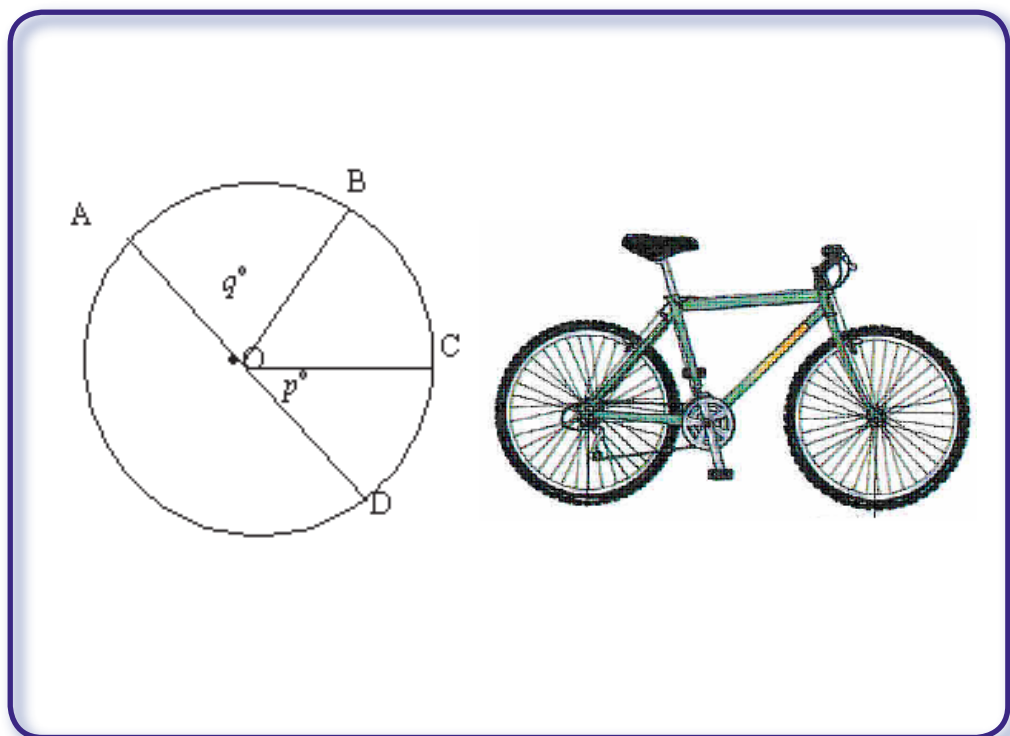


Bab 6

Lingkaran

Standar Kompetensi

Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya



Kompetensi Dasar

- 4.1 Menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran
- 4.2 Menghitung keliling dan luas bidang lingkaran
- 4.3 Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah
- 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- 4.5 Melukis lingkaran dalam dan lingkaran luar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Unsur-unsur lingkaran
- Pendekatan nilai π

Kata Kunci:

- Lingkaran
- Keliling lingkaran
- Pusat lingkaran
- Jari-jari lingkaran
- Diameter lingkaran
- Talibusur lingkaran
- Juring lingkaran
- Tembereng lingkaran



Unsur-Unsur Lingkaran

Pernahkah kamu naik sepeda?



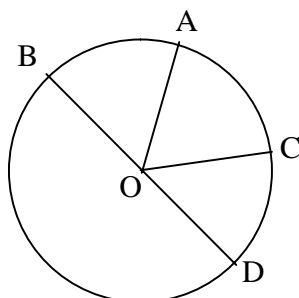
1. Berbentuk apakah roda sepeda itu?
Coba kamu sebutkan benda-benda di sekelilingmu yang mempunyai bentuk seperti roda sepeda.

2. Jika roda sepeda diputar, adakah bagian yang tidak bergerak?

Disebut apakah bagian itu?

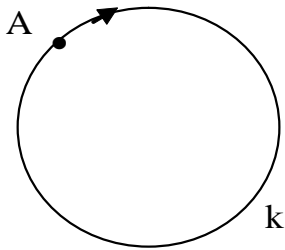
Perhatikan jeruji sepeda, adakah jeruji yang panjangnya tidak sama?

Jika roda sepeda tersebut berbentuk lingkaran, disebut apakah bagian yang tidak bergerak dan jeruji sepeda itu?



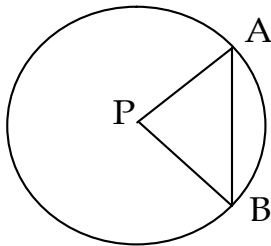
Gambar 6.1

3. Gambar 6.1 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat O. Titik A terletak pada lingkaran.
 - a. Ada berapa titik yang terletak pada lingkaran?
 - b. Apakah jarak titik A, B, C, dan D ke O sama?
 - c. Coba sebutkan suatu pengertian lingkaran (menurut pendapatmu).
 - d. Menurutmu, apa nama yang tepat untuk \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , dan \overline{OD} dan apa nama yang tepat untuk \overline{BD} ?



Gambar 6.2

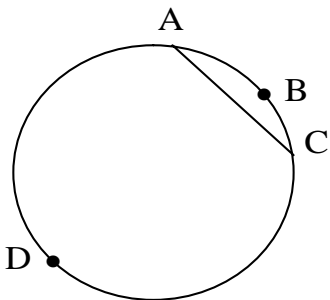
4. Perhatikan gambar 6.2 di samping. Jika kamu berjalan searah putaran jarum jam dari titik A menelusuri lingkaran dan kembali ke titik A, maka panjang lintasan yang dilalui itu dinamakan **keliling lingkaran (K)**.



Gambar 6.3

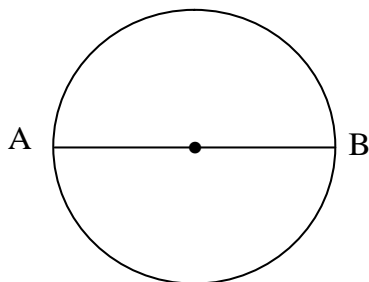
Perhatikan gambar 6.3 di samping. **Sudut pusat** adalah sudut di dalam lingkaran yang titik sudutnya adalah titik pusat lingkaran. $\angle APB$ adalah sudut pusat lingkaran. Gambarlah sudut pusat yang lain. Ada berapa sudut pusat yang dapat kamu gambar?

\overline{AB} adalah **tali busur lingkaran**. Gambarlah tali busur yang lain. Ada berapa tali busur yang dapat kamu buat? Sebutkan dengan kata-katamu sendiri pengertian tali busur!



Gambar 6.4

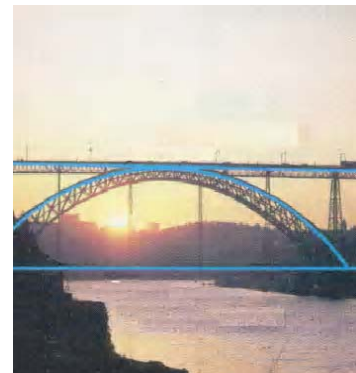
5. Garis lengkung ADC disebut **busur panjang** atau **busur besar** dan ditulis \overline{ADC} . Apakah ciri suatu busur panjang? Sedangkan garis lengkung ABC disebut **busur pendek** atau **busur kecil** dan ditulis \overline{ABC} atau \overline{AC} saja. Apakah ciri suatu busur pendek? Tulislah dua busur panjang dan dua busur pendek yang lain. Selanjutnya jika disebut **busur AC** maka yang dimaksud adalah busur pendek \overline{AC} .



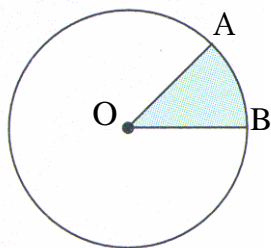
Gambar 6.5

6. Jika \overline{AB} diameter lingkaran maka \overline{AB} disebut busur setengah lingkaran. Ada berapa busur setengah lingkaran yang dapat kamu buat? Coba gambar busur setengah lingkaran yang lain.

7. Gambar di samping adalah jembatan dengan bagian kerangka yang melengkung merupakan busur lingkaran. Coba kalian jalan-jalan keluar sekolah. Amati benda-benda di sekitarmu yang berbentuk lingkaran atau bagian-bagian dari lingkaran. Catat dan hasilnya kamu kemukakan pada temanmu di depan kelas.



Dit. PSMP, 2006



Gambar 6.6

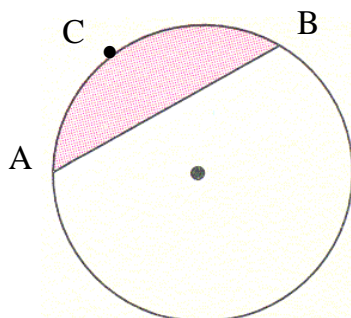
8. Perhatikan gambar 6.6, daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur disebut **juring**. Bagian lingkaran yang berwarna merupakan juring kecil AOB, sedangkan bagian yang tidak berwarna merupakan juring besar AOB. Selanjutnya yang disebut juring AOB adalah juring kecil AOB.



Dit. PSMP, 2006

Gambar 6.7

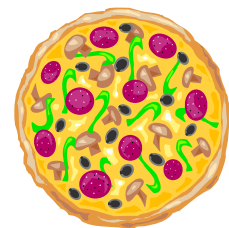
9. Gambar 6.7 di samping menunjukkan buah semangka yang telah dimakan seorang anak dan bentuknya disebut juring lingkaran. Dapatkah kamu menunjukkan benda-benda di sekitarmu yang berbentuk juring lingkaran?



Gambar 6.8

10. Pada gambar 6.8 di samping, daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh sebuah tali busur dan busurnya dinamakan **tembereng**. Bangun ABC merupakan tembereng lingkaran. Dapatkah kamu menunjukkan benda-benda di sekitarmu yang berbentuk tembereng?

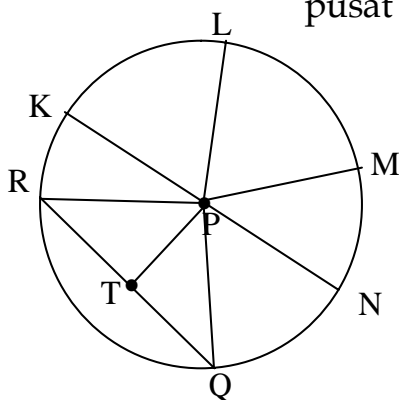
11. Ibu Ninuk mempunyai 6 orang anak. Ibu Ninuk akan membagikan kue yang permukaannya berbentuk lingkaran. Dapatkah kamu membantu ibu Ninuk untuk membagi kue sehingga semua mendapat bagian yang sama? Bagaimana caramu membagi kue itu?



1. Berapakah banyaknya jari-jari yang berbeda dari suatu lingkaran? Berapa banyaknya diameter yang berbeda dari suatu lingkaran?
2. Buatlah lingkaran dengan pusat O. Gambarlah beberapa talibusur lingkaran dan ukurlah panjangnya. Talibusur manakah yang terpanjang? Apakah nama khusus bagi talibusur terpanjang itu?
3. Berapakah perbandingan panjang jari-jari dan diameter lingkaran?
4. Gambarlah lingkaran dengan pusat A dan jari-jari 2 cm! Gambarlah sudut pusat BAC! Gambarlah lingkaran lain dengan pusat A dan jari-jari 4 cm! Gambarlah sudut pusat BAC! Jika jari-jari lingkaran diperbesar dua kali, apakah ukuran sudut BAC berubah?

Untuk soal nomor 5 sampai dengan 14 gunakan gambar 6.9 di bawah!

Gambar 6.9 di samping adalah lingkaran dengan pusat P



Gambar 6.9

5. Talibusur yang juga diameter adalah
6. Jika $KN = 12$ cm, tentukan panjang PL !
7. Apakah \overline{PM} talibusur lingkaran ?
8. Apakah $\overline{PN} = \overline{PL}$?
9. Sebutkan empat ruas garis yang merupakan jari-jari lingkaran!
10. Apakah $\overline{PQ} < \overline{KN}$?
11. Segitiga apakah ΔPRQ ?
12. Jika $PR = 6$ cm dan $RQ = 6$ cm, tentukan \overline{PT} jika $\overline{PT} \perp \overline{RQ}$!
13. Sebutkan tembereng dan juring pada gambar 6.9!
14. $KNQR$ disebut **segiempat tali busur**, mengapa? Jelaskan! Sebutkan segiempat-segiempat talibusur lainnya yang terdapat pada gambar 6.9!

Apa yang akan kamu pelajari?

- Rumus keliling dan aplikasinya
- Pendekatan luas lingkaran dengan menghitung persegi satuan
- Menemukan rumus luas lingkaran dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari

Kata Kunci

- Keliling Lingkaran
- Rumus Keliling Lingkaran
- Luas Lingkaran



Keliling Lingkaran

Kembali ke masalah roda sepeda.

Pada roda sepeda terdapat ban yang menempel di *peleg* roda. Bagaimana caramu menghitung panjang ban sepeda tersebut?

Hal ini sama saja dengan menghitung keliling roda sepeda tersebut!

Untuk menjawab masalah ini, lakukan kegiatan berikut.



Lab-Mini

Kerja Kelompok

Alat : penggaris, tali rafia atau pita, macam-macam benda yang permukaannya berbentuk lingkaran dalam berbagai ukuran.

- Pilih sebuah benda yang permukaannya berbentuk lingkaran.
- Jiplak permukaan benda pada kertas, gunting jiplakan tersebut. Lipat guntingan menjadi dua bagian yang sama, ukur diameter lingkaran pada jiplakan dan catat hasilnya pada tabel 6.1.
- Lilitkan tali/ pita mengelilingi permukaan benda itu. Beri tanda pada tali tempat pertemuan ujung dan pangkalnya.
- Lepaskan tali itu dan bentangkan, kemudian ukur panjangnya dengan penggaris.
- Catat hasilnya pada tabel 6.1. Hasil ini merupakan keliling lingkaran tersebut.
- Bagi keliling lingkaran itu dengan panjang diameter. Catat jawabanmu.
- Ulangi kegiatan di atas dengan dua benda lain yang permukaannya berbentuk lingkaran.



Lab-Mini

Diskusikan

- a. Bandingkan hasil pembagian keliling lingkaran dan diameter setiap lingkaran dengan melengkapi tabel 6.1 berikut.

Tabel 6.1


Benda	d	K	$\frac{K}{d}$
1			
2			
3			

- Apa yang kamu dapat ?
- b. Bagaimanakah hubungan antara keliling lingkaran dengan diameter?

Petunjuk Kalkulator



π adalah suatu bilangan yang sering dilakukan untuk perhitungan berkaitan dengan bangun lingkaran maupun bola. Biasanya π mempunyai tombol tersendiri dalam kalkulator.

Apa yang keluar dari layar kalkulator jika kamu menekan tombol  ?

Huruf Yunani π digunakan untuk menyatakan keliling lingkaran dibagi dengan diameter ($\frac{K}{d}$).

Pendekatan yang sering digunakan untuk π adalah 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

Dapatkah kamu menyatakan keliling lingkaran jika jari-jari atau diameternya diketahui? Apakah pernyataan yang kamu buat sesuai dengan rumus berikut.

Keliling Lingkaran

Dengan kata-kata: Keliling sebuah lingkaran sama dengan π dikalikan dengan diameter lingkaran atau 2π dikalikan dengan jari-jari lingkaran.

Secara simbolik : Jika suatu lingkaran berjari-jari r , dan diameter lingkaran d , maka keliling lingkaran adalah: $K = 2\pi r = \pi d$

Soal 1



sumber:www.indosiar.com
Gambar 6.10

Seorang pengusaha akan membuat komedi putar seperti gambar 6.10 di samping. Jika tempat duduk pada drumolen sebanyak 21 buah dan masing-masing tempat duduk berjarak 3 m, berapakah panjang jari-jari drumolen?

Soal 2



Keliling sebuah ban sepeda 176 cm.

a) Hitunglah panjang jari-jari ban sepeda jika

$$\pi = \frac{22}{7}$$

b) Tentukan panjang lintasan yang dilalui ban sepeda bila berputar 1000 kali.

Soal 3



Seorang pengusaha akan membuat cetakan roti untuk mencetak roti seperti gambar di samping. Jika keliling roti yang akan dibuat masing-masing 21cm dan 42cm, tentukan perbandingan antara panjang jari-jari kedua cetakan roti.



Pendekatan Luas Lingkaran dengan Menghitung Persegi Satuan



Dapatkah kamu mencari luas permukaan uang koin 100 rupiah bergambar rumah Minang keluaran tahun 1998? Atau uang koin 50 rupiah bergambar komodo keluaran tahun 1996?



Lab-Mini

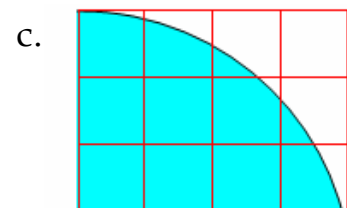
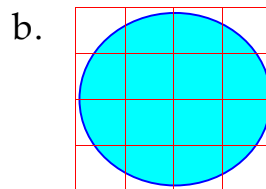
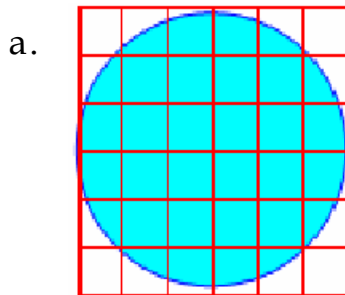
Kerja Kelompok

Alat dan Bahan : kertas berpetak, penggaris, pensil, uang logam Rp100,00 dan Rp50,00

- Jiplaklah uang koin Rp100,00 pada kertas berpetak.
- Hitunglah banyaknya persegi yang utuh yang ada dalam daerah lingkaran.
- Hitunglah banyaknya persegi yang luasnya lebih dari separoh.
- Hitunglah banyaknya persegi yang luasnya kurang dari separoh.
- Berapa persegi satuan kira-kira luas permukaan logam Rp100,00? Bandingkan hasilnya dengan kelompok lain.
- Ceritakan bagaimana kamu mendapatkan luas permukaan koin tersebut.

Soal 4

Carilah luas daerah lingkaran pada gambar di bawah dengan pendekatan.



Menemukan Rumus Luas Lingkaran dan Aplikasinya

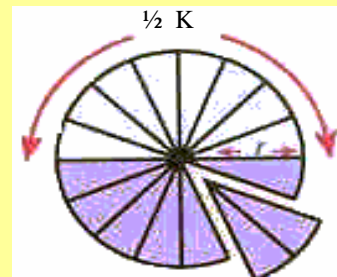
Pak Budi mempunyai sumur untuk tempat pembuangan kotoran ternaknya. Supaya tidak berbau Pak Budi akan menutup sumur tersebut dengan tutup berbentuk lingkaran terbuat dari seng. Berapakah luas seng tersebut? Untuk menjawab masalah ini lakukan kegiatan berikut.

Kerja Kelompok Penemuan

Alat dan bahan : kertas, jangka, penggaris, gunting, busur derajat, pensil dan lem kertas.

1. Gambarlah tiga buah lingkaran dengan jari-jari berbeda.

2. Bagilah daerah lingkaran tersebut menjadi 16 juring yang kongruen. Kamu dapat menggunakan jangka untuk membagi sudut pusat sama besar.



Atau kalian dapat pula menggunakan busur

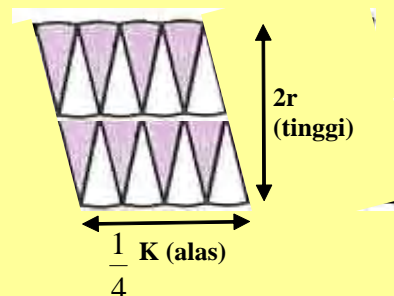
derajat untuk menentukan sudut-sudut pusat yang sama pada setiap juring. Misalkan r satuan menyatakan jari-jari lingkaran dan K satuan menyatakan keliling lingkaran itu

3. Arsirlah daerah setengah lingkaran.

4. Guntinglah setiap juring yang telah kamu buat.

5. Susunlah juring-juring tersebut, sedemikian hingga berbentuk seperti segi- n , misal jajargenjang

6. Tentukan panjang dan lebar bangun yang telah kalian susun.



7. Tentukan luas daerah bangun tersebut.

8. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

9. Dapatkah kamu temukan susunan selain pada (5)? Jika dapat, sebutkan!

10. Tentukan luas daerah bangun (9)

11. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

12. Bandingkan hasil (8) dengan (11)

13. Lakukan langkah (5) s.d (8) untuk bangun-bangun yang lain

Luas daerah Lingkaran

Dengan kata-kata: Luas sebuah daerah lingkaran (yang seterusnya disebut luas lingkaran) sama dengan π dikalikan dengan kuadrat dari panjang jari-jari lingkaran itu.

Secara simbolik : Jika suatu lingkaran berjari-jari r , maka luas lingkaran itu, $L = \pi r^2$

Contoh 1



Dit. PSMP, 2006

Tentukan luas dasar sebuah kue taart jika dasar kue taart itu berdiameter 20 cm.

Jawab:

$$\text{Jari-jari lingkaran: } r = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

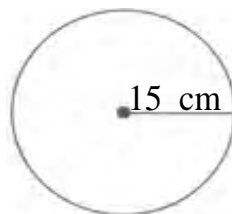
$$L = \pi r^2 = 3,14 \times 10 \times 10 \\ = 314$$

Jadi luas dasar kue taart adalah 314 cm²

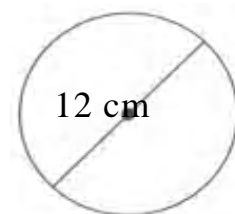
Latihan 6.2

1. Berapa diameter lingkaran jika jari-jarinya 13 m? Tentukan keliling tiap-tiap lingkaran pada soal 2 dan 3 berikut!

2.



3.



Tentukan keliling tiap-tiap lingkaran pada soal 4 sampai dengan 7, jika diameter atau jari-jarinya sebagai berikut.

4. diameter 17 cm.

5. jari-jari 3 m.

6. jari-jari 6,2 cm.

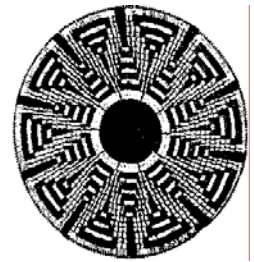
7. diameter 4,5 m.

Tentukan diameter dan jari-jari dari lingkaran pada soal 8 dan 9, jika diketahui keliling lingkarannya sebagai berikut.

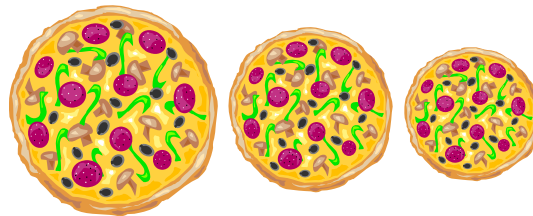
8. 76,4 cm

9. 2368 cm

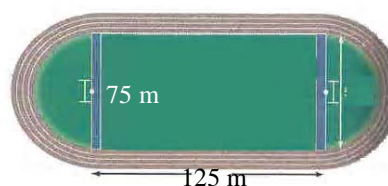
10. Pedal sebuah sepeda tahun 1870 berada di roda depan. Diameter roda depan 160 cm dan diameter roda belakang 30 cm. Berapa kali roda belakang berputar penuh untuk setiap satu putaran penuh roda depan?
11. **Berpikir Kritis.** Ani akan membuat 2 model cincin yang dibuat dari kawat yang panjangnya 1 m. Model cincin pertama jari-jarinya 35 mm dan model cincin ke dua jari-jarinya 28 mm. Berapakah Ani akan mendapat model cincin pertama dan kedua dengan sisa potongan kawat sesedikit mungkin?
13. Ibu akan membuat alas gelas dari kain perca yang terdiri dari dua kain perca seperti gambar di samping. Tentukan keliling kain perca bagian dalam dan bagian luar jika jari-jari bagian dalam 1 cm dan bagian luar 3 cm.



14. Ibu membuat *Pizza* dengan ukuran berbeda. Ukuran besar berdiameter 16 cm, ukuran sedang berdiameter 12 cm dan ukuran kecil berdiameter 8 cm. Bahan kue mana yang lebih banyak diperlukan untuk membuat 1 *Pizza* ukuran besar ataukah 2 *Pizza* ukuran sedang?



15. Borobudur adalah candi kuno di Kabupaten Magelang Jawa Tengah. Stupa dari candi ini disusun dari batu-batu dan alasnya berbentuk lingkaran yang berdiameter 2 m. Tentukan luas daerah lingkaran tersebut.
16. Lantai sebuah stadion olahraga dapat disusun bagian demi bagian dan membentuk sebuah arena pertandingan seperti gambar di samping ini. Tentukan luas arena tersebut.



17. Perbandingan jari-jari dua buah lingkaran adalah $x : y$. Tentukan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut. Dapatkah kamu menuliskan perbandingan tersebut dengan kata-katamu?

18. *Matematika dan Seni*



Sebuah “*fresco*” merupakan lukisan dinding jenis khusus yang dibuat pada saat dinding dilapisi. Cat-cat dicampur dengan gips yang basah dan ditempelkan pada dinding itu. Warna-warna yang terjadi sangat cerah pada saat gips itu sudah kering.

Affandi adalah seorang pelukis yang lugu, sederhana dalam sikap dan penampilannya. Kalangan pelukis menyebut lukisan Affandi bergaya ekspresionis. Pelukis kelahiran Cirebon ini mendapat gelar *doktor honoris Causa* dari Universitas Singapura. Pada masa perjuangan ia ikut pula membuat poster-poster perjuangan. Sebuah poster di antaranya berjudul “Boeng Ajo Boeng ...!” diberi teks oleh penyair kenamaan Chairil Anwar. Pernah Affandi bekerja sebagai guru di Taman Siswa Jakarta, kemudian ia mendapat kesempatan belajar melukis di India. Sebagai calon siswa, ia harus mengikuti tes masuk dengan *menggambar lingkaran* tanpa alat bantu. Menurut hasil tes, Affandi ditolak menjadi siswa sekolah seni lukis Shantiniketan, namun diterima sebagai tenaga pengajar. Dengan beasiswa yang diterimanya sebagai “mahasiswa langsung lulus,” Affandi mengadakan perjalanan keliling India sambil melukis. Affandi yang semakin tua memang makin lemah, namun semangatnya begitu besar sehingga dalam keadaan sakitpun, di atas ranjangnya Affandi tetap melukis.

Seandainya kamu ingin melukis matahari dengan luas 4 m^2 , berapa kira-kira diameter lukisan matahari yang akan kamu lukis tersebut?

6.3

Sudut Pusat, Busur, dan Juring Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Sudut Pusat, Sudut Keliling, dan Juring
- Hubungan sudut Pusat dengan Panjang Busur
- Hubungan Sudut-Sudut Pusat dengan Luas Juringnya

Kata Kunci:

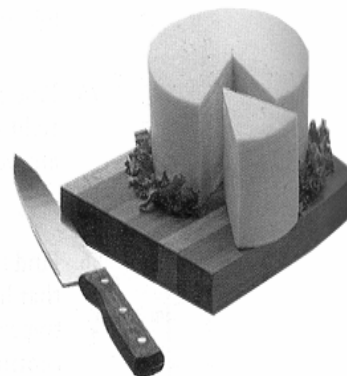
- Sudut Pusat
- Sudut Keliling
- Panjang Busur
- Luas juring Lingkaran



Sudut Pusat, Sudut Keliling dan Juring Lingkaran

Ibu membuat kue bolu yang alasnya berbentuk lingkaran. Setelah matang Ibu akan memotong kue itu menjadi beberapa bagian yang sama besar.

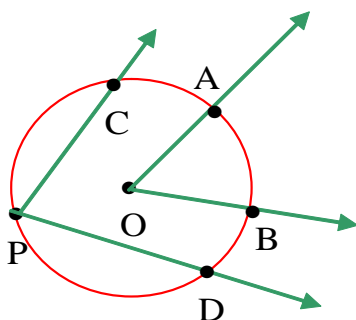
Bagaimanakah kira-kira cara Ibu memotong kue tersebut



Jika Ibu memotong kue seperti gambar di atas, apakah setiap bagiannya nanti akan sama besar? Mengapa?

Yang dilakukan Ibu adalah memotong kue yang permukaannya membentuk sudut sama besar dan titik sudutnya merupakan pusat lingkaran.

Titik sudut dari sudut pusat terletak pada pusat lingkaran.
Titik sudut dari sudut keliling terletak pada lingkaran.



Gambar 6.10

Perhatikan gambar 6.10 di samping. $\angle AOB$ disebut **sudut pusat**. $\angle CPD$ disebut **sudut keliling**.

Coba sebutkan ciri-ciri sudut pusat dan sudut keliling suatu lingkaran?

Coba kamu gambar sudut pusat dan sudut keliling yang lain pada lingkaran di samping.

Melalui dua titik pada lingkaran, kita dapat menggambar sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama



Lab-Mini

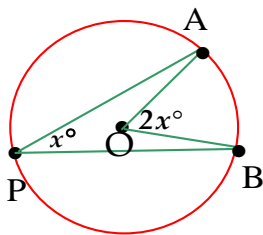
Kerja Kelompok *Penemuan*

Alat dan Bahan : kertas HVS, lem, penggaris, gunting, jangka, alat tulis.

Langkah-langkah:

1. Gambar tiga buah lingkaran dengan jari-jari berbeda
2. Gambar sudut pusat dan sudut keliling menghadap busur yang sama pada masing-masing lingkaran
3. Gunting sudut pusat pada lingkaran 1
4. Lipat sudut pusat (3) menjadi dua bagian yang sama, bandingkan dengan sudut keliling pasangannya (pada lingkaran 1)
5. Lakukan seperti langkah (3) dan (4) untuk lingkaran-lingkaran yang lain
6. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Apakah kesimpulan yang kamu peroleh sesuai dengan kesimpulan berikut?



Gambar 6.11

Hubungan *Sudut Pusat* *dan* *Sudut Keliling*

Besar sudut pusat sama dengan *dua kali* besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama

Berpikir Kritis

Berapakah besar sudut keliling yang menghadap diameter?

Menghadap sebuah busur, kamu dapat menggambar beberapa sudut keliling-sudut keliling. Bagaimana besar sudut-sudut tersebut? Kamu akan menemukannya melalui kegiatan berikut.



Lab-Mini

Kerja Kelompok

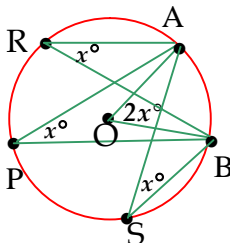
Penemuan

Alat dan Bahan: kertas HVS, lem, penggaris, gunting, jangka, alat tulis.

Langkah-langkah:

1. Gambarlah beberapa sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama pada setiap lingkaran pada lab. Mini (A)
2. Sudut pusat yang telah kamu lipat (pada lab. Mini (A)), bandingkan dengan sudut-sudut keliling dalam lingkaran yang sama.
3. Lakukan langkah (2) pada setiap lingkaran
4. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?

Apakah kesimpulan yang kamu peroleh sesuai dengan kesimpulan berikut?



Gambar 6.12

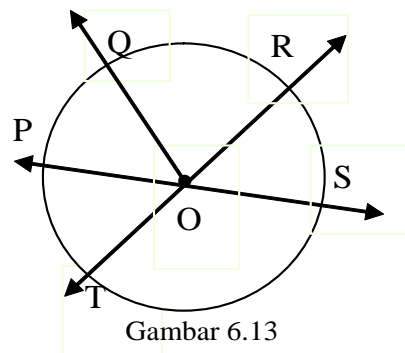
**Sudut
Keliling**

Besar sudut keliling-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah *sama besar*

Soal 1

Perhatikan gambar 6.13 di samping. $\angle POQ$, $\angle QOR$, $\angle POR$, adalah sudut-sudut pusat. Dapatkah kamu menyebutkan sudut pusat yang lain? Dapatkah kamu mencari dua sudut pusat yang sama? Mengapa sama?

Gambarlah $\angle PRT$, $\angle PQT$ dan $\angle PST$. Bagaimana besar ketiga sudut tersebut? Jelaskan!

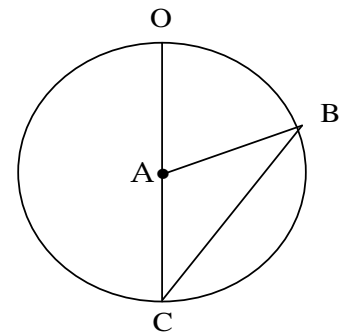


Gambar 6.13

Soal 2

Gambar 6.14 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat A. \overline{OC} diameter lingkaran. Jika besar $\angle OAB = 2x^\circ$ dan besar $\angle BAC = (3x - 30)^\circ$, tentukan:

- besar $\angle OAB$
- besar $\angle BAC$
- besar $\angle BCO$
- besar $\angle CBO$



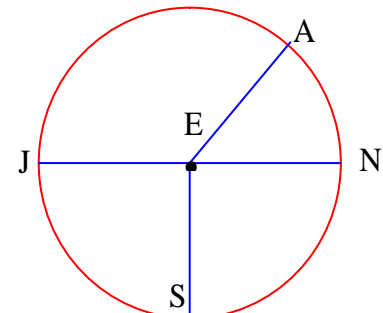
Gambar 6.14



Hubungan Perbandingan Senilai antara Besar Sudut Pusat, Sudut Keliling, Panjang Busur, dan Luas dari Dua Juring suatu Lingkaran.

Soal 3

Gambar 6.15 di samping adalah gambar lingkaran dengan pusat E. Jari-jarinya : 10 cm, $\angle AEN = 60^\circ$, \overline{JN} adalah diameter dan $\angle JES = 90^\circ$, $\pi = 3,14$.



Gambar 6.15

Tentukan:

- | | |
|--|--|
| a. Panjang busur AN | b. Panjang busur JA |
| c. Besar $\angle JEA$ | d. Besar $\angle JSN$ |
| e. Besar $\angle ASN$ | f. Besar $\angle JSA$ |
| g. Luas juring JEA | h. Luas juring AEN |
| i. $\frac{\text{Besar } \angle AEN}{\text{Besar } \angle JEA}$ | j. $\frac{\text{Besar } \angle ASN}{\text{Besar } \angle JSA}$ |
| k. $\frac{\text{Panjang busur AN}}{\text{Panjang busur JA}}$ | l. $\frac{\text{Luas juring AEN}}{\text{Luas juring JEA}}$ |
| m. Apa hubungan antara i, j, k dan l? | |

Soal 4

Gambar 6.15 di bawah adalah gambar lingkaran dengan pusat O. Panjang jari-jari = r , \overline{AD} adalah diameter, $\angle AOB = q^\circ$ dan $\angle COD = p^\circ$.

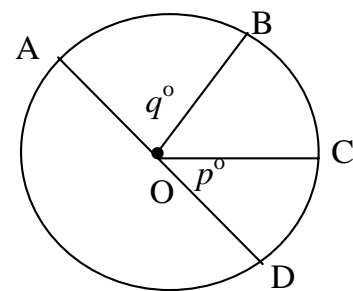
Tentukan hubungan antara

$$\frac{\text{Panjang busur AB}}{\text{Panjang busur CD}}, \quad \frac{\text{Besarnya } \angle AOB}{\text{Besarnya } \angle COD}, \quad \frac{\text{Besarnya } \angle ADB}{\text{Besarnya } \angle CAD} \quad \text{dan}$$

$$\frac{\text{Luas juring AOB}}{\text{Luas juring COD}}$$

Apa kesimpulanmu?

Jika sudut-sudut pusat berbanding sebagai $p : q$, maka perbandingan panjang busurnya dan perbandingan luas juringnya yang sesuai dengan sudut-sudut pusat tersebut adalah sama, yaitu $p : q$



Gambar 6.16

Dengan demikian berlaku:

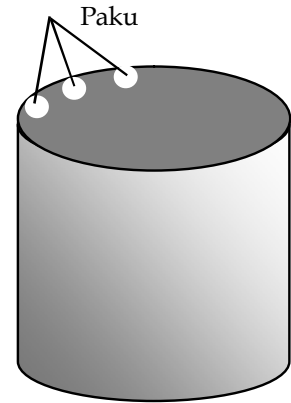
Soal 5

Ferri lari pagi mengelilingi sebuah taman yang berbentuk lingkaran dengan jari-jari 14 meter. Jika Ferri dapat berlari 5 putaran, maka tentukan jarak yang ditempuh Ferri. Tentukan juga berapakah luas taman itu? ($\pi = \frac{22}{7}$).



Soal 6

Suatu lembaran plat baja berbentuk lingkaran mempunyai luas 154 m^2 . Plat ini digunakan untuk menutup bak penampungan air berbentuk tabung. Sekeliling plat dipaku sedemikian rupa dengan jarak antara 2 paku adalah $0,5 \text{ m}$. Tentukan banyak paku yang dibutuhkan.

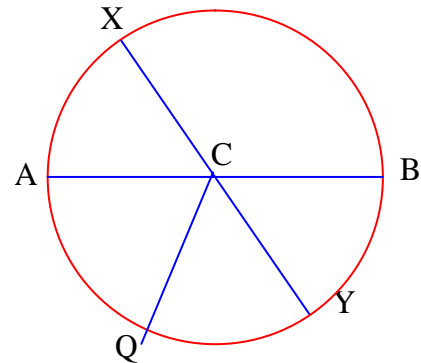


Latihan 6.3

1. Gambar 6.17 di samping adalah gambar lingkaran berpusat C dan \overline{AB} dan \overline{XY} merupakan diameter lingkaran.

Besar $\angle BCQ = (4x + 15)^\circ$,
 $\angle QCX = (2x + 5)^\circ$ dan
 $\angle BCY = 2x^\circ$. Hitunglah:

- x
- Besar $\angle YCQ$
- Besar $\angle QCA$
- Besar $\angle BXQ$
- Besar $\angle QBA$
- Besar $\angle YXQ$



Gambar 6.17

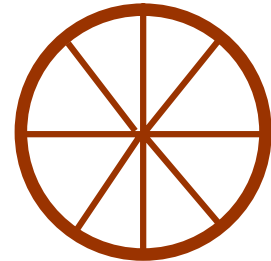
2. **Berpikir Kritis.** Jika dua lingkaran mempunyai sudut pusat yang sama, maka kedua lingkaran tersebut sama besar. Benarkah pernyataan ini? Coba kamu jelaskan!
3. Kembali ke kue bolu Ibu. Jika Ibu ingin memotong kue bolu tersebut menjadi 6 bagian yang sama besar. Berapa besar sudut pusat tiap potongan? Dan berapa luas bagian dasar dari tiap potong kue?



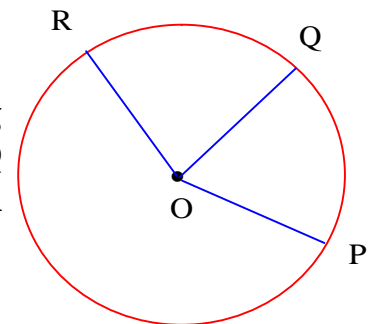
4. **Penalaran.** Atjong seorang perancang sepeda. Dia merancang sebuah roda dengan 30 jeruji yang berjarak sama. Jeruji-jeruji itu diberi nomor urut dari 1 sampai 30. Carilah besar sudut pusat yang dibentuk oleh jeruji-jeruji nomor 1 dan 11.

5. **Pemecahan Masalah.** Pak Surya adalah guru olah raga. Dia menyuruh murid-muridnya untuk membentuk sebuah lingkaran. Jarak antara murid yang satu dengan yang lain sama jauhnya. Jika murid nomor 12 berseberangan langsung dengan murid nomor 35, berapa banyak murid dalam lingkaran tersebut?

6. Kamu akan mendesain roda pedati dengan banyaknya jeruji adalah 8 seperti gambar di samping. Ceritakan bagaimana kamu mendesain roda itu.



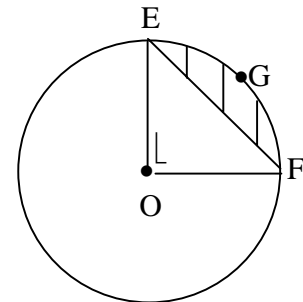
7. Pada gambar di samping $\angle POQ = 72^\circ$, panjang busur PQ = 36 cm dan panjang busur QR = 32 cm. Hitung besar $\angle ROQ$.



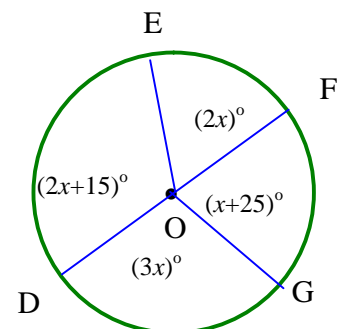
8. Gambar di samping adalah gambar lingkaran pusat O dan jari-jari 7 cm.

Dengan memilih $\pi = \frac{22}{7}$, tentukan:

- Luas juring OEF.
- Luas $\triangle OEF$.
- Luas tembereng EGF.

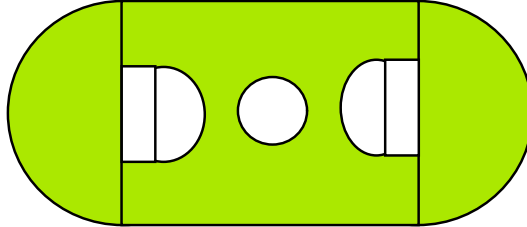


9. Perhatikan gambar di samping!
Panjang busur EF = 8 cm
- Tentukan x
 - Tentukan panjang busur DE
 - Tentukan panjang busur FG
 - Tentukan panjang busur DG



10. Sebuah seng berbentuk persegi yang panjang sisinya 120 cm, akan dibuat tutup botol. Satu tutup botol membutuhkan seng seluas $6,28 \text{ cm}^2$. Berapakah banyak tutup botol yang dapat dibuat?

11. Sebuah lapangan sepakbola berbentuk gabungan antara persegi panjang dan dua setengah lingkaran seperti gambar berikut. Panjang dan lebar dari lapangan yang berbentuk persegi panjang berturut-turut 110 m dan 60 m.



Lapangan tersebut ditanami rumput yang harganya per m^2 adalah Rp 30.000,00. Tentukan:

- Keliling lapangan sepakbola
 - Biaya yang dibutuhkan untuk menanam rumput di lapangan.
12. Jika perbandingan keliling dua lingkaran adalah $a : b$. Tentukan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut.

6.4

Sifat Garis Singgung Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Sifat sudut yang dibentuk garis yang melalui titik pusat dengan garis singgung lingkaran.
- Mengenali bahwa melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melukis dua garis singgung lingkaran melalui suatu titik di luar lingkaran.
- Melukis dan menghitung panjang garis singgung dari suatu titik di luar lingkaran

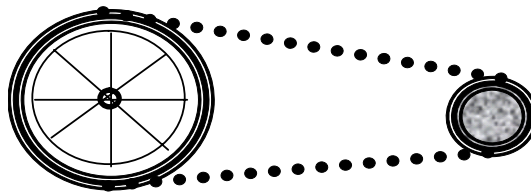
Kata Kunci:

- Garis singgung lingkaran



Sifat-sifat Garis Singgung Lingkaran

Apakah kamu mempunyai sepeda? Perhatikan rantai sepeda, seperti pada gambar 6.18.



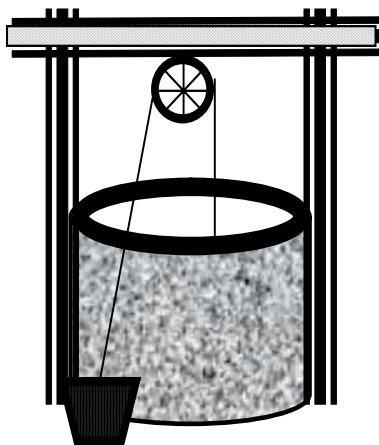
Gambar 6.18

Jika kamu amati maka rantai sepedamu menyinggung *gir*. Roda sepeda itu berbentuk lingkaran

Apakah kamu mempunyai sumur? Ataukah kamu pernah melihat sumur? Salah satu cara untuk mengambil air dari dalam sumur yaitu dengan menggunakan tali dan roda seperti pada Gambar 6.19.

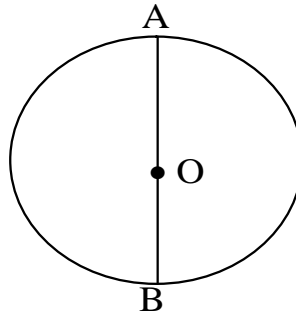
Jika kamu amati maka tali menyinggung roda. Roda itu berbentuk lingkaran

Dapatkan kamu mencari contoh lain yang berkaitan dengan bentuk lingkaran dan benda yang menyinggung lingkaran tersebut?

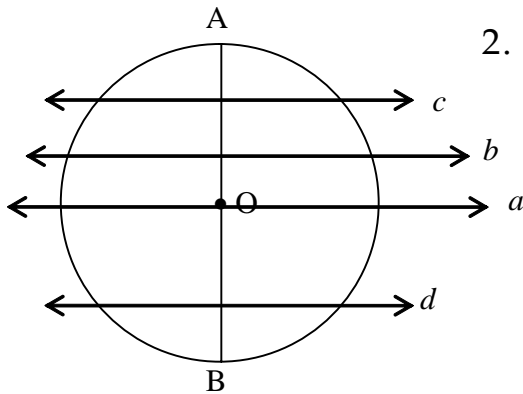


Gambar 6.19

1. Gambarlah lingkaran berpusat di titik O dan mempunyai diameter \overline{AB} , seperti Gambar 6.20

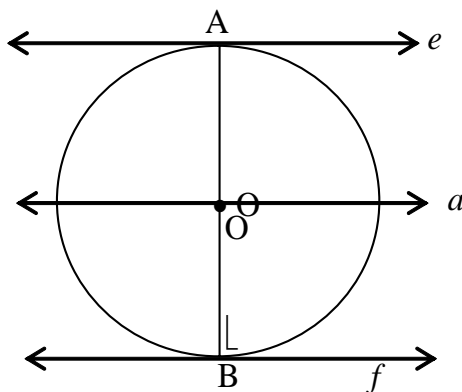


Gambar 6.20



Gambar 6.21

2. Pada Gambar 6.21 garis a melalui O dan tegak lurus \overline{AB} .
 - a. Garis a memotong lingkaran di berapa titik? Gambarlah garis b, c, d sejajar a .
 - b. Setiap garis itu memotong lingkaran di dua titik.
 - c. Adakah garis yang sejajar a dan memotong lingkaran tepat di satu titik?



Gambar 6.22

3. Gambarlah garis e dan f yang sejajar garis a dan memotong lingkaran di satu titik. Garis e dan f disebut *garis singgung* pada lingkaran, titik A dan B disebut *titik singgung*.

Karena $a \perp \overline{AB}$ dan $e \parallel a$ maka $e \perp \overline{AB}$

Bagaimana sudut yang dibentuk garis e dengan \overline{AB} ?

Bagaimana sudut yang dibentuk garis f dengan \overline{AB} ?

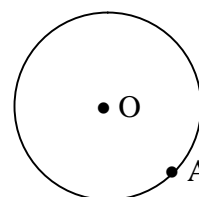
Cocokkan kesimpulanmu dengan kesimpulan berikut.

Garis singgung lingkaran tegak lurus pada diameter lingkaran yang melalui titik singgungnya.

Dapatkan kamu mencari benda-benda di sekitarmu yang dapat digunakan sebagai contoh garis menyinggung lingkaran? Sebutkan!

Observasi

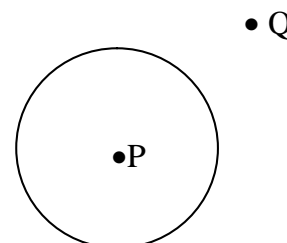
1. Gambarlah lingkaran yang berpusat di O dan titik A pada lingkaran, seperti Gambar 6.23



Gambar 6.23

2. Gambarlah garis singgung pada lingkaran melalui titik A. Ada berapa banyaknya garis singgung lingkaran melalui A yang dapat kamu buat?

3. Gambarlah lingkaran yang berpusat di P dan titik Q di luar lingkaran, seperti Gambar 6.24. Dari titik Q gambarlah garis singgung pada lingkaran yang berpusat di titik P. Ada berapa banyaknya garis singgung lingkaran yang dapat kamu buat?

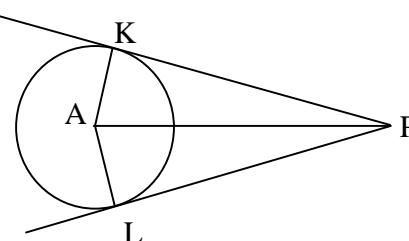


Gambar 6.24

Soal 1

Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat A.

Buktikan: $KP = LP$.



Dari hasil observasi di atas, apakah hasilmu sesuai dengan kesimpulan berikut?

- Melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melalui suatu titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Jika P di luar lingkaran maka jarak P ke titik-titik singgungnya adalah sama.

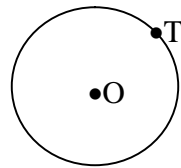


Melukis Garis Singgung

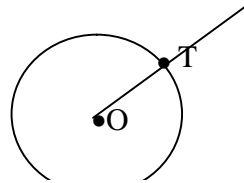
Kamu telah mengetahui bahwa suatu garis singgung lingkaran tegak lurus pada diameter / jari-jari yang melalui titik singgungnya.

Bagaimana caramu melukis garis singgung lingkaran melalui suatu titik pada lingkaran?

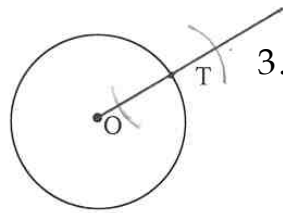
Langkah-langkah:



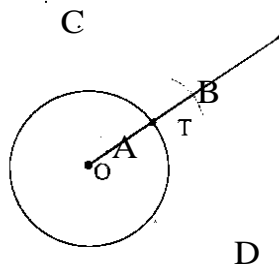
1. Gambarlah lingkaran dengan pusat O dan titik T pada lingkaran.



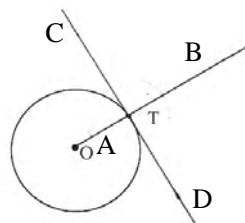
2. Gambarlah jari-jari \overline{OT} dan perpanjangan \overline{OT}



3. Lukis busur-busur lingkaran yang berpusat di T sehingga memotong \overline{OT} di A dan perpanjangan \overline{OT} di B.



4. Lukis busur-busur lingkaran dengan pusat A dan B yang berjari-jari sama panjang sehingga kedua busur tersebut berpotongan di C dan D.



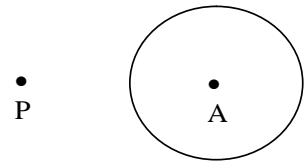
5. Buatlah garis melalui C dan D. Garis melalui C dan D merupakan garis singgung pada lingkaran yang melalui T.

Contoh 2

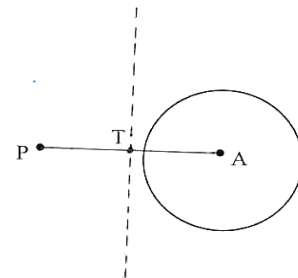
Bagaimana kamu melukis garis singgung pada lingkaran melalui suatu titik di luar lingkaran?

Langkah-langkah:

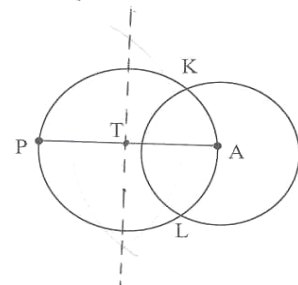
1. Gambarlah lingkaran dengan pusat A dan titik P di luar lingkaran.



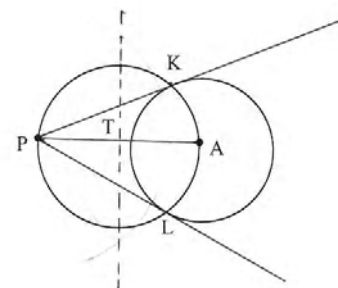
2. Gambarlah \overline{AP} dan buat garis sumbu \overline{AP} . Garis sumbu ini memotong \overline{AP} di titik T.



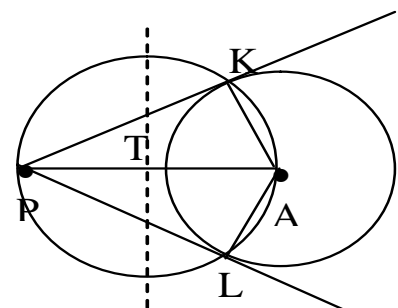
3. Buatlah lingkaran yang berpusat di T dengan jari-jari \overline{AT} . Lingkaran tersebut memotong lingkaran pusat A di K dan L.



4. Gambarlah garis melalui P dan K dan garis melalui P dan L. \overline{PK} dan \overline{PL} merupakan garis singgung lingkaran dengan pusat A yang dapat dilukis dari titik P di luar lingkaran.

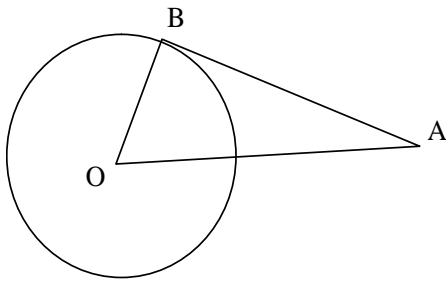


5. Buatlah \overline{AK} dan \overline{AL} . Perhatikan $\triangle AKP$, $\angle AKP$ menghadap diameter lingkaran pusat T. Jadi besar $\angle AKP = 90^\circ$. Dengan demikian garis singgung $\overline{PK} \perp \overline{AK}$ dan $\overline{PL} \perp \overline{AL}$. \overline{PAK} disebut **layang-layang garis singgung**.





Panjang Garis Singgung Lingkaran.



Gambar 6.25

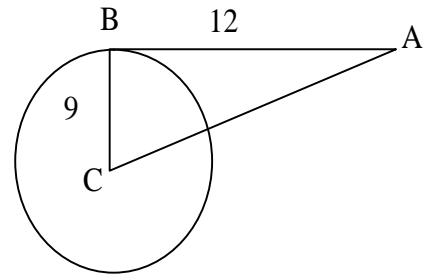
Gambar 6.25 di samping adalah lingkaran dengan pusat O. \overline{AB} garis singgung lingkaran. Karena \overline{AB} garis singgung pada lingkaran pusat O maka \overline{AB} tegak lurus \overline{BO} .

Dengan menggunakan teorema Pythagoras didapat:

$$(OA)^2 = (OB)^2 + (AB)^2$$

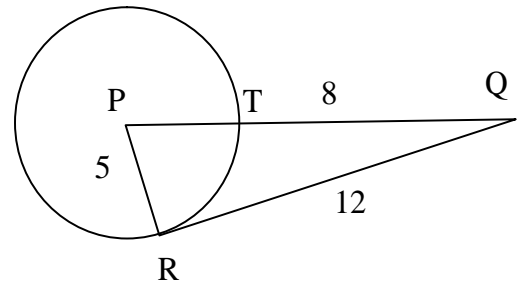
Soal 1

Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat C dengan \overline{AB} menyinggung lingkaran di B. Tentukan panjang AC.

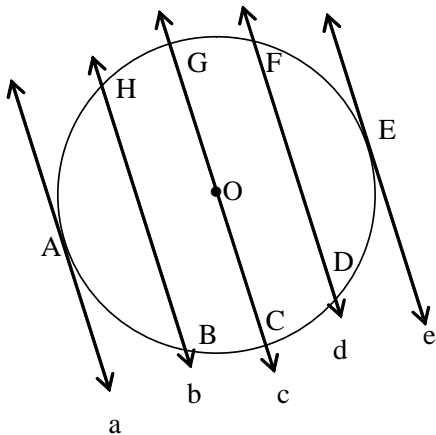


Soal 2

Gambar di samping adalah lingkaran yang berpusat di P dengan jari-jari \overline{PR} . Jika $TQ = 8$, tunjukkan \overline{QR} garis singgung lingkaran.



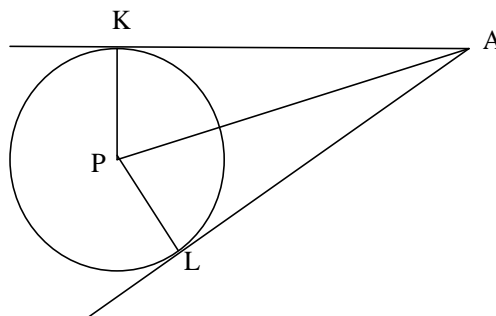
Latihan 6.4



1. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat O. Sebutkan garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran dan sebutkan pula titik singgungnya.

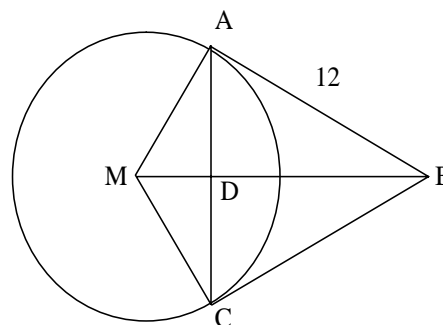
2. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat P. Tentukan

- Besar $\angle PKA$
- Besar $\angle PLA$
- Panjang PK
- Panjang AL



3. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat M, $AM = 5$ cm, dan $DM = 2,5$ cm.

- $\overline{AM} \perp \dots$
- $\overline{CM} \perp \dots$
- $\overline{AC} \perp \dots$
- $BM = \dots$
- $AD = \dots$
- $BD = \dots$
- $BC = \dots$
- Luas $BAMC = \dots$



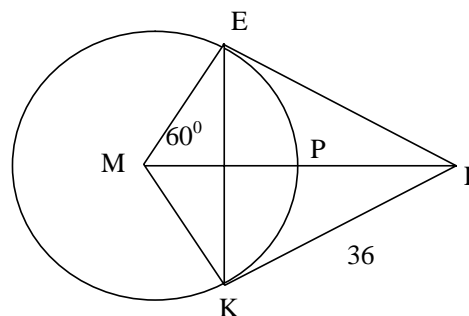
Gunakan gambar 6.26 di samping untuk soal no. 4 - 12.

\overline{LK} dan \overline{LE} garis singgung lingkaran

Besar $\angle EML = 60^\circ$, $KM = 15$ cm dan $LK = 36$ cm.

Tentukan:

- Besar $\angle MKL$
- Besar $\angle ELM$
- Panjang EL
- Besar $\angle KPE$
- Segitiga apakah $\triangle KLE$?

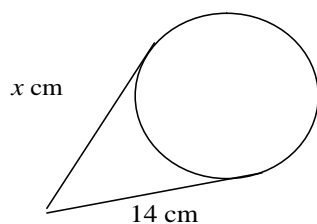


Gambar 6.26

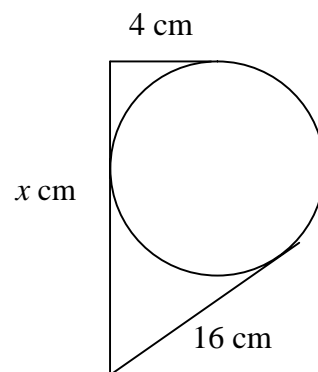
- Segitiga yang kongruen dengan $\triangle KML$
- Ruas garis yang tegak lurus \overline{KM}
- Apakah $\angle EMK$ dan $\angle ELK$ saling bersuplemen?
- Panjang ML

Untuk masing-masing lingkaran di bawah ini, tentukan nilai x !

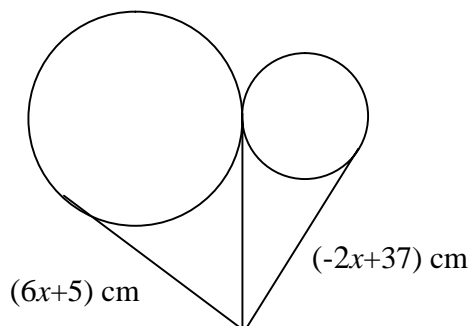
13.



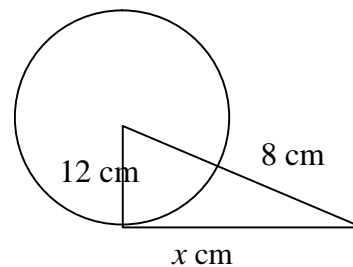
14.



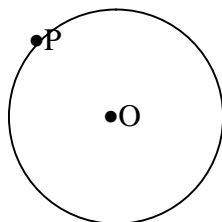
15.



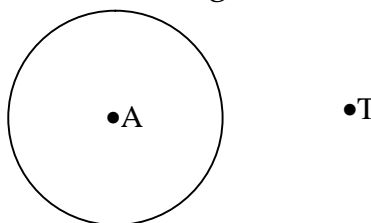
16.



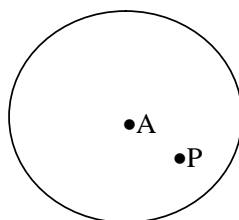
17. Lukis garis singgung pada lingkaran dengan pusat O dan melalui titik P pada lingkaran.



18. Lukis garis singgung pada lingkaran pusat A dan melalui titik T di luar lingkaran.



19. **Berpikir Kritis.** Dapatkah kamu melukis garis singgung pada lingkaran pusat A melalui titik P di dalam lingkaran (seperti gambar di samping)? Jelaskan!



6.5

Lingkaran Dalam dan Lingkaran Luar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Lingkaran dalam segitiga.
- Lingkaran luar segitiga

Kata Kunci:

- Lingkaran dalam
- Lingkaran luar



Lingkaran Dalam suatu Segitiga

Kerja Kelompok

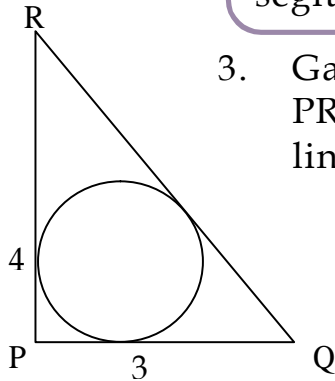
Langkah-langkah:

1. Gambarlah lingkaran berpusat O.
 - Gambarlah garis singgung lingkaran.
 - Gambarlah dua garis singgung lainnya sehingga garis-garis singgung tersebut berpotongan dan membentuk segitiga.
 - Ternyata lingkaran berpusat O berada dalam segitiga. Lingkaran ini disebut **lingkaran dalam segitiga**. Dapatkah kamu menyebutkan ciri-ciri lingkaran dalam segitiga?
2. Gambarlah lingkaran berpusat di O.
 - Gambarlah $\triangle ABC$ sehingga lingkaran yang kamu gambar di atas merupakan lingkaran dalam segitiga.
 - Tarik ruas garis \overline{AO} , sehingga memotong \overline{BC} di D. Tarik ruas garis \overline{BO} , sehingga memotong \overline{AC} di E. Tarik ruas garis \overline{CO} , sehingga memotong \overline{AB} di F. Tunjukkan pula bahwa besar $\angle EAO =$ besar $\angle FAO$, besar $\angle FBO =$ besar $\angle DBO$, dan besar $\angle DCO =$ besar $\angle ECO$.
 - Apakah dugaanmu tentang hubungan **perpotongan garis bagi -garis bagi segitiga** dan **pusat lingkaran dalam segitiga**?
 - Hitung luas $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, dan luas $\triangle AOC$.
 - Jika r jari-jari lingkaran dalam segitiga, L luas segitiga, dan s setengah keliling segitiga, tunjukkan

$$r = \frac{L}{s}.$$

Cocokkan hasil dugaanmu dengan kesimpulan berikut.

Garis-garis bagi sebuah segitiga berpotongan di satu titik yang merupakan pusat lingkaran O . Ide ini dapat digunakan untuk melukis lingkaran dalam suatu segitiga.



3. Gambar di samping adalah $\triangle PQR$ siku-siku di P . $PR = 4$ cm dan $PQ = 3$ cm. Hitung panjang jari-jari lingkaran dalam.



Lingkaran Luar suatu Segitiga

Kerja Kelompok

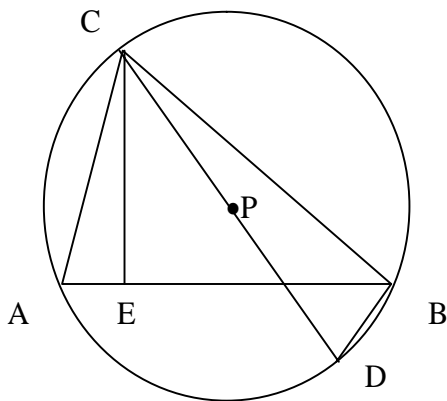
Langkah-langkah:

1. Gambarlah lingkaran berpusat O
 - Gambarlah talibusur \overline{AB} , \overline{BC} , dan \overline{CA} sehingga terbentuk $\triangle ABC$. Titik-titik sudut segitiga terletak pada lingkaran. Lingkaran ini disebut **lingkaran luar segitiga**.
 - Buat ruas garis \overline{AO} , \overline{BO} , dan \overline{CO} . Segitiga apakah $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ dan $\triangle AOC$?
 - Buatlah garis tinggi-garis tinggi dari O ke \overline{AB} , \overline{BC} , dan \overline{CA} berturut-turut sehingga memotong di D , E , dan F . Dengan memperhatikan fakta di atas, garis tinggi-garis tinggi tersebut juga merupakan garis apa?
 - Apakah dugaanmu tentang hubungan antara **garis sumbu-garis sumbu sisi-sisi segitiga ABC** dan **pusat lingkaran segitiga**?

Cocokkan hasil dugaanmu dengan kesimpulan berikut.

Perpotongan antara ketiga garis sumbu pada segitiga merupakan pusat lingkaran luar sebuah segitiga. Ide ini dapat digunakan melukis lingkaran luar suatu segitiga.

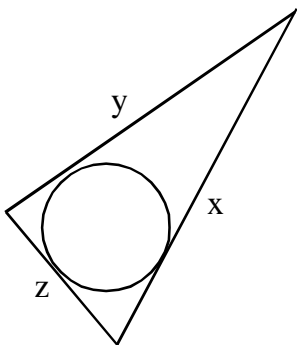
2. Dengan menggunakan jangka dan penggaris, lukislah lingkaran luar $\triangle ABC$.
3. Jika diketahui $\triangle ABC$ dapatkan kamu menentukan panjang jari-jari lingkaran luarnya?
4. Gambar lingkaran dengan pusat P dan jari-jari r dan $\triangle ABC$ dengan titik-titik sudut pada lingkaran. Buatlah diameter lingkaran melalui C dan memotong lingkaran di D.



- Gambar garis tinggi melalui C dan memotong AB di E. Gambar \overline{BD} . Berapakah besar $\angle CBD$?
- Hitung luas $\triangle ABC$!
- Selidiki apakah $\triangle ACE$ sebangun dengan $\triangle CBD$?
- Jika jari-jari lingkaran luar adalah R tunjukkan bahwa $R = \frac{AC \times BC \times AB}{4 \times \text{Luas} \triangle ABC}$.

5. Jika diberikan tiga titik sebarang yang tidak segaris dapatkan kamu melukis lingkaran melalui ketiga titik tersebut?
Tuliskan langkah-langkah untuk melukis lingkaran tersebut.

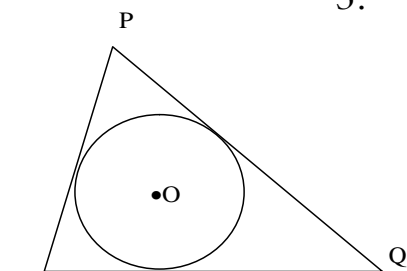
Latihan 6.5



Gambar 6.27

1. Perhatikan gambar 6.27. Jika jari-jari lingkaran = r , maka tentukan x dan y .

Untuk soal no. 2 - 3 gunakan gambar 6.28 di samping

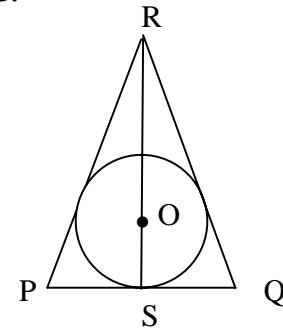


Gambar 6.28

2. Jika luas $\triangle PQR = 34\text{cm}^2$, $PQ = 13\text{cm}$, $QR = 14\text{cm}$, $PR = 15\text{cm}$, maka tentukan r .
3. Jika $PQ = 10\text{cm}$, $QR = 17\text{cm}$, $PR = 21\text{cm}$ dan $r = 6\text{ cm}$, maka tentukan luas $\triangle PQR$.

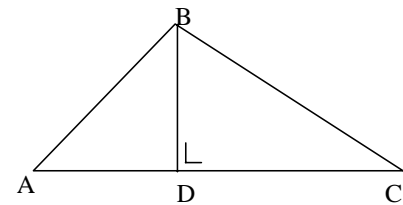
4. Diketahui $\triangle ABC$ dengan $AB = 13$ cm, $BC = 10$ cm dan $AC = 13$ cm.
Tentukan panjang:
- Jari-jari lingkaran dalam $\triangle ABC$.
 - Jari-jari lingkaran luar $\triangle ABC$.

5. Perhatikan gambar 6.29 di samping. Jika $SQ = 5$ cm, $RS = 12$ cm dan panjang $PR = QR$. Tentukan panjang PO .



Gambar 6.29

6. Perhatikan gambar 6.30 di samping, $AD = 6$ cm, $CD = 15$ cm, $BD = 8$ cm dan $BC = 17$ cm. Buatlah soal dengan menggunakan fakta di atas. Minta teman sebangkumu untuk mengerjakan soal yang kamu buat, dan kamu mengerjakan soal yang dibuat teman sebangkumu.



Gambar 6.30

6.6

Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Kedudukan dua lingkaran
- Melukis garis singgung
- Menghitung panjang garis singgung
- Melukis garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Layang-layang garis singgung.

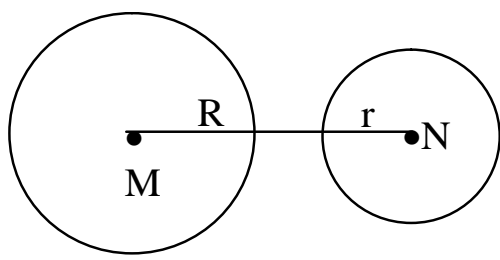
Kata Kunci:

- *Garis singgung*
- *persekutuan*



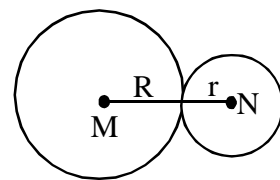
Kedudukan Dua Lingkaran

Gambar 6.31 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} > R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



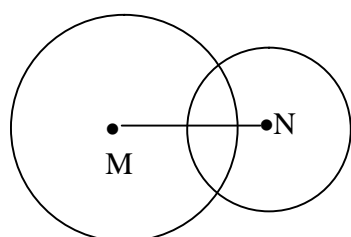
Gambar 6.31

Gambar 6.32 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} = R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



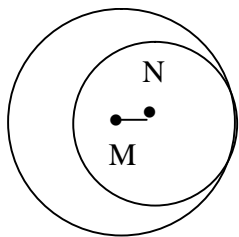
Gambar 6.32

Gambar 6.33 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} < R + r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



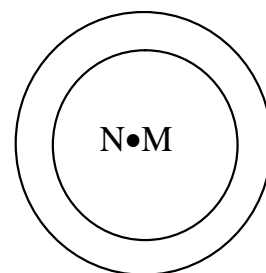
Gambar 6.33

Gambar 6.34 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $\overline{MN} = R - r$. Apakah kedua lingkaran itu berpotongan?



Gambar 6.34

Gambar 6.35 adalah lingkaran dengan pusat M berjari-jari R dan lingkaran dengan pusat N berjari-jari r dengan $M=N$. Kedua lingkaran ini dinamakan lingkaran yang sepusat (konsentris).

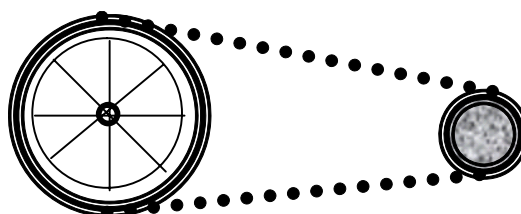


Gambar 6.35



Garis Singgung Persekutuan

Gambar 6.36 di bawah adalah rantai sepeda yang menghubungkan piringan di bagian depan dan gir di bagian belakang.



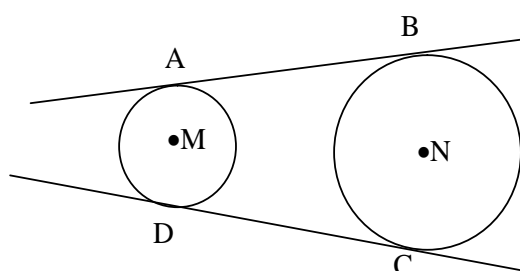
Gambar 6.36

Apakah rantai menyinggung piringan?

Apakah rantai menyinggung gir?

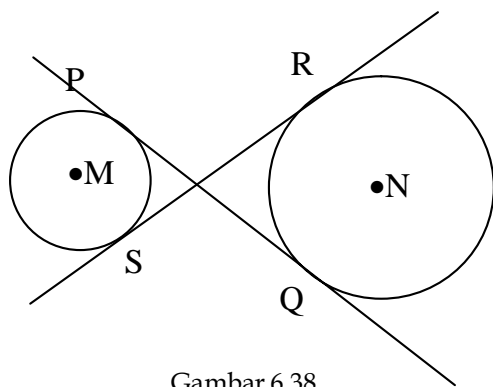
Ternyata rantai menyinggung piringan dan gir.

Masih banyak contoh-contoh di sekitarmu seperti mesin perontok padi, mesin parut kelapa, dll.



Gambar 6.37

Pada gambar 6.37 di samping, garis \overline{AB} dan \overline{DC} menyinggung lingkaran yang berpusat di M dan lingkaran yang berpusat di N. Kedua garis singgung itu disebut **garis singgung persekutuan luar**.



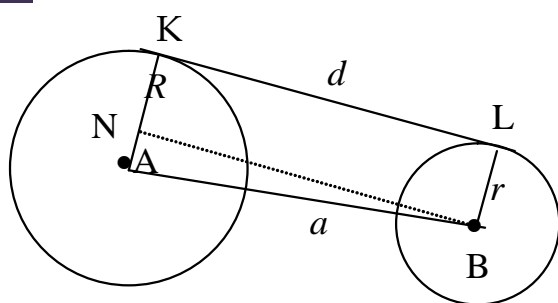
Gambar 6.38

Adakah garis singgung persekutuan lainnya?

Pada Gambar 6.38, \overline{PQ} dan \overline{RS} Lingkaran pusat M dan lingkaran pusat N gambar di samping tidak berpotongan mempunyai garis singgung PQ dan RS. Kedua garis singgung itu disebut **garis singgung persekutuan dalam**.



Panjang Garis Singgung Persekutuan



Gambar 6.39

Gambar 6.39 di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan panjang jari-jari R serta lingkaran dengan pusat B dan panjang jari-jari r . Jarak antara A dan B dinyatakan dengan a .

Ruas garis \overline{KL} dengan panjang d adalah salah satu garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran itu.

Melalui B gambarlah garis sejajar \overline{KL} sehingga memotong \overline{AK} di N. Dengan demikian $\overline{BN} \perp \overline{AK}$.

- Bangun apakah segiempat BNKL?
- Segitiga apakah $\triangle ANB$?

Perhatikan $\triangle ANB$.

$\triangle ANB$ adalah segitiga siku-siku dengan demikian berlaku hubungan

$$\begin{aligned} (AB)^2 &= (AN)^2 + (BN)^2 \\ (BN)^2 &= (AB)^2 - (AN)^2 \\ &= (AB)^2 - (AK - NK)^2 \end{aligned}$$

$$BN = \sqrt{(AB)^2 - (AK - NK)^2} \text{ padahal } BN = KL \text{ dan } NK = BL$$

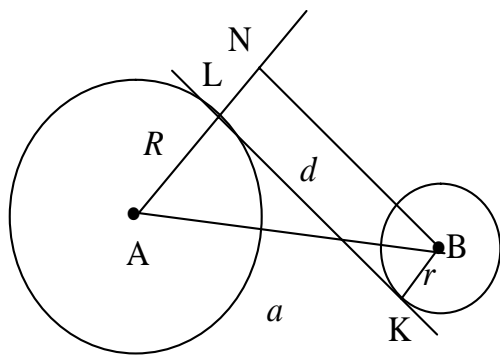
Jadi $\boxed{KL = \sqrt{(AB)^2 - (AK - BL)^2}}$

atau $d = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ dengan

a : jarak antar pusat kedua lingkaran

R : jari-jari lingkaran besar

r : jari-jari lingkaran kecil



Gambar 6.40

Bagaimana menghitung panjang garis singgung persekutuan dalam?

Gambar 6.40 di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan dengan pusat B. \overline{KL} garis singgung persekutuan dalam.

- Gambarlah garis melalui B sejajar \overline{KL} dan memotong perpanjangan \overline{AL} di N.
- Bangun apakah segiempat BKLN?
- Segitiga apakah ΔABN ?

Pada ΔABN berlaku

$$AB^2 = AN^2 + BN^2$$

$$BN^2 = AB^2 - AN^2$$

$$BN^2 = AB^2 - (AL + NL)^2$$

Karena $NL = BK$ maka

$$BN = \sqrt{AB^2 - (AL + NL)^2}$$

$$BN = \sqrt{AB^2 - (AL + BK)^2}$$

$$KL = BN$$

Jadi $KL = \sqrt{AB^2 - (AL + BK)^2}$

atau

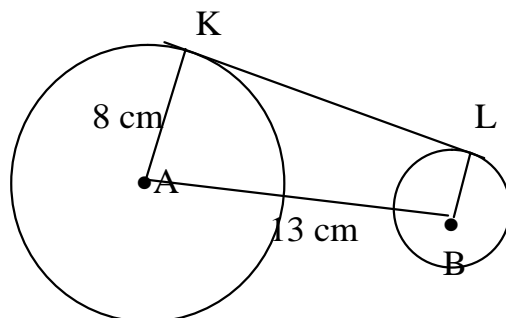
$$d = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$$

dengan a : jarak antar pusat kedua lingkaran

R : jari-jari lingkaran besar

r : jari-jari lingkaran kecil

Soal 1

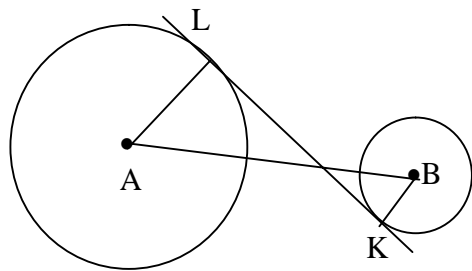


Perhatikan gambar di samping, \overline{KL} garis singgung persekutuan.

$AK = 8$ cm, $AB = 13$ cm dan $BL = 3$ cm.

Hitung panjang ruas garis \overline{KL} .

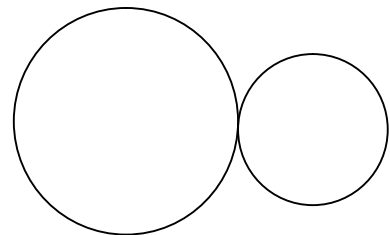
Soal 2



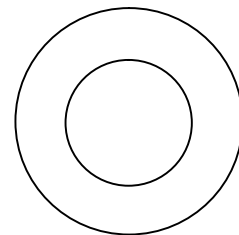
Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat A dan dengan pusat B. \overline{KL} garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran. $AL = 3$ cm, $BK = 2$ cm dan $AB = 13$ cm. Hitung \overline{KL} .

Latihan 6.6

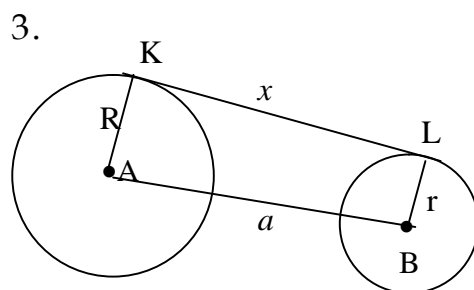
1. Apakah dua lingkaran yang bersinggungan di luar mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgung persekutuan? Gambarlah garis singgung persekutuan tersebut.



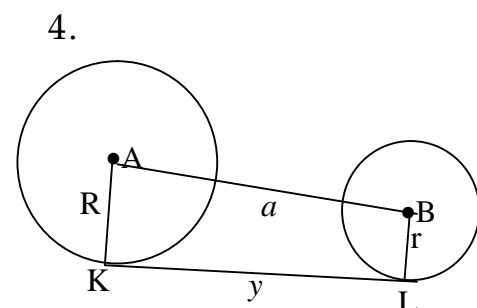
2. Apakah dua lingkaran sepusat mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgung persekutuannya? Gambarlah garis singgung persekutuan tersebut, jika ada.



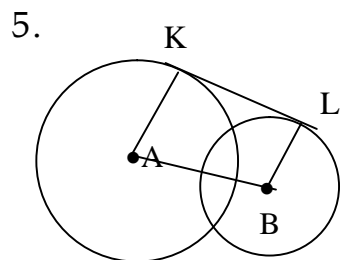
Untuk soal 3 sampai dengan 6, \overline{KL} adalah garis singgung persekutuan.



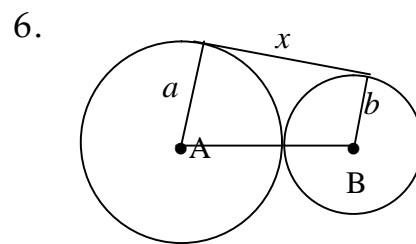
$$x = \dots\dots\dots$$



$$y = \dots\dots\dots$$

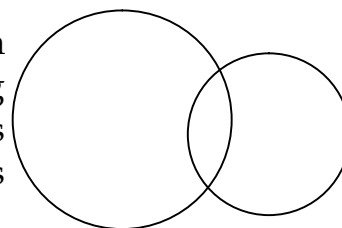


$\overline{KL} = \dots\dots\dots$

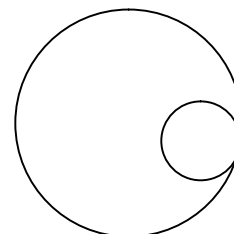


$x = \dots\dots\dots$

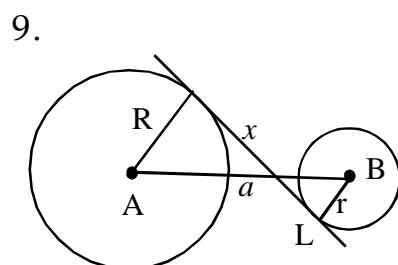
7. Apakah dua lingkaran berpotongan mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgungnya? Gambarlah garis singgung tersebut.



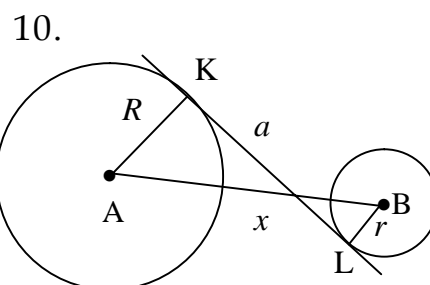
8. Apakah dua lingkaran bersinggungan di dalam mempunyai garis singgung persekutuan? Ada berapa garis singgungnya? Gambarlah garis singgung tersebut.



Untuk soal 9 dan 10, \overline{KL} adalah garis singgung persekutuan.

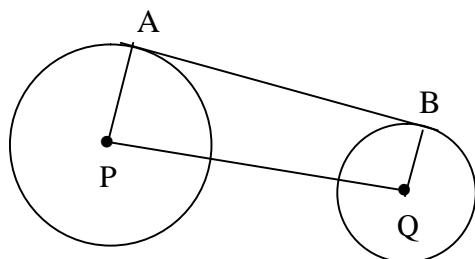


$x = \dots\dots\dots$



$x = \dots\dots\dots$

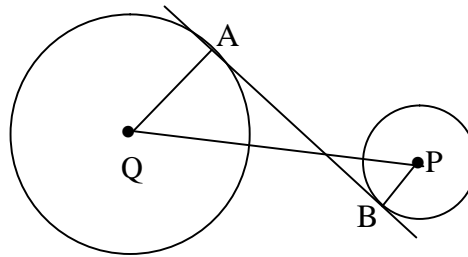
Untuk soal no. 11 - 12 gunakan gambar 6.41 di bawah, \overline{AB} garis singgung persekutuan.



Gambar 6.41

11. Jika $AP = 24$ cm, $BQ = 14$ cm, $PQ = 46$ cm, tentukan \overline{AB} .
 12. Jika $AB = 16$ cm, $PQ = 20$ cm, $AP = 18$ cm, tentukan \overline{BQ} .

Untuk soal no. 13 - 15 gunakan gambar 6.42 di bawah, dengan \overline{AB} garis singgung persekutuan.



Gambar 6.42

13. Jika $QA = 7$ cm, $BP = 5$ cm dan $PQ = 20$ cm, tentukan \overline{AB} .
14. Jika $AB = 24$ cm, $PQ = 26$ cm dan $BP = 6$ cm, tentukan \overline{AQ} .
15. Jika $QA = 5$ cm, $BP = 4$ cm, dan $PQ = 15$ cm, tentukan \overline{AB} .

Refleksi

- Setelah kamu mempelajari materi ini, adakah bagian yang tidak kamu mengerti? Jika ada, coba diskusikan dengan temanmu.
- Buatlah rangkuman tentang apa yang telah kamu pahami dan catatlah hal-hal yang sulit kamu pahami
- Sebutkan unsur-unsur lingkaran yang kamu ketahui
- Disebut apakah talibusur terpanjang dalam lingkaran?
- Sebutkan hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama
- Sifat-sifat apa yang kamu ketahui tentang sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama?
- Sebutkan hubungan sudut pusat, panjang busur dan luas juring dalam lingkaran
- Sebutkan macam-macam garis singgung lingkaran!
- Apakah garis singgung lingkaran selalu tegak lurus diameter?
- Merupakan apakah perpotongan ketiga garis bagi sudut dalam sebuah segitiga?
- Merupakan apakah perpotongan ketiga garis sumbu dalam sebuah segitiga?
- Sebutkan kemungkinan-kemungkinan kedudukan dua lingkaran!
- Sebutkan macam-macam garis singgung persekutuan dua lingkaran!
- Apa komentarmu tentang pembelajaran materi Pythagoras (senang, membosankan, mudah dimengerti atau lainnya)? Sampaikan hal itu kepada bapak/ibu gurumu!

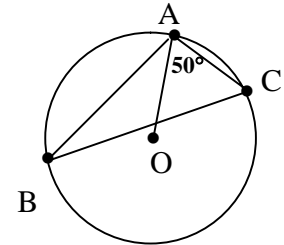
Rangkuman

- Jika kamu berjalan searah putaran jarum jam dari titik A menelusuri lingkaran dan kembali ke titik A, maka panjang lintasan yang dilalui itu dinamakan **keliling lingkaran (K)**.
- **Sudut pusat** adalah sudut di dalam lingkaran yang titik sudutnya adalah titik pusat lingkaran
- **Tali busur lingkaran** adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran
- **Juring** adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur
- **Tembereng** adalah daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh sebuah talibusur dan busurnya

- Panjang diameter dua kali panjang jari-jari
- **Sudut pusat** adalah sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari dan berpotongan di pusat lingkaran
- **Sudut keliling** adalah sudut yang dibentuk oleh dua tali busur dan berpotongan pada lingkaran
- Besar sudut pusat sama dengan **dua kali** besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama
- Besar sudut keliling-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah **sama besar**
- Sudut-sudut pusat berbanding sebagai $p : q$, maka perbandingan panjang busurnya dan perbandingan luas juringnya yang sesuai dengan sudut-sudut pusat tersebut adalah sama, yaitu $p : q$
- Terdapat dua macam garis singgung pada lingkaran, yaitu garis singgung lingkaran dalam dan garis singgung lingkaran luar
- Melalui suatu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Melalui suatu titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung pada lingkaran tersebut.
- Jika P di luar lingkaran maka jarak P ke titik-titik singgungnya adalah sama.
- Perpotongan antara ketiga garis sumbu pada segitiga merupakan pusat lingkaran luar sebuah segitiga. Ide ini dapat digunakan melukis lingkaran luar suatu segitiga.
- Garis-garis bagi sebuah segitiga berpotongan di satu titik yang merupakan pusat lingkaran O . Ide ini dapat digunakan untuk melukis lingkaran dalam suatu segitiga.
- Rumus panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran:
atau $d = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ dimana a : jarak antar pusat kedua lingkaran
 R : jari-jari lingkaran besar
 r : jari-jari lingkaran kecil
- Rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran:
atau $d = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ dimana a : jarak antar pusat kedua lingkaran
 R : jari-jari lingkaran besar
 r : jari-jari lingkaran kecil

1. Sebuah lingkaran dengan pusat O dan berjari-jari 10 cm. Titik P dan Q terletak pada lingkaran. Jika besar $\angle POQ = 36^\circ$, maka luas juring POQ adalah
- a. 314 cm^2 b. $31,4 \text{ cm}^2$
 c. $3,14 \text{ m}^2$ d. $0,14 \text{ m}^2$

2. Perhatikan gambar di samping. Jika besar $\angle OAC = 50^\circ$, maka besar $\angle ABC$ adalah
- a. 40° b. 50°
 c. 80° d. 100°



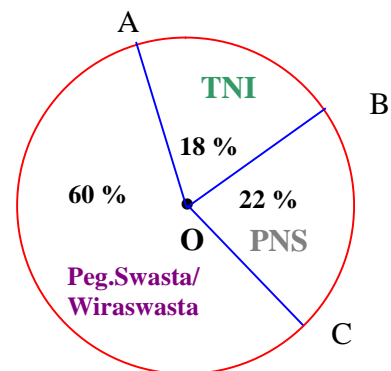
3. Sebuah ban sepeda kelilingnya adalah 176 cm. Dengan memilih $\pi = \frac{22}{7}$, maka jari-jari ban sepeda adalah
- a. 4 cm b. 7 cm
 c. 14 cm d. 28 cm
4. Sebuah mobil bergerak sehingga rodanya berputar 1000 kali. Jika jarak yang ditempuh 1,32 km dan $\pi = \frac{22}{7}$, maka jari-jari ban mobil adalah
- a. 12 cm b. 21 cm
 c. 24 cm d. 42 cm

5. Data pekerjaan orang tua murid SLTP di Maluku Utara diketahui seperti diagram di samping.

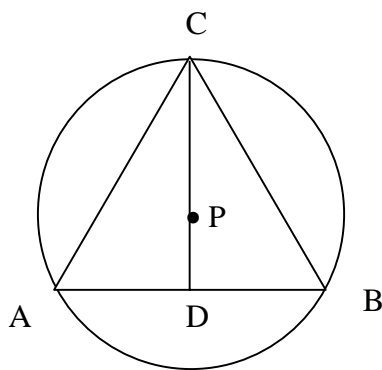
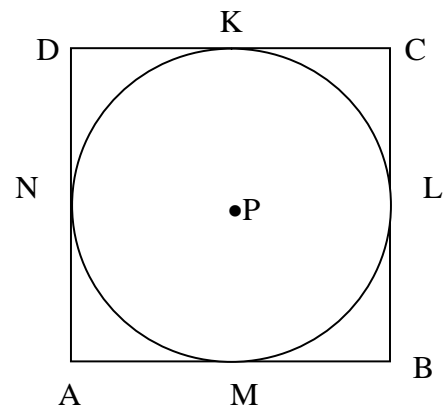
- a. Besar sudut pusat AOB =
 b. Besar sudut pusat BOC =

c. $\frac{\text{Panjang busur AB}}{\text{Panjang busur BC}} = \dots\dots\dots$

d. $\frac{\text{Luas juring AOB}}{\text{Luas juring BOC}} = \dots\dots\dots$



6. Gambar di samping adalah persegi yang sisi-sisinya menyinggung lingkaran. Jika $PL = 4$ cm. Tentukan panjang:
- Sisi persegi.
 - Diagonal persegi.
 - Panjang garis singgung.
 - Dapatkan kamu menyebutkan 4 layang-layang garis singgung pada gambar itu?



7. Gambar di samping adalah lingkaran dengan pusat P , merupakan lingkaran luar $\triangle ABC$ samakaki dengan $AC = BC$. Jika $CB = 5$ cm dan $BD = 3$ cm, tentukan jari-jari lingkaran luar segitiga ABC

8. Tentukan keliling sebuah arloji jika diameternya 2,8 cm.
Gunakan $\frac{22}{7}$ sebagai pengganti π .

