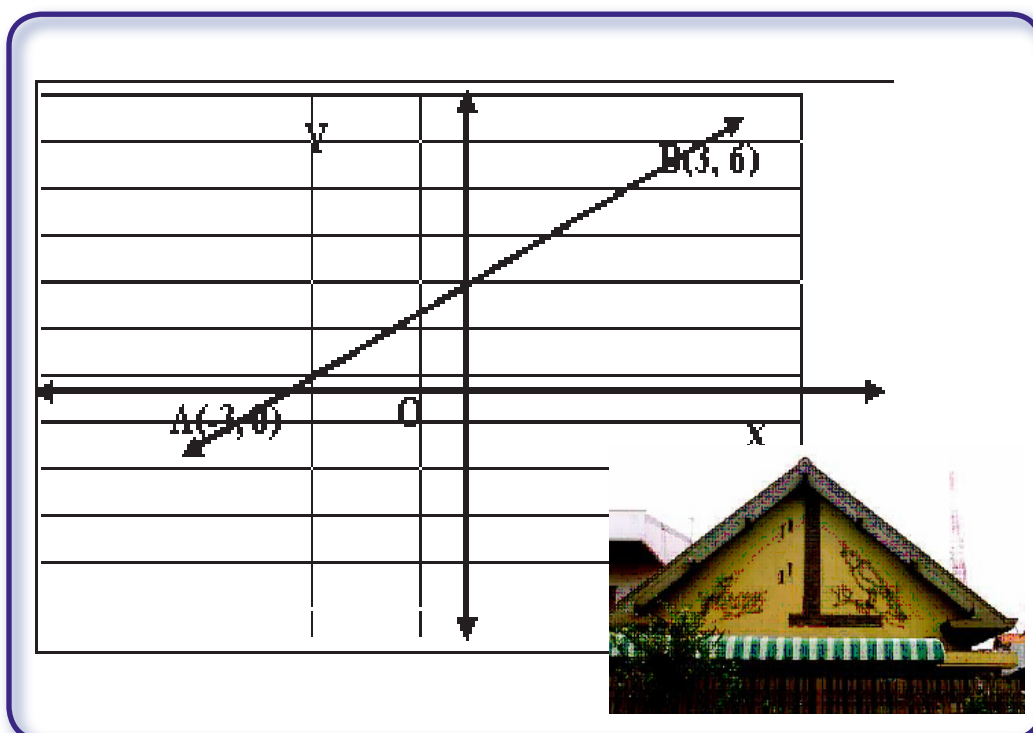


Bab 3

Persamaan Garis Lurus

Standar Kompetensi

Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus.



Kompetensi Dasar

1.4 Menentukan gradien, persamaan dan grafik garis lurus

3.1

Pengertian Persamaan Garis Lurus

Apa yang akan kamu pelajari?

- Persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk dan variabel.
- Menggambar garis $y=mx$ pada bidang Cartesius.
- Menggambar garis $y=mx + c$ pada bidang Cartesius.
- Menentukan persamaan garis jika diberikan grafiknya pada bidang Cartesius.

Kata Kunci:

- persamaan garis

Ingat !

Sisi pada bangun ruang berupa **bidang datar**, karena yang membatasi bagian dalam dan luar bangun ruang adalah bidang. Sedangkan *sisi* pada bangun datar berupa **garis**, karena yang membatasi bagian dalam dan bagian

Masih ingatkah kamu tentang fungsi? Jika $f(x) = 2x-3$, tentukan $f(-2)$. Pemahaman tentang fungsi diperlukan untuk dapat memahami materi pada Bab 3 ini dengan baik.

Bak Penampungan Air

Sebuah rumah mempunyai bak penampungan air yang diletakkan di halaman depan. Pada suatu hari, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi.

Hubungan antara volum air yang tertampung dengan waktu alir disajikan dalam tabel di samping.

Waktu alir (x) menit	Volum air yang tertampung pada bak mandi (y) liter
0	2
1	7
2	12
3	17
4	22
5	27

Misal x menyatakan lamanya air mengalir dan y menyatakan volum air dalam bak mandi. Relasi apakah yang dapat kita buat dari data tersebut?

Perhatikan bahwa pertambahan waktu adalah 1 menit (dari mana?), sedangkan pertambahan volume air adalah 5 liter (dari mana?)

Sekarang coba perhatikan relasi waktu dan volume air yang dinyatakan oleh diagram panah berikut:

$$\begin{aligned} 0 &\longrightarrow 2 + 0 \times 5 \\ 1 &\longrightarrow 7 = 2 + 1 \times 5 \\ 2 &\longrightarrow 12 = 7 + 5 = 2 + 2 \times 5 \\ 3 &\longrightarrow 17 = 12 + 5 = 2 + 3 \times 5 \\ 4 &\longrightarrow 22 = 17 + 5 = 2 + 4 \times 5 \\ 5 &\longrightarrow 27 = 22 + 5 = 2 + 5 \times 5 \end{aligned}$$

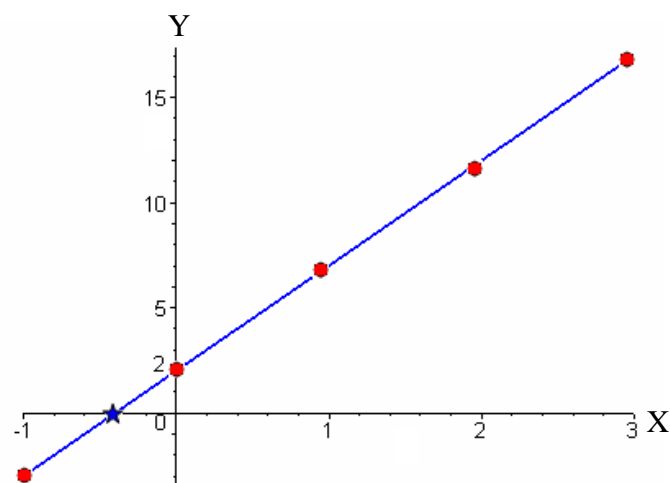
Sekarang apabila waktu alirnya adalah $x=t$ menit, berapa volume air (y) liter yang tertampung dalam bak mandi? Selanjutnya coba kamu gambar relasi yang dihasilkan di atas dalam koordinat Cartesius. Apabila titik-titik pada koordinat Cartesius kamu hubungkan, apa yang kamu peroleh?

Bila air mengalir selama 10 menit, berapakah volum air dalam bak mandi?

Bila volum bak mandi 75 liter, berapakah waktu yang diperlukan untuk mengalirkan air hingga bak mandi penuh?

Hasil yang kamu peroleh pada kegiatan di atas berupa fungsi dengan rumus $y = 5x + 2$. Grafik yang kamu peroleh pada koordinat Cartesius berupa garis lurus. Selanjutnya, apabila kamu menjumpai fungsi dengan bentuk $y = ax + b$, dalam koordinat Cartesius berupa garis lurus (coba lakukan percobaan dengan mengambil beberapa nilai a dan b). Oleh karena itu fungsi dengan bentuk $y = ax + b$ dinamakan **persamaan garis lurus** (kenapa?)

Perhatikan persamaan garis $y = 5x + 2$ yang kita peroleh di atas. Sekarang tunjukkan dalam koordinat Cartesius untuk persamaan garis tersebut untuk beberapa titik $x = -1, 0, 1, 2, 3$ dan hubungkan menjadi satu garis lurus, seperti gambar di bawah ini.



Berdasarkan pengamatanmu, apakah gambar garis tersebut memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada koordinat Cartesius? Kalau memotong, dimana titik potongnya?

Titik-titik perpotongan tersebut terjadi pada $x = 0$ dan $y = 0$. Sekarang mari kita amati lebih mendetil.

Pada $x = 0$ nilai fungsi $y = 5x + 2$ adalah $y = 5 \times 0 + 2 = 2$. Jadi titik potong berupa pasangan terurut $(0, 2)$.

Pada saat $y = 0$ persamaan fungsi tersebut menjadi $0 = 5x + 2$.

Dapatkah kamu mencari berapa nilai x ?

Titik potong kedua yang kita peroleh adalah $(-\frac{2}{5}, 0)$.

Ingat !

Kondisi $x = 0$, menyebabkan garis $y = 5x + 2$ memotong sumbu y . Seringkali dinamakan perpotongan garis dengan sumbu y .

Kondisi $y = 0$, menyebabkan garis $y = 5x + 2$ memotong sumbu x . Seringkali dinamakan perpotongan garis dengan sumbu x .

Sekarang untuk persamaan garis secara umum $y = ax + b$ dimana titik potong garis tersebut dengan sumbu-X? Titik potong garis tersebut dengan sumbu-Y?

Contoh :

Tentukan koordinat titik potong garis dengan persamaan $2y - 3x = -6$ terhadap sumbu-sumbu koordinat.

Jawab :

a. Garis akan memotong sumbu-X jika $y=0$. Maka diperoleh

$$2 \cdot (0) - 3x = -6.$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

Jadi Koordinat titik potong dengan sumbu-X adalah $(2, 0)$

b. Garis akan memotong sumbu-Y jika $x=0$. Maka diperoleh

$$2y = -6.$$

$$y = -3$$

Jadi Koordinat titik potong dengan sumbu-Y adalah $(0, -3)$

1. Tabel di samping kanan menunjukkan tinggi kecambah (dalam mm) dan lamanya masa tanam (dalam jam).

Lama masa tanam (dalam jam)	Tinggi Kecambah (mm)
1	1,5
2	3,0
3	4,5
4	6,0

- Misal y menyatakan tinggi tanaman setelah x jam masa tanam. Bagaimana kamu menyatakan hubungan tinggi tanaman (y) dengan lama masa tanam (x) ?
 - Gambarlah setiap pasangan titik (x, y) pada koordinat Cartesius.
 - Tariklah sebuah garis yang menghubungkan pasangan-pasangan titik tersebut.
 - Berapakah tinggi kecambah pada jam ke-9?
 - Dalam waktu berapa jam, kecambah akan mempunyai tinggi 10,5 mm?
2. **Mainan Mobil-mobilan**

Ditya mempunyai mainan mobil-mobilan yang digerakkan dengan baterai. Mobil-mobilan tersebut berada 5 cm dari tepi ruangan dan bergerak pada lantai ruangan dengan kecepatan konstan yaitu 12 cm untuk tiap detiknya.

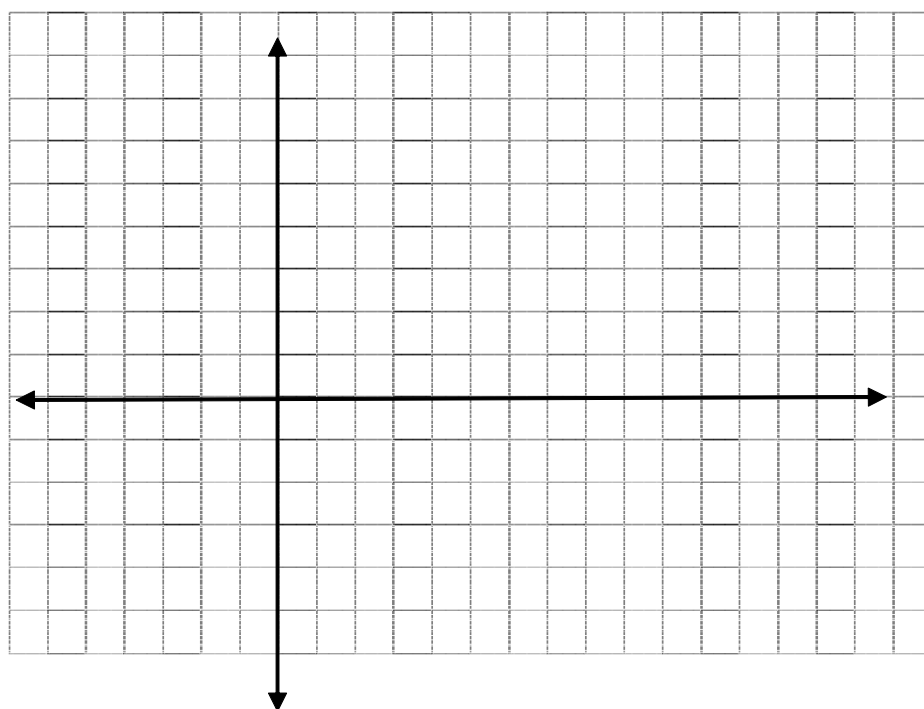


- Rumuskan jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan setelah t detik, jika jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan adalah s .

b. Lengkapilah tabel berikut

t	$12t$	$5 + 12t$	s	(t, s)
0
1
2
3
4

- c. Sebutkan dua sumbu yang saling tegak lurus pada koordinat Cartesius yang digunakan untuk menggambarkan masalah di atas!
- d. Gambarlah masing-masing pasangan titik (t, s) pada koordinat Cartesius.



- e. Tariklah sebuah garis yang melalui titik-titik tersebut.
- f. Tentukan koordinat titik potong garis tersebut dengan sumbu s !
- g. Berapakah jarak mobil-mobilan dari tepi ruangan setelah 4 detik?
- h. Dalam waktu berapa detik, mobil-mobilan akan berjarak 89 cm dari tepi ruangan?

3. *Nutrisi*

Persamaan $c = 12f + 180$ menjelaskan hubungan antara jumlah lemak f dalam gram dan jumlah kalori c dalam beberapa jenis makanan.

- a. Carilah titik potong garis tersebut dengan sumbu c !
- b. Gambarlah persamaan garis tersebut.
- c. Suatu jenis makanan mengandung 30 gram lemak. Berapa jumlah kalori makanan tersebut?

4. Tentukan titik potong dengan sumbu X , titik potong dengan sumbu Y dari tiap-tiap garis dengan persamaan berikut.

- a. $10x + 25y = 100$.
- b. $21x - 7y = 14$.

5. Gambarlah tiap-tiap garis dengan persamaan berikut.

- a. $y = -4x + 3$.
- b. $x + y = 8$.
- c. $3x + 7y = 0$.
- d. $y = \frac{1}{4}x + 6$.

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengenal pengertian dan menentukan gradien persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk.
- Menentukan gradien dari suatu garis yang melalui dua buah titik yang diketahui.
- Menentukan gradien garis-garis yang saling sejajar.
- Menentukan gradien garis-garis yang saling tegak lurus.
- Menentukan koordinat titik potong dua garis.

Kata Kunci:

- Kemiringan
- Ukuran Kemiringan
- Gradien

3.2.1 Ukuran Kemiringan

Kamu tentu pernah melihat atap rumah. Coba perhatikan gambar atap rumah di bawah ini.



Sumber : koleksi pribadi

(a) Gambar 3.7 (b)

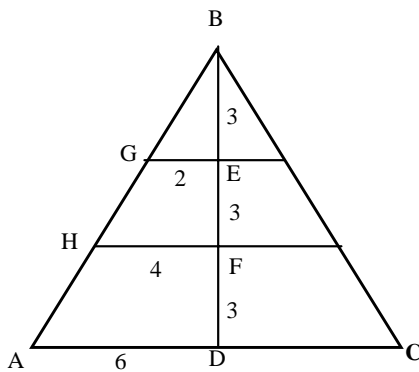
Mengapa atap rumah tersebut dibuat miring? Pada Gambar 3.7, atap rumah manakah yang tampak lebih miring? Gambar 3.7(a) atau Gambar 3.7(b)?

Masih banyak contoh benda-benda di sekelilingmu yang letaknya miring. Cobalah kamu sebutkan benda-benda tersebut.

Selanjutnya, kita akan mempelajari cara menentukan kemiringan suatu benda.

Pertama-tama, gambar atap rumah (a) di atas disederhanakan menjadi sebuah segitiga seperti pada Gambar 3.8 di samping.

Misal AB : atap bagian kiri
CB : atap bagian kanan
DB : tiang penyangga tegak
AC : alas penyangga mendatar

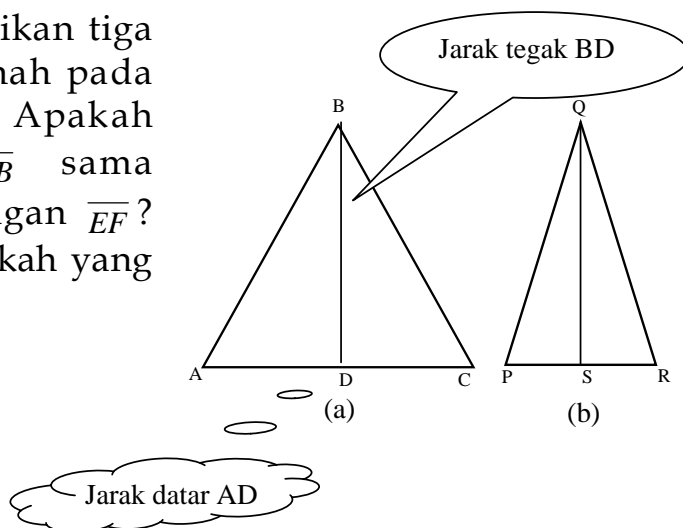


Gambar 3.8

Misal titik H dan G pada AB.

Apakah kemiringan \overline{AB} , \overline{HB} , dan \overline{GB} sama?

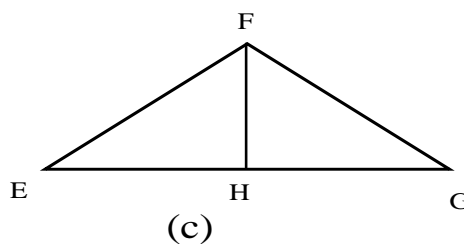
Sekarang perhatikan tiga model atap rumah pada Gambar 3.9. Apakah kemiringan \overline{AB} sama dengan kemiringan \overline{EF} ? Jika tidak, manakah yang lebih miring?



Misal atap pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(c) mempunyai panjang alas yang sama, yaitu $AC = EG$, tetapi kemiringannya berbeda. Mengapa kemiringannya berbeda?

Pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(c), tampak bahwa panjang tiang penyangganya tidak sama, atau $DB \neq HF$.

DB adalah perbedaan tinggi (**jarak tegak**) A dan B. HF adalah perbedaan tinggi E dan F. Jadi perbedaan tinggi dapat mempengaruhi kemiringan.



Gambar 3.9

Selanjutnya perhatikan Gambar 3.9(a) dan 3.9(b). Apakah kemiringan \overline{AB} sama dengan kemiringan \overline{PQ} ? Jika tidak, manakah yang lebih miring? Mengapa?

Panjang tiang penyangga atap pada Gambar 3.9(a) dan 3.9(b) adalah sama atau $DB = SQ$, tetapi mengapa kemiringan atap berbeda?

Jawabnya, karena panjang alas penyangganya tidak sama atau $AC \neq PR$. Akibatnya $AD \neq PS$. AD adalah perbedaan datar (**jarak datar**) A dan B. PS adalah perbedaan datar P dan Q. Ini menunjukkan bahwa kemiringan atap dipengaruhi oleh perbedaan datar.

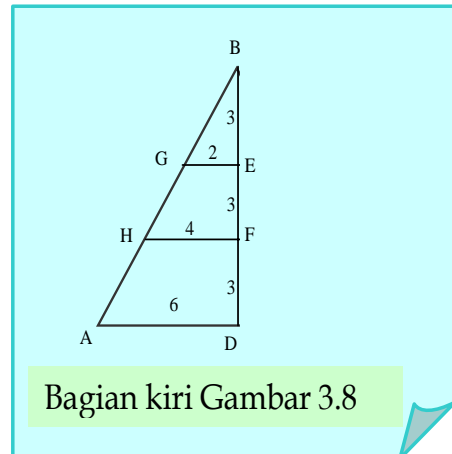
Jadi dapat disimpulkan bahwa kemiringan suatu benda dipengaruhi oleh perbedaan tinggi dan perbedaan datar.

Soal 1

Perhatikan gambar sebelah kiri pada gambar 3.8.

- Berapakah perbandingan BD dan AD?
- Berapakah perbandingan FB dan HF?
- Berapakah perbandingan EB dan GE?
- Apa kesimpulan yang kamu peroleh?

- Apakah $\frac{BD}{AD} = \frac{FB}{HF} = \frac{BE}{GE}$?
Apa artinya itu ?



Gambar 3.10

Nilai perbandingan pada bagian pertama adalah sama, yaitu 3:2. Demikian juga nilai perbandingan pada bagian kedua adalah sama, yaitu 3:2. Hal ini sesuai dengan kenyataan bahwa kemiringan \overline{AB} , \overline{HB} , dan \overline{GB} adalah sama. Ini menunjukkan bahwa nilai perbandingan di atas dapat dijadikan sebagai ukuran kemiringan suatu benda.

Coba selidiki kembali kemiringan \overline{AB} dan \overline{CB} pada Gambar 3.8 !

Apakah ukuran kemiringan \overline{AB} sama dengan \overline{CB} ? Jelaskan.

Untuk selanjutnya, disepakati bahwa ukuran kemiringan benda adalah sebagai berikut.

$$\text{Ukuran Kemiringan} = \frac{\text{besarnya Perbedaan tinggi}}{\text{besarnya Perbedaan datar}}$$

- Untuk menandai perbedaan arah kemiringan kita seapkati bahwa jika benda dari kiri ke kanan naik, ukuran kemiringannya bernilai **positif**.
- Sedangkan jika benda dari kiri ke kanan turun, ukuran kemiringannya **negatif**.
- Istilah yang digunakan dalam matematika untuk menggambarkan ukuran kemiringan adalah gradien (Jadi istilah ukuran kemiringan (gradien) ada pada kehidupan nyata. Contoh, ukuran kemiringan jembatan, kemiringan atap rumah.

Soal 2

Perhatikan kembali Gambar 3.7(a) dan Gambar 3.8.

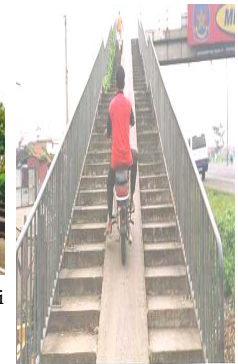
- Pada gambar 3.7 a. Menurut pendapatmu bagaimana kemiringan atap sebelah kiri dan atap sebelah kanan?
- Apa yang berbeda pada kedua atap itu?
- Bagaimana perbedaan dan kesamaan antara keduanya?

Soal 3

- Perhatikan gambar jembatan penyeberangan di samping ini. Gambar 3.11(b) adalah bagian dari jembatan sebelah kanan yang dilihat dari arah depan. Gambar ini dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 3.11(c). Jika $AB = 8$ m dan $BC = 5$ m, berapakah kemiringan jembatan penyeberangan itu?

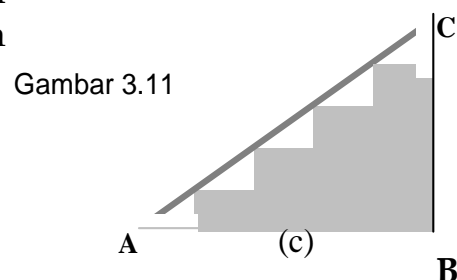


Sumber : koleksi pribadi
(a)



Sumber : koleksi pribadi

(b)



Gambar 3.11



Gradien

Perhatikan dua persamaan garis berikut

$$y = 2x + 2 \text{ dan } y = 5x + 2.$$

Sekarang amati persamaan garis tersebut untuk titik $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ dengan membuat diagram panah untuk masing-masing persamaan garis.

$$y = 2x + 2$$

$$0 \rightarrow y = 2 \times 0 + 2 = 2$$

$$1 \rightarrow y = 2 \times 1 + 2 = 4$$

$$2 \rightarrow y = 2 \times 2 + 2 = 6$$

$$3 \rightarrow y = 2 \times 3 + 2 = 8$$

$$4 \rightarrow y = 2 \times 4 + 2 = 10$$

$$5 \rightarrow y = 2 \times 5 + 2 = 12$$

$$y = 5x + 2$$

$$0 \rightarrow y = 5 \times 0 + 2 = 2$$

$$1 \rightarrow y = 5 \times 1 + 2 = 7$$

$$2 \rightarrow y = 5 \times 2 + 2 = 12$$

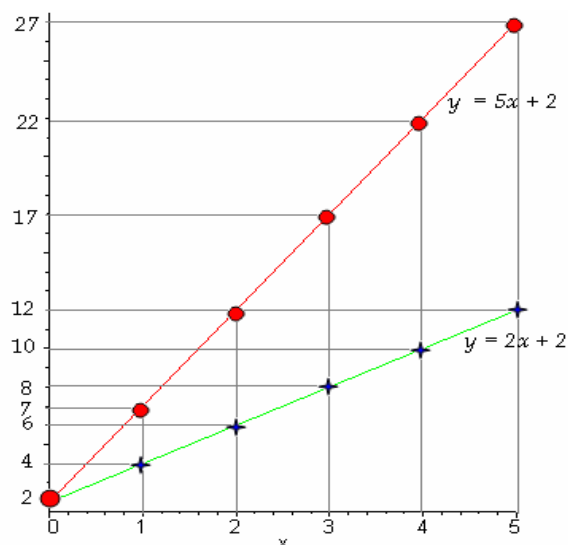
$$3 \rightarrow y = 5 \times 3 + 2 = 17$$

$$4 \rightarrow y = 5 \times 4 + 2 = 22$$

$$5 \rightarrow y = 5 \times 5 + 2 = 27$$

Sekarang bandingkan nilai y untuk masing-masing titik $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ pada kedua garis, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Sekarang, kamu gambar persamaan garis pada satu koordinat Cartesius yang sama,



Dari gambar garis tersebut, mana yang lebih landai? Bagaimana kamu menghitung kelandaian garis tersebut?

Contoh :

Perhatikan kembali grafik garis $y=5x + 2$. Dua titik yang dilaluinya adalah $A(2,12)$ dan $B(4,22)$. Selisih ordinatnya = $22-12=10$. Selisih absisnya $4-2 = 2$

$$\text{Gradien} = \frac{\text{Selisih ordinat}}{\text{Selisih absis}} = \frac{10}{2} = 5$$

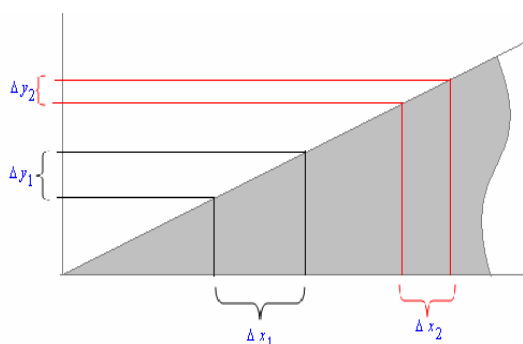
Garis dengan persamaan $ax + by = c$ mempunyai gradien

$$-\frac{a}{b}$$

Contoh :

Garis dengan persamaan $3x-2y=7$ mempunyai gradien $\frac{3}{2}$

Percobaan



Hitung sebarang selisih pada sumbu x dan selisih yang bersesuaian pada sumbu y pada grafik fungsi yang telah dibuat di atas, kemudian buat daftar berikut

Δx_0	Δy_0	$\frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$

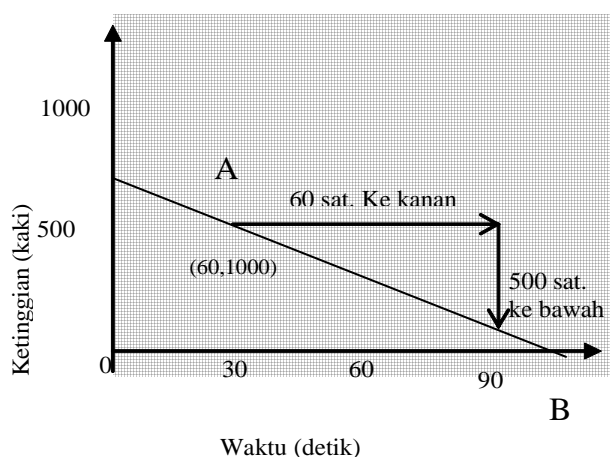
Apa yang kamu temukan terhadap percobaan tersebut?
 Kamu akan menemukan nilai perbandingan yang sama.
 Berapa nilai perbandingan untuk persamaan garis $y = 2x + 2$?
 Berapa nilai perbandingan untuk persamaan garis $y = 5x + 2$?

Untuk persamaan garis $y = ax + b$ nilai perbandingan $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$. Nilai perbandingan ini selanjutnya disebut **gradien** garis y .

Soal 4

Pesawat Terbang

Grafik berikut memodelkan ketinggian suatu pesawat dimulai dari saat roda dikeluarkan (waktu 0 detik) sampai saat pesawat mendarat.



Waktu (detik)

Gambar 3.12

Tentukan sebarang dua titik pada grafik, misal titik-titik tersebut adalah A dan B.

Gunakan titik-titik itu untuk mencari gradiennya.

- Berapa perbedaan ordinat A dan B?
- Berapa perbedaan absis A dan B?
- Berapa gradien garis tersebut?

Jelaskan apa arti gradien untuk masalah tersebut

Jadi dapat disimpulkan seperti berikut.

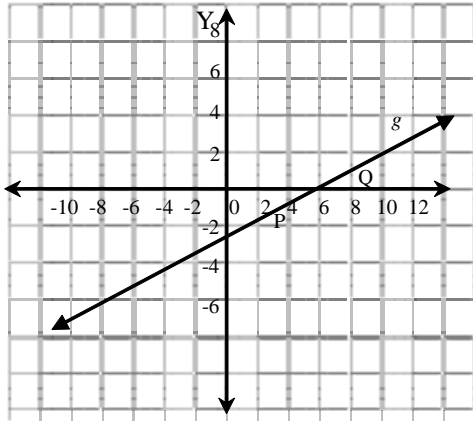
- Gradien $\overline{AB} = \frac{\text{ordinat } B - \text{ordinat } A}{\text{absis } B - \text{absis } A}$
 $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Sama halnya dengan arah kemiringan, jika diperoleh nilai gradien positif berarti arah garis dari kiri ke kanan naik dan jika diperoleh nilai gradien negatif berarti arah garis dari kiri ke kanan turun.

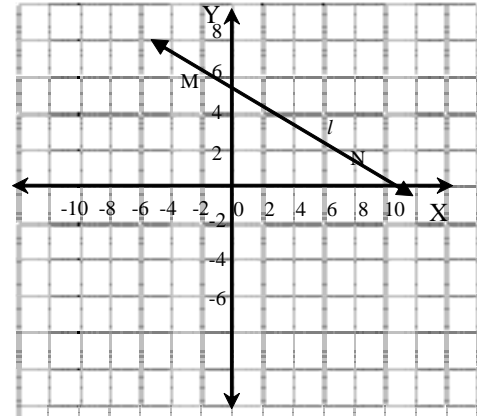
Soal 5

- Diketahui titik-titik A(2,-4) dan B(8,-2), tentukan gradien garis \overline{AB} .
- Tentukan gradien dari garis pada gambar berikut ini.

1).



2).



Soal 6

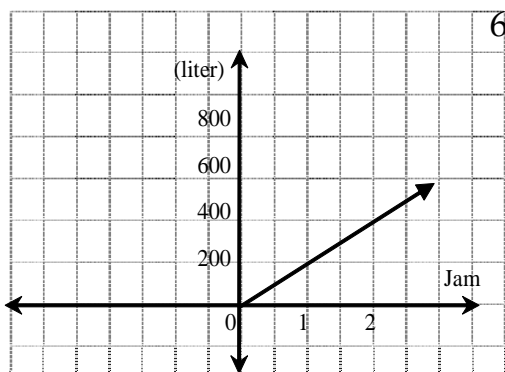
- Gambarlah pada satu diagram, garis-garis dengan persamaan $y = -x$, $y = x + 2$, dan $y = -x - 2$.
- Apakah ketiga garis itu sejajar?
- Tentukan gradien dari masing-masing garis di atas?

Soal 7

- Gambarlah pada satu diagram, garis-garis dengan persamaan $y = -2x$, $y = \frac{1}{2}x$, dan $y = -2x + 2$.
- Apakah garis $y = -2x$ tegak lurus $y = \frac{1}{2}x$? Bagaimana kamu mengetahuinya?
- Apakah garis $y = -2x + 2$ tegak lurus $y = \frac{1}{2}x$? Bagaimana kamu mengetahuinya?
- Dengan melihat (a), apa yang dapat kamu simpulkan tentang garis-garis dengan persamaan $y = -2x$ dan $y = -2x + 2$? Bagaimana gradien kedua garis tersebut?
- Dengan melihat (b), apa yang dapat kamu simpulkan? Bagaimana gradien dari kedua garis tersebut?
- Dengan melihat (c), apa yang dapat kamu simpulkan? Bagaimana gradien dari kedua garis?

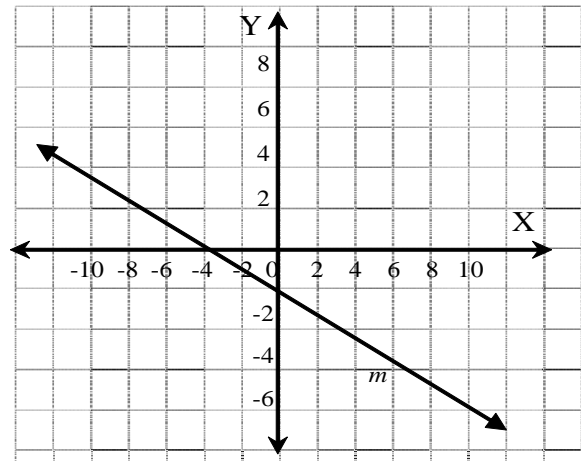
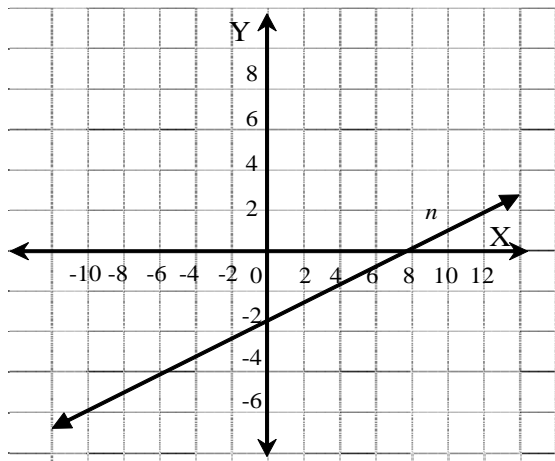
Latihan 3.2

1. Misalkan grafik dari suatu garis dengan gradien 12 menunjukkan hubungan antara ketinggian pesawat dan waktu terbang pada 12 detik pertama. Apa arti gradien dalam situasi ini?
2. Jika garis l dan m masing-masing mempunyai gradien $\frac{3}{4}$ dan $-\frac{3}{4}$, maka bagaimanakah posisi garis l dan garis m ? (Ukur dengan busur derajat, berapa derajat sudut yang dibentuk pada titik potongnya!)
3. Jika sudut kemiringan suatu jalan 45° , berapakah gradien dari jalan tersebut?
4. **Berpikir Kritis.** Apa yang akan Anda alami jika berjalan melalui jalan yang gradiennya cukup besar? Dimana lebih cepat lelah berjalan pada jalan yang datar yang gradiennya nol atau berjalan pada jalan yang gradiennya lebih dari nol?
5.
 - a. Gambarlah dua garis yang sejajar dengan sumbu-X.
 - b. Hitung gradien dari masing-masing garis tersebut.
 - c. Apakah gradien kedua garis tersebut sama atau berbeda?
 - d. Berapa gradien garis yang sejajar dengan sumbu-Y.



6. Grafik di samping menunjukkan hubungan antara waktu dan banyaknya air yang mengalir dari satu kran air. Jika kita memerlukan air 2000 liter dalam waktu 2 jam, berapa buah kran yang harus dibuka?
7. Carilah gradien dari garis yang melalui setiap pasangan titik berikut.
 - a. $(-8,0)$ dan $(1,5)$
 - b. $(\frac{1}{2}, 8)$ dan $(1,-2)$
 - c. $(8,3)$ dan $(4,3)$
 - d. $(4,-1)$ dan $(4,7)$
 - e. $(9,-2)$ dan $(3,4)$

8. Berapakah gradien dari garis berikut.



9. Apakah pernyataan berikut “*benar*” atau “*salah*”?
Jelaskan!
“Semua garis horisontal mempunyai gradien yang sama”.
10. Apakah setiap tiga titik berikut terletak pada satu garis atau tidak? Jelaskan!
- $A(3,5)$, $B(-1,3)$, $C(7,7)$
 - $L(6,4)$, $M(3,2)$, $N(0,0)$
 - $P(4,1)$, $Q(-1,5)$, $R(1,2)$
11. Seorang anak menyatakan bahwa gradien garis yang melalui titik $(1,7)$ dan $(3,9)$ sama dengan $\frac{1-9}{7-3}$. Apakah ini benar? Jelaskan!

3.3

Menentukan Gradien dengan Menghitung Satuan

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menentukan gradien dengan menghitung satuan.
- Menggambar garis jika gradien dan suatu titik pada garis diketahui.

Kata Kunci:

- Gradien
- Garis

Pada materi sebelumnya telah dijelaskan cara menentukan gradien suatu garis dengan menggunakan koordinat, yaitu dengan cara memilih dua titik sebarang pada garis tersebut misalkan titik

$$A(x_1, y_1) \text{ dan } B(x_2, y_2).$$

Selanjutnya gradien garis tersebut diperoleh dari gradien garis AB.

$$\text{Gradien garis AB} = \frac{\text{ordinat B} - \text{ordinat A}}{\text{absis B} - \text{absis A}}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ada cara lain untuk menentukan gradien suatu garis yaitu dengan cara menghitung satuan.

$$\text{Gradien} = \frac{\text{besarnya perbedaan tinggi}}{\text{besarnya perbedaan datar}}$$

besarnya perbedaan tinggi dipandang **negatif** bila garis dari kiri turun ke kanan.

Misal : gradien = m

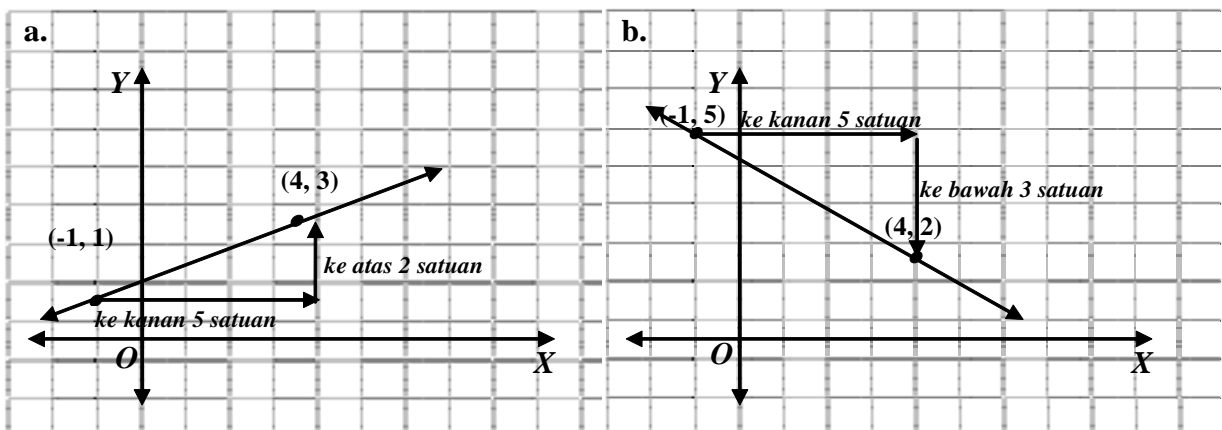
Besarnya perbedaan tinggi = y

Besarnya perbedaan datar = x

$$\text{Maka } m = \frac{y}{x}$$

Soal 1

Carilah gradien masing-masing garis berikut

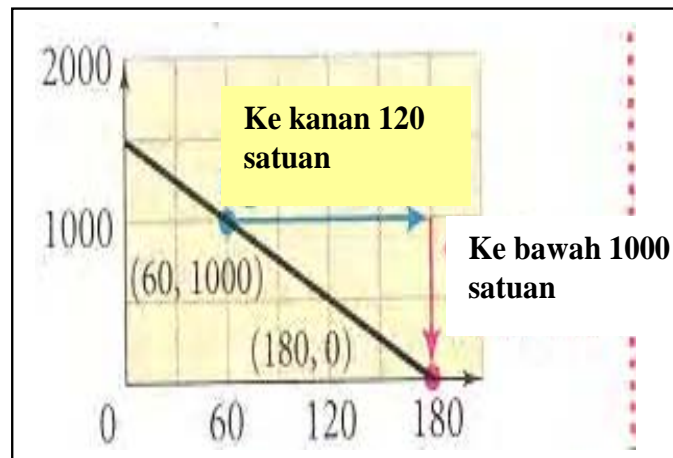


Soal 2

Dunia Nyata



Sumber : <http://noefieman.com/wp-content>



Pesawat Terbang. Grafik di atas memodelkan ketinggian suatu pesawat dimulai dari saat roda dikeluarkan (waktu 0 detik) sampai saat pesawat mendarat.

- Tentukan sebarang dua titik pada grafik!
- Dengan menggunakan titik-titik tersebut carilah gradiennya!
- Bila telah diperoleh gradiennya jelaskan apa arti gradien dalam masalah ini!

Menggambar Suatu Garis jika Gradien dan Suatu Titik yang Dilaluinya Diketahui.

Soal 3

Diketahui sebuah garis lurus melalui titik $(1, 2)$ dan gradiennya $-\frac{3}{2}$.

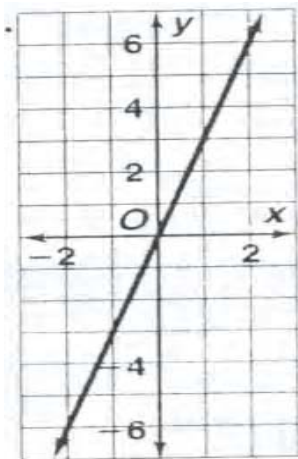
- Gambarlah titik $(1, 2)$ pada koordinat Cartesius!
- Bagaimanakah caramu menggambar garis itu?

Untuk mencari **gradien** suatu garis bila diketahui grafiknya adalah

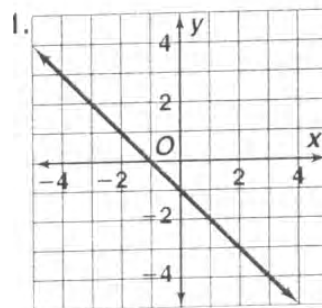
- Langkah 1
Tentukan sebarang dua titik pada grafik
- Langkah 2
Ukurlah perbedaan tinggi dan perbedaan datarnya
- Langkah 3
Tentukan gradien dengan rumus

Latihan 3.3

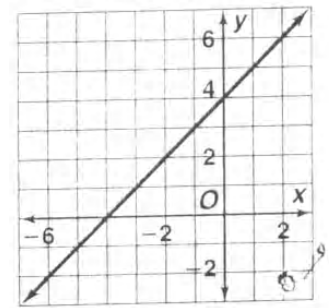
Lengkapilah isian berikut, kemudian carilah gradien tiap-tiap garis



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



Gradien = $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

4. Gambarlah suatu garis lurus dengan gradien $\frac{1}{2}$ dan melalui titik (2, -4).

Penyelesaian

- a. Gambar titik (2, -4) pada bidang Cartesius
- b. Carilah titik lainnya pada garis dengan menggunakan gradien $\frac{1}{2}$ dari titik (2, -4), naik satuan ke atas, kemudian satuan ke kanan sehingga diperoleh titik (.....,.....).
- c. Tariklah sebuah garis yang melalui kedua titik tersebut!

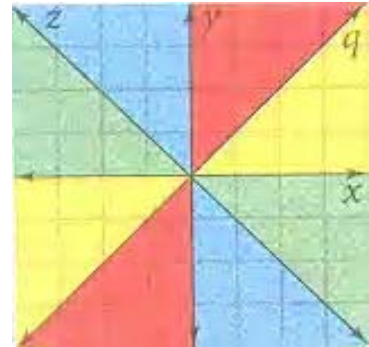
5. Gambarlah suatu garis lurus dengan gradien -2 dan melalui titik $(0, -2)$.

Penyelesaian

- Gambarlah titik $(0, -2)$ pada koordinat kartesius.
- Carilah titik lainnya pada garis dengan menggunakan gradien -2 dari titik $(0, -2)$, turun satuan ke bawah, kemudian.....satuan ke kanan sehingga diperoleh titik (\dots, \dots) .
- Tariklah sebuah garis yang melalui kedua titik tersebut.

6. Lihatlah diagram di sebelah kanan.

- Berapakah gradien garis q ?
- Berapakah gradien garis z ?



7. Carilah gradien garis yang melalui pasangan titik-titik berikut dengan cara menghitung satuan.

- | | |
|------------------------|----------------------|
| a. $(8, 0), (1, 5)$ | b. $(8, 3), (-4, 3)$ |
| c. $(-5, -5), (-9, 1)$ | d. $(4, -1), (4, 7)$ |

8. Gambarlah suatu garis jika gradien dan suatu titik yang dilaluinya diketahui sebagai berikut.

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|
| a. $(0, 4)$, gradien $\frac{1}{2}$ | b. $(-2, 1)$, gradien -2 |
| c. $(-5, -2)$, gradien $\frac{3}{4}$ | |

9. Coba periksa masing-masing pernyataan berikut apakah benar atau salah? Jelaskan jawabanmu!

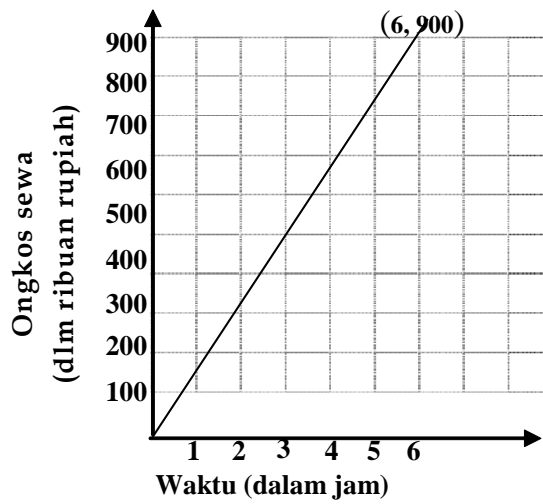
- Semua garis mendatar mempunyai gradien yang sama besarnya.
- Gradien garis tegak selalu bernilai negatif.

10. **Komidi putar.** Grafik berikut memperlihatkan berapa ongkos sewa komidi putar pada suatu pasar malam.

Berapa gradien garis? Bilangan gradien garis tersebut menunjukkan apa?



Sumber : www.indosiar.com



- b. Bila seseorang ingin naik komidi putar dan ia membayar Rp. 2.500,00 berapa jumlah penumpang lain yang dibutuhkan untuk dapat menutupi ongkos sewa komidi putar untuk pertunjukkan setiap jamnya?

3.4

Menentukan Persamaan Garis Lurus

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan titik potong terhadap sumbu-Y.
- Menentukan persamaan garis jika diketahui gradien dan koordinat titik yang dilalui
- Menentukan persamaan garis jika diketahui koordinat dua titik yang dilalui
- Menentukan syarat dua garis sejajar, berpotongan dan berimpit
- Menentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$.

Kata Kunci:

- Gradien

Negara kita kaya akan tempat-tempat wisata yang indah. Kota Malang, terletak di Jawa Timur, kurang lebih 80 km dari ibu kota propinsi Surabaya.

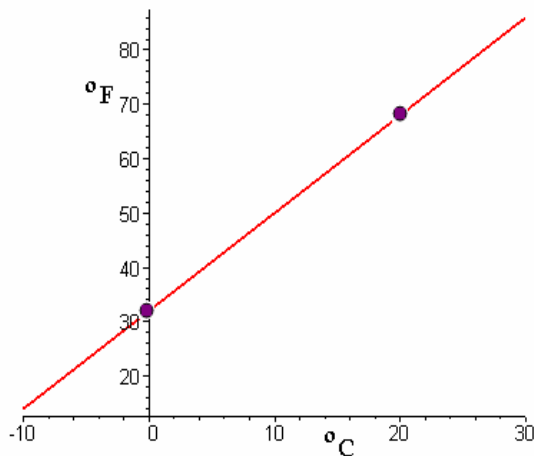


Sumber : koleksi pribadi

Gambar 3.13

Kota Malang terkenal akan hawa yang sejuk, dan buah apelnya. Suhu udara di Kota Malang berkisar antara 28° - 30° Celcius. Di Indonesia kita menggunakan satuan derajat Celsius untuk mencatat suhu udara suatu tempat, sedangkan di negara lain seperti Amerika Serikat ukuran suhu menggunakan derajat Fahrenheit. Bila pada bulan September suhu Kota Malang 28° Celcius, suhu tersebut setara dengan berapa derajat suhu Fahrenheit?

Soal 1



Grafik di sebelah kiri memperlihatkan hubungan antara suhu dalam Celsius dan suhu dalam Fahrenheit. Titik potong terhadap sumbu Y adalah 32, yang menunjukkan suhu dimana air membeku. Pada suhu 20°C setara dengan 68°F

- Tentukanlah gradien garis tersebut!
- Bila gradiennya telah didapat dan titik potong garis dengan sumbu Y diketahui, tentukanlah persamaan garisnya!
- Dengan menggunakan persamaan garis yang telah kamu peroleh tadi, carilah berapa derajat suhu Fahrenheit setara dengan 31° Celsius?

1. Menentukan Persamaan Garis jika diketahui gradien m dan suatu titik pada garis

Misalkan persamaan garis yang dimaksud adalah $y = mx + c$ dan $P_1(x_1, y_1)$ pada garis tersebut. Untuk $x = x_1$ dan $y = y_1$ diperoleh $y_1 = m x_1 + c$ atau $c = y_1 - m x_1$.

Kemudian $c = y_1 - m x_1$ disubstitusikan pada persamaan $y = mx + c$ sehingga diperoleh:

$$y = mx + (y_1 - m x_1)$$

$$y = m x - m x_1 + y_1$$

$$\Leftrightarrow y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{y - y_1}{x - x_1}, \text{ di mana } y - y_1 \text{ selisih ordinat titik } P(x, y)$$

dengan titik $P_1(x_1, y_1)$ dan $x - x_1$ selisih absis titik $P(x, y)$ dengan titik $P_1(x_1, y_1)$.

Contoh 1

Tuliskan persamaan garis yang memiliki gradien -2 dan memotong titik $(4, 10)$!

Untuk menjawab soal tersebut Rini dan Toni menggunakan cara berbeda.

Cara Rini

Gunakan rumus $y - y_1 = m(x - x_1)$

Sehingga diperoleh $y - 10 = -2(x - 4)$ atau $y = -2x + 18$

Cara Toni

Kita tahu gradien garis adalah -2 (atau $m = -2$), substitusikan $m = -2$ pada persamaan $y = mx + c$

Titik $(4, 10)$ pada garis. Substitusikan koordinat titik tersebut pada persamaan untuk mengetahui nilai c

$$y = -2x + c$$

$$10 = -2(4) + c$$

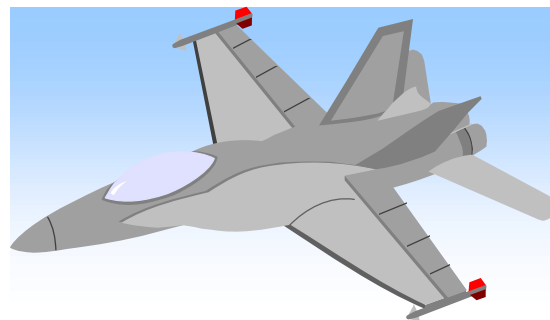
$$10 = -8 + c \quad \text{atau} \quad c = 18$$

Jadi persamaan garis yang dimaksud adalah $y = -2x + 18$.

Bandingkan kedua cara tersebut! Apakah mereka memperoleh hasil yang sama?

Soal 3

Pesawat Terbang

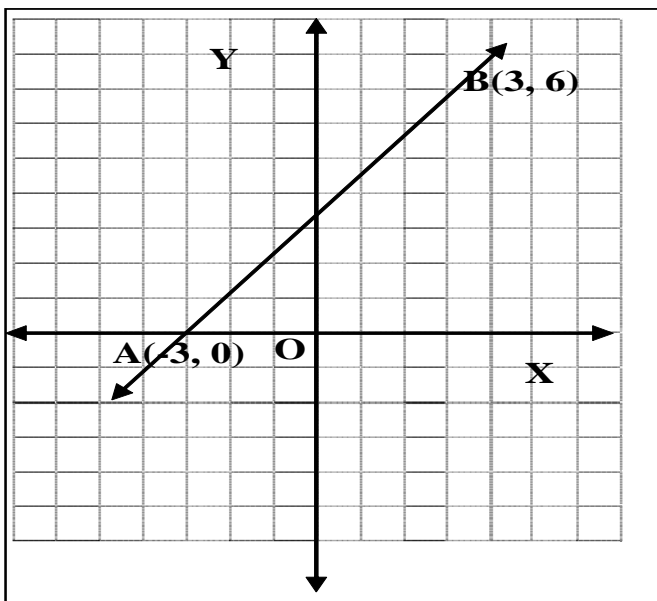


Sebuah pesawat terbang akan mendarat di bandara. Mulai roda keluar (0 detik) hingga mendarat, pesawat tersebut membentuk garis lurus dengan kemiringan (gradien) -3 . Pada saat 2 detik sesudah roda dikeluarkan, pesawat tersebut berada pada ketinggian 700 m dari atas tanah.

- Tuliskan persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara waktu dan ketinggian pesawat.
- Buatlah sebuah tabel yang sesuai dengan (a)
- Gambarlah grafiknya!
- Berapakah ketinggian pesawat di atas tanah, pada saat 8 detik sesudah roda keluar?
- Pada detik berapa pesawat menyentuh lantai? Bagaimana caramu menemukan hasil tersebut?
- Pada detik berapa pesawat mempunyai ketinggian 550 m di atas tanah?

2. Menentukan Persamaan Garis jika diketahui koordinat dua titik pada garis

Contoh 2



Tentukan persamaan garis s , jika diketahui titik $A(-3, 0)$ dan $B(3, 6)$ pada garis s

Jawab:

Langkah pertama

carilah gradien garis s dengan menggunakan dua titik yang diketahui yaitu titik $A(-3, 0)$ dan titik $B(3, 6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{3 - (-3)} = \frac{6}{6} \text{ atau } 1$$

Langkah kedua

Sesudah kita peroleh gradien garis, pilihlah salah satu titik diantara dua titik pada garis tadi misalnya titik $B(3, 6)$ kemudian substitusikan pada persamaan:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ sehingga diperoleh}$$

$$y - 6 = 1(x - 3) \text{ atau } y = x + 3$$

Jadi persamaan garis yang diminta yaitu $y = x + 3$.

Coba kamu pilih titik $A(-3, 0)$, dan cari persamaan garis s ! Bandingkan hasilnya. Simpulan apa yang kamu peroleh?

Soal 3



Perusahaan Penerbitan

Suatu perusahaan penerbitan majalah mingguan pada tahun 1998 yaitu tahun pertama operasi penerbitan memperoleh keuntungan bersih 3 miliar rupiah, sedangkan pada tahun 2000 memperoleh keuntungan 25 miliar rupiah. Misal kenaikan keuntungan tiap tahunnya tetap (konstan).

- Tulislah persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara keuntungan (dalam miliar rupiah) dan waktu dalam tahun!
- Tulislah titik-titik yang sesuai dengan persamaan pada soal a) dalam sebuah tabel!
- Gambarlah grafiknya!
- Berapakah keuntungan perusahaan setelah 8 tahun beroperasi?

3. *Menentukan Koordinat Titik Potong Dua Garis*

Posisi dua buah garis dalam bidang, ada tiga kemungkinan; yaitu saling sejajar, berpotongan dan berimpit. Jika kedua garis saling berpotongan, maka kamu dapat menentukan koordinat titik potong kedua garis tersebut.

Soal 4

Diketahui dua garis k dan m dengan persamaan, $y = 3x + 5$ dan $2y = 7x + 12$.

- Gambarlah kedua garis pada koordinat Cartesius!
- Apakah kedua garis saling berpotongan?
- Dengan melihat grafik (a), tentukan koordinat titik potong tersebut!

Soal 5

Garis g mempunyai gradien 2 dan melalui titik $A(-1, 1)$ dan garis h mempunyai gradien 3 dan melalui titik $(2, 13)$

- Tentukan persamaan garis g dan persamaan garis h !
- Gambarlah kedua garis pada koordinat Cartesius!
- Apakah kedua garis saling berpotongan?
- Tentukan koordinat titik potongnya!

4. *Menentukan Persamaan Garis yang sejajar dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$*

Soal 6

Diketahui dua buah garis p dan q dengan persamaan $y = 3x + 2$ dan $y = 3x - 5$.

- Gambar kedua garis p dan q pada koordinat Cartesius.
- Bagaimana gradien dari garis p dan q ?
- Dengan melihat kedua gambar tersebut, apa yang dapat kamu simpulkan?

Apakah kedua garis tersebut sejajar? Jelaskan!

Soal 7

Diketahui dua buah garis k dengan persamaan $y = 2x + 3$ dan garis h yang melalui titik $(3, 9)$ dan sejajar garis k .

- Gambar kedua garis k dan h pada koordinat Cartesius.
- Bagaimana gradien dari garis k dan h ?
- Dengan melihat kedua gambar tersebut, apa yang dapat kamu simpulkan? Apakah kedua garis tersebut berimpit? Jelaskan!

Dua garis lurus p dan q dikatakan sejajar satu sama lain bila p dan q terletak dalam satu bidang datar, dan tidak berpotongan meskipun diperpanjang. **Dua garis p dan q sejajar, maka gradiennya sama.**

Dua garis p dan q berimpit, mempunyai persamaan garis yang sama dan gradien yang sama pula.

Soal 8

Diketahui persamaan garis g sejajar dengan garis $y = 2x + 3$ dan melalui titik $(4, 3)$.

- Berapakah gradien garis $y = 2x + 3$?
- Berapakah gradien garis g ?
- Tentukanlah persamaan garis g !

5. Menentukan Persamaan Garis yang Tegak Lurus dengan garis l dan melalui titik $P(x, y)$

Soal 9

Gambarlah dua buah garis g dan h dengan persamaan $y = 2x + 1$ dan $2y = -x + 5$ pada koordinat Cartesius!

- Tentukan gradien garis g dan gradien garis h .
- Berapakah hasil kali gradien garis g dan gradien garis h ?
- Apakah garis g berpotongan dengan garis h ? Jika berpotongan, tentukan koordinat titik potongnya!
- Tentukan sudut yang membentuk kedua garis tersebut! Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Dua garis lurus p dan q saling tegak lurus, maka hasil kali gradien garis p dan gradien garis q adalah -1 .

Soal 10

Tuliskan persamaan garis k yang melalui titik $(6, -3)$ dan tegak lurus pada garis $y = 4x - 1$.

- Berapakah gradien garis $y = 4x - 1$?
- Apakah gradien garis k sama dengan gradien garis $y = 4x - 1$? Jelaskan jawabanmu!
- Tentukanlah persamaan garis k ! Bagaimana cara memperoleh jawaban tersebut?

1. Jelaskan bagaimana cara menentukan persamaan garis yang memiliki gradien 3 dan ordinat titik potongnya terhadap sumbu Y adalah -10
2. Tulislah persamaan garis jika ditentukan gradien dan koordinat titik yang dilalui garis tersebut sebagai berikut.
 - a. Gradien 4 dan melalui titik (1, 5).
 - b. Gradien $-\frac{1}{3}$ dan melalui titik (-2, 4)
3. Tentukan persamaan garis h jika diketahui titik (2, -3) dan (-1, -9) pada garis h.
4. **Uang Tabungan** Dira memiliki uang tabungan di bank sebesar 500 ribu rupiah dan memperoleh bunga sebesar 4 ribu rupiah setiap bulannya. Tulis pasangan titik yang memperlihatkan berapa banyak uang (dalam ribuan rupiah) yang dimiliki Dira setelah 2 bulan dan setelah 4 bulan jika dia menyimpan seluruh uangnya. Tuliskan persamaan garis yang menunjukkan hubungan antara banyak uang yang dimiliki (dalam ribuan rupiah) dengan waktu (dalam bulan)
(petunjuk: gambar dahulu titik-titiknya pada bidang koordinat kemudian gunakan gambar tersebut untuk menulis persamaan garis)
5. Tentukan persamaan garis g, jika garis g:
 - a. Sejajar dengan garis $y = 5x - 2$ dan melalui titik (4, 0).
 - b. Sejajar dengan sumbu Y dan melalui titik (4, -3).
6. Tulislah persamaan garis yang memenuhi keadaan
 - a. tegak lurus pada sumbu Y dan melalui titik (-5, 10)
 - b. tegak lurus pada garis $y = \frac{1}{2}x - 5$ dan melalui titik (4, -1)
7. Diketahui persamaan garis $6x - 4y = 3$ Carilah gradien dan titik potong terhadap sumbu-Y dari garis tersebut.

8. Segitiga ABC siku-siku di B , $\angle ABC$ letaknya di sebelah kanan. Jika koordinat titik A dan B berturut-turut adalah (4, 6) dan (5, 8) tulislah persamaan garis BC.
9. Garis a memiliki gradien $-\frac{3}{5}$ dan melalui titik (6, 3). Garis b tegak lurus terhadap garis a . Tuliskan persamaan garis b jika garis a dan b mempunyai ordinat titik potong terhadap sumbu X yang sama.
10. Tentukan titik potong antara garis $x + 2y = 5$ dan $y = 3x - 8$

Refleksi

Setelah mempelajari Bab 3 coba kamu ingat, adakah bagian yang belum kamu fahami? Jika ada, coba pelajari kembali atau diskusikan dengan temanmu!

Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu fahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu fahami.

Coba kamu jelaskan,

- a. arti gradien suatu garis
- b. bagaimana cara menentukan persamaan garis yang diketahui koordinat dua titik yang dilaluinya
- c. bagaimana cara menentukan persamaan garis yang diketahui gradiennya dan koordinat titik yang dilaluinya.
- d. syarat dua garis yang tegak lurus, sejajar.

Pada saat pembelajaran apakah kamu merasakan tidak senang karena takut, jemu, sulit memahami ataukah merasakan senang? Sampaikan hal itu kepada Bapak/Ibu guru.

Rangkuman

1. Jika $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, maka

$$\text{Gradien garis AB} = \frac{\text{ordinat B} - \text{ordinat A}}{\text{absis B} - \text{absis A}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2. Persamaan garis yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan bergradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
3. Persamaan garis yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$

$$\text{adalah } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

4. Dua garis yang sejajar gradiennya sama
5. Dua garis yang tegak lurus hasil kali gradiennya sama dengan -1 .

Untuk nomor 1 sampai 5 pilihlah satu jawaban yang benar.

1. Jika suatu garis mempunyai persamaan $2x - 4y = 12$, pernyataan berikut yang benar adalah . . .
 - a. garis itu memotong sumbu-X di $(-6, 0)$
 - b. garis itu memotong sumbu-X di $(0, -3)$
 - c. garis itu memotong sumbu-Y di $(6, 0)$
 - d. garis itu memotong sumbu-Y di $(0, -3)$
2. Gradien garis dengan persamaan $-3x + 9 = 5y + 3$ adalah . . .
 - a. -3
 - b. $-\frac{5}{3}$
 - c. $-\frac{3}{5}$
 - d. 5
3. Gradien garis yang melalui titik $(2, -5)$ dan $(4, 6)$ adalah . . .
 - a. $-5\frac{1}{2}$
 - b. $-\frac{2}{11}$
 - c. $\frac{2}{11}$
 - d. $\frac{11}{2}$
4. Garis yang melalui titik $A(-1, 4)$ dan $B(2, 5)$ sejajar dengan garis . . .
 - a. $-3x + y - 8 = 0$
 - b. $3y - x + 5 = 0$
 - c. $2y + 3x = 3$
 - d. $4x + 2y = 0$
5. Pasangan garis berikut yang tegak lurus adalah . . .
 - a. $3x + 2y = 7$ dan $-2x + 3y = 4$
 - b. $4y = 5x + 7$ dan $-4x + 5y + 2 = 0$
 - c. $y = -3x - 9$ dan $y = 3x + 5$
 - d. $y = 2x + 3$ dan $y = \frac{1}{2}x - 12$

Untuk soal nomor 6 sampai 10 kerjakan disertai dengan langkah-langkahnya.

6. Gambarlah garis dengan persamaan berikut.
 - a. $y = 2x + 6$
 - b. $x + 3y = 9$; $x + y = 8$ (gambar pada satu sumbu koordinat)

7. Tentukan persamaan garis yang gradien dan titik yang dilaluinya diketahui berikut ini.
- (4, 5); gradien -2
 - (-3, 6); gradien $\frac{1}{2}$
 - (-3, 8); gradien 3
8. Tentukan persamaan garis yang melalui
- (3, 5) dan (-2, 5)
 - (-1, 3) dan (3, 4)
 - (4, -2) dan (5, -1)
9. Segitiga ABC siku-siku di A(2, 3). Jika titik C(-2, 4), tentukan persamaan garis yang melalui titik A dan titik B.
- 10.a. Tentukan persamaan garis yang melalui titik A(-2, 5) dan sejajar dengan garis $-3x + 4y = -7$
- Tentukan persamaan garis yang melalui titik K(4, -3) dan tegak lurus dengan garis $5x - 6y + 2 = 0$

