain)*. Himpunan anggota B yang mempunyai prapeta disebut *daerah hasil (range)*.

Evaluasi Bab 2

1. Relasi yang dapat dibuat dari himpunan $A = \{2, 3, 5, 6\}$ ke $B = \{4, 10, 12, 15\}$ adalah
 - a. "setengah dari"
 - b. "lebih dari"
 - c. "faktor dari"
 - d. "dua kali dari"

2. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = x^2 - 5x$, nilai-nilai fungsi berikut yang benar adalah ...
 - a. $f(-1) = 6$
 - b. $f(3) = 6$
 - c. $f(-2) = -6$
 - d. $f(2) = -6$

3. Diketahui $P = \{1, 2\}$ dan $Q = \{a, b, c\}$, banyaknya pemetaan yang dapat dibuat dari himpunan P ke himpunan Q adalah
 - a. 5
 - b. 6
 - c. 8
 - d. 9

4. Diketahui suatu fungsi g dengan rumus $g(x) = ax - 5$. Nilai fungsi g untuk $x = -1$ adalah 3. Nilai a yang memenuhi adalah ...
 - a. 8
 - b. 3
 - c. -3
 - d. -8

5. Suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = x^2 - 1$. Jika domain fungsi f adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$, maka kodomain f adalah ...
 - a. $\{y \mid -5 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - b. $\{y \mid -4 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - c. $\{y \mid 4 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$
 - d. $\{y \mid 3 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{R}\}$

6. Diketahui suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-2, 4), (-1, -3), (2, 6), (7, 10), (8, -5)\}$.
 - a. Tulislah himpunan A dan B .
 - b. Gambarlah koordinat Cartesius dari relasi tersebut.
 - c. Apakah relasi itu merupakan fungsi? Jelaskan!

7. Diketahui $A = \{a, b, c\}$ $B = \{-1, 0\}$
 - a. Buatlah semua pemetaan yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B
 - b. Tentukan banyaknya pemetaan yang dapat dibuat?

8. Diketahui suatu fungsi f dengan rumus $f(x) = 2x - 5$ dengan daerah asal $M = \{-5, -1, 2, 6, 8\}$.
 - a. Tentukan nilai fungsi f untuk $x = -5, x = 8$
 - b. Tentukan daerah hasil fungsi f .
 - c. Gambarlah grafik fungsi f pada koordinat Cartesius