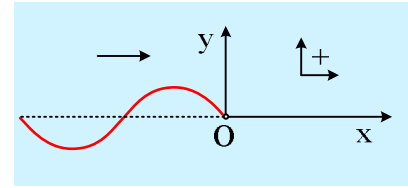


Το κύμα καθυστερήσε να φτάσει.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και προς την θετική κατεύθυνση, διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα πλάτους $A=0,2\text{m}$, μήκους κύματος $\lambda=0,8\text{m}$, με ταχύτητα $v=0,4\text{m/s}$ και τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ φτάνει στο σημείο O , στη θέση $x=0$. Εξαιτίας του κύματος αυτού το σημείο O αρχίζει να κινείται προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση).



- i) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο, για την ταλάντωση που θα πραγματοποιήσει.
- ii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο και στο διάστημα $0 \leq t \leq 3,5\text{s}$:
 - α) της φάσης της απομάκρυνσης του O ,
 - β) της απομάκρυνσης του σημείου O .
- iii) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
- iv) Αφού βρείτε τη συνάρτηση $y=f(x)$ για τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου τη στιγμή $t_2=3,5\text{s}$, να κάνετε την γραφική της παράσταση, για την θετική περιοχή του άξονα x , τη στιγμή αυτή.

Απάντηση:

- i) Το σημείο O ξεκινά την ταλάντωσή του, τη στιγμή $t'=t-t_1$, από την θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, με περίοδο:

$$v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,8}{0,4} \text{s} = 2\text{s}$$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης, παίρνει τη μορφή:

$$y_o = A \cdot \eta\mu(\omega t') = A \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}(t-t_1)\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{2}(t-1)\right) \rightarrow$$

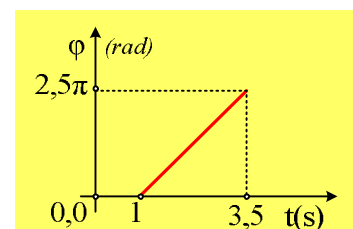
$$y_o = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\right) \quad (\text{S.I.}) \quad \mu\epsilon \quad t \geq 1\text{s}$$

- ii) Η παραπάνω εξίσωση της απομάκρυνσης γράφεται και $y_o = 0,2 \cdot \eta\mu(\pi t - \pi)$ (S.I.) (1)

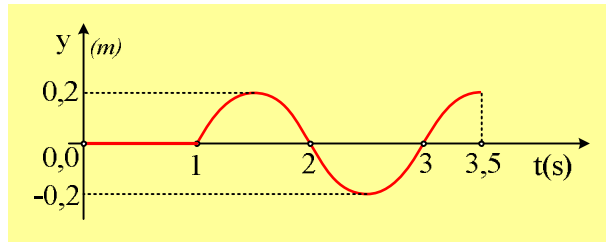
- α) Η φάση της απομάκρυνσης είναι:

$$\varphi = \pi t - \pi \quad (\text{S.I.}) \quad t \geq 1\text{s}.$$

Στο διπλανό σχήμα έχει παρασταθεί γραφικά η παραπάνω συνάρτηση της φάσης. Μέχρι τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ το σημείο δεν ταλαντώνεται, οπότε δεν ορίζεται η φάση, ενώ για $t > 3,5\text{s}$ δεν γνωρίζουμε τι συμβαίνει, αφού δεν έχουμε κάποιο δεδομένο.



- β) Η αντίστοιχη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης, είναι μια ημιτονοειδής καμπύλη, η οποία είναι μετατοπισμένη κατά 1s , προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα:



iii) Ένα τυχαίο σημείο Σ, δεξιά του Ο, στη θέση x θα καθυστερήσει να αρχίσει να ταλαντώνεται κατά Δt , σε σχέση με το Ο, όπου $x=v \cdot \Delta t$, με αποτέλεσμα η εξίσωση της απομάκρυνσής του να έχει τη μορφή:

$$y_O = 0,2 \cdot \eta\mu(\pi t - \pi) \rightarrow$$

$$y_\Sigma = 0,2 \cdot \eta\mu(\pi(t - \Delta t) - \pi) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\pi\left(t - \frac{x}{v}\right) - \pi\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\pi t - \pi \frac{x}{0,4} - \pi\right) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{0,8} - \frac{1}{2}\right) \quad \mu\epsilon \quad t \geq 1s, \quad x \leq 0,4(t-1) \quad (S.I.) \quad (2)$$

Η εξίσωση (2) είναι η εξίσωση του κύματος.

iv) Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) $t=3,5s$ παίρνουμε:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{0,8} - \frac{1}{2}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{3,5}{2} - \frac{x}{0,8} - \frac{1}{2}\right) \rightarrow$$

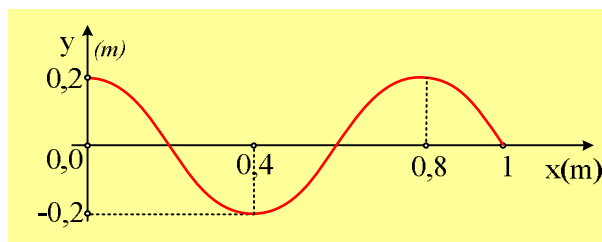
$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(1,25 - \frac{x}{0,8}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(2,5\pi - \pi \frac{x}{0,4}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \pi \frac{x}{0,4}\right) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \pi \frac{x}{0,4}\right) = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi \frac{x}{0,4}\right)$$

Ενώ το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι τη θέση x_2 , όπου:

$$\Delta x = x_2 = v \cdot \Delta t = v(t_2 - t_1) = 0,4 \cdot (3,5 - 1)m = 1m$$

Με βάση τα παραπάνω χαράσσουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή $t_2=3,5s$, παίρνοντας την εικόνα:



dmargaris@gmail.com