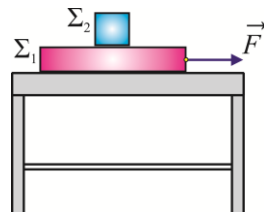


ΣΩΜΑΤΑ ΠΑΝΩ ΣΕ ΣΑΝΙΔΕΣ

1. Πάνω σε ένα τραπέζι βρίσκεται σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1 \text{ kg}$ και πάνω του είναι τοποθετημένο ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του τραπέζιου και του σώματος Σ_1 είναι $\mu = 0,35$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι $\mu_\sigma = 0,50$. Ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη F .



- α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Σ_1 και Σ_2 και να αναφέρετε ποιες από αυτές αποτελούν ζεύγη «δράσης - αντίδρασης».
- β. Να βρείτε τη μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το σώμα Σ_2 κατά τη διεύθυνση της οριζόντιας δύναμης F .
- γ. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης F ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθαίνει πάνω στο Σ_1 .

Δίνεται το μέτρο της βαρυτικής επιτάχυνσης $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ. [β. $a_{\max} = 5 \text{ m/s}^2$, γ. $F_{\max} = 25,5 \text{ N}$]

Λύση

- α. Οι δυνάμεις που αποτελούν ζεύγη δράσης - αντίδρασης είναι οι N_2, N'_2 και $T_{\sigma 1}, T_{\sigma 2}$.
- β. Το Σ_2 κινείται μαζί με το Σ_1 , άρα τα δύο σώματα έχουν ίδια επιτάχυνση a . Η συνισταμένη δύναμη είναι η $T_{\sigma 2}$ και ισχύει:

$$\Sigma F_x = m_2 a \Rightarrow T_{\sigma 2} = m_2 a \quad (1)$$

Στον κατακόρυφο άξονα δεν έχουμε κίνηση οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \quad (2)$$

Από την (1) προκύπτει πως το σώμα Σ_2 θα αποκτήσει μέγιστη επιτάχυνση όταν η $T_{\sigma 2}$ γίνει μέγιστη, δηλαδή ίση με $T_{\sigma(\max)}$.

$$a_{\max} = \frac{T_{\sigma(\max)}}{m_2} = \frac{\mu_\sigma N_2}{m_2} = \frac{\mu_\sigma m_2 g}{m_2} \Rightarrow$$

$$a_{\max} = \mu_\sigma g = 5 \text{ m/s}^2$$

- γ. Αν η επιτάχυνση των σωμάτων είναι:

$$a \leq a_{\max} = \mu_\sigma g \Rightarrow \text{όχι ολίσθηση}$$

Όσο δεν ολισθαίνει το Σ_2 ως προς το Σ_1 , τα δύο σώματα έχουν ίδια επιτάχυνση. Θα εφαρμόσουμε το θεμελιώδη νόμο για κάθε σώμα.

Πρώτα θα υπολογίσουμε τη δύναμη της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο Σ_1 .

Στον κατακόρυφο άξονα για το Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - N'_2 - m_1 g = 0 \Rightarrow N_1 = (m_2 + m_1)g$$

Άρα η τριβή ολίσθησης θα έχει μέτρο $T = \mu(m_2 + m_1)g$.

Γράφουμε το θεμελιώδη νόμο για κάθε σώμα:

$$\Sigma_1: \Sigma F_x = m_1 a \Rightarrow F - T - T_\sigma = m_1 a \quad (1)$$

$$\Sigma_2: \Sigma F_x = m_2 a \Rightarrow T_\sigma = m_2 a \quad (2)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη:

$$F - T = (m_2 + m_1) a \Rightarrow F = T + (m_2 + m_1) a \Rightarrow$$

$$F = \mu(m_2 + m_1)g + (m_2 + m_1) a \Rightarrow$$

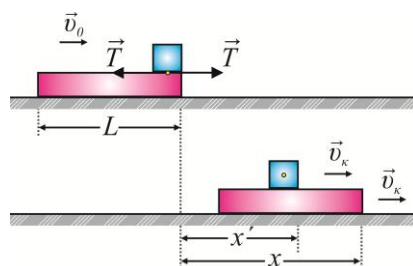
$$F = (m_2 + m_1)(\mu g + a)$$

$$F_{max} = (m_2 + m_1)(\mu g + \mu_\sigma g)$$

$$F_{max} = (\mu + \mu_\sigma)(m_2 + m_1)g \Rightarrow$$

$$F_{max} = (0,35 + 0,5) \cdot 3 \cdot 10 = 25,5 \text{ N}$$

2. Σανίδα ΑΓ μάζας $M = 4 \text{ kg}$ και μήκους $L = 2,5 \text{ m}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v = 5 \text{ m/s}$, η οποία έχει κατεύθυνση από το Α προς το Γ. Κάποια στιγμή τοποθετούμε στο άκρο Γ της σανίδας έναν μικρό κύβο μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και της σανίδας είναι $\mu = 0,4$. Μετά από λίγο, τα δύο σώματα αποκτούν την ίδια ταχύτητα.



- α. Εξηγήστε γιατί, μετά από λίγο, τα δύο σώματα αποκτούν την ίδια ταχύτητα και υπολογίστε την κοινή ταχύτητα που αποκτούν.
β. Βρείτε το ελάχιστο μήκος της σανίδας ώστε το σώμα να μην πέσει από τη σανίδα.

Απ.[α. $v_k = 4 \text{ m/s}$, β. $L_{min} = 2,5 \text{ m}$]

Λύση

- α. Η σανίδα δέχεται δύναμη τριβής από τον κύβο που έχει μέτρο T και κατεύθυνση αντίθετη προς την ταχύτητά της. Ο κύβος ολισθαίνει ως προς τη σανίδα. Δηλαδή ένας παρατηρητής πάνω στη σανίδα βλέπει τον κύβο να ολισθαίνει από το Γ προς το Α, έτσι ο κύβος δέχεται τριβή ολίσθησης με κατεύθυνση προς τα δεξιά. Οι δυνάμεις τριβής που δέχονται τα δύο σώματα είναι αντίθετες (δράση - αντίδραση) και έχουν ίδιο μέτρο.

Για τον κύβο ισχύει: $T = \mu N = \mu mg = 0,4 \cdot 1 \cdot 10 = 4 \text{ N}$.

Τα δύο σώματα αποκτούν επιταχύνσεις a (για τη σανίδα) και a' (για τον κύβο), που τις υπολογίζουμε με το θεμελιώδη νόμο:

Για τη σανίδα:

$$\Sigma F = Ma \Rightarrow -T = Ma \Rightarrow a = -\frac{T}{M} = -\frac{4}{4} = -1 \text{ m/s}^2$$

Για τον κύβο:

$$\Sigma F = ma' \Rightarrow T = ma' \Rightarrow a' = \frac{T}{m} = \frac{4}{1} = 4 \text{ m/s}^2$$

Ο κύβος κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και η ταχύτητά του αυξάνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$v' = a't \quad (1)$$

Η σανίδα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και η ταχύτητα της μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$v = v_0 - |a'|t \quad (2)$$

Έτσι, κάποια στιγμή τα δύο σώματα θα αποκτήσουν ίδια ταχύτητα:

$$v' = v \Rightarrow a't = v_0 - |a'|t \Rightarrow 4t = 5 - 1t \Rightarrow 5t = 5 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

Τότε από (1) ή (2) βρίσκουμε:

$$v = v' = v_k = 4 \text{ m/s}$$

β. Τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$, οι μετατοπίσεις των σωμάτων είναι x και x' με

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} |a| t^2 = 5 - 0,5 = 4,5 \text{ m}$$

$$x' = \frac{1}{2} a' t^2 = \frac{1}{2} 4 = 2 \text{ m}$$

Για να μην πέσει ο κύβος, πρέπει τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$ να ισχύει:

$$x - x' \leq L \Rightarrow 4,5 - 2 \leq L \Rightarrow L \geq 2,5 \text{ m}$$

Επομένως:

$$L_{\min} = 2,5 \text{ m}$$

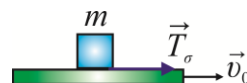
3. Ένα κιβώτιο μάζας $m = 40 \text{ kg}$ βρίσκεται στην καρότσα ενός φορτηγού το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0 = 72 \text{ km/h}$. Κάποια στιγμή ο οδηγός πατάει φρένο και η ταχύτητα του φορτηγού μειώνεται με σταθερό ρυθμό ώσπου να σταματήσει μετά από χρόνο $\Delta t = 4 \text{ s}$. Βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής ώστε το κιβώτιο να μην ολισθήσει πάνω στο δάπεδο της καρότσας. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Απ.} [\mu_{\sigma(\min)} = 0,5]$$

Λύση

Είναι $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ και ισχύει:

$$a = \frac{v_0}{\Delta t} = 5 \text{ m/s}^2$$



Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, γράφεται:

$$T_\sigma = ma$$

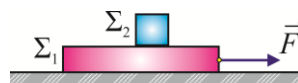
και πρέπει να ισχύει:

$$T_\sigma \leq \mu_\sigma N \Rightarrow ma \leq \mu_\sigma mg \Rightarrow a \leq \mu_\sigma g \Rightarrow \mu_\sigma \geq a/g$$

Η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής είναι:

$$\mu_{\sigma(\min)} = a/g \Rightarrow \mu_{\sigma(\min)} = 0,5$$

4. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$, αντίστοιχα. Ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 είναι $\mu_\sigma = 0,4$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ_1 και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = 0,5$.



- α. Βρείτε τη μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης για την οποία τα σώματα κινούνται σαν να είναι κολλημένα.
β. Για την τιμή της επιτάχυνσης που βρήκατε, υπολογίστε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ_1 .

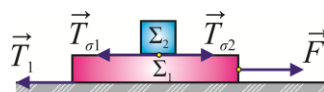
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ.[α. $a_{\max} = 4 \text{ m/s}^2$, β. $F = 45 \text{ N}$, $w_1 = 40 \text{ N}$, $N_1 = 50 \text{ N}$, $F_{21} = 10 \text{ N}$, $T_{\sigma 1} = 4 \text{ N}$, $T_1 = 25 \text{ N}$]

Λύση

- α. Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, για το σώμα Σ_2 γράφεται:

$$T_{\sigma 2} = m_2 a$$



και πρέπει να ισχύει:

$$T_{\sigma 2} \leq \mu_\sigma N \Rightarrow m_2 a \leq \mu_\sigma m_2 g \Rightarrow a \leq \mu_\sigma g$$

οπότε

$$a_{\max} = \mu_\sigma g \Rightarrow a_{\max} = 4 \text{ m/s}^2$$

- β. Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, για το σώμα Σ_1 γράφεται:

$$F - \mu(m_1 + m_2)g - T_{\sigma 2(\max)} = m_1 a \Rightarrow F = m_1 a + \mu(m_1 + m_2)g + \mu_\sigma m_2 g \Rightarrow F = 45 \text{ N}$$

Εκτός της $\vec{F}$, οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ_1 είναι:

$$w_1 = m_1 g \Rightarrow w_1 = 40 \text{ N}$$

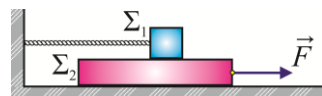
$$N_1 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow N_1 = 50 \text{ N}$$

$$F_{21} = m_2 g \Rightarrow F_{21} = 10 \text{ N}$$

$$T_{\sigma 1} = T_{\sigma 2(\max)} = m_2 a_{\max} \Rightarrow T_{\sigma 1} = 4 \text{ N}$$

$$T_1 = \mu(m_1 + m_2)g \Rightarrow T_1 = 25 \text{ N}$$

5. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 8 \text{ kg}$, αντίστοιχα, ισορροπούν όπως στο σχήμα. Ασκούμε στο σώμα Σ_2 οριζόντια σταθερή δύναμη $F = 52 \text{ N}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στα σώματα Σ_2 και Σ_1 είναι $\mu_1 = 0,5$ και ανάμεσα στο σώμα Σ_2 και το οριζόντιο δάπεδο είναι $\mu_2 = 0,25$.



- α. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.
β. Βρείτε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα.
γ. Βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ_2 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ.[β. $T_1 = 10 \text{ N}$, $T = 10 \text{ N}$, $T_2 = 25 \text{ N}$, γ. $a = 37/8 \text{ m/s}^2$]

Λύση

- α. Οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα φαίνονται στο διπλανό σχήμα.
 β. Για το Σ_1 ισχύει:

$$T_1 = \mu_1 m_1 g \Rightarrow T_1 = 10 \text{ N}$$

Από την ισορροπία του Σ_1 έχουμε:

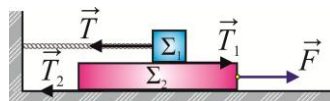
$$T = T_1 \Rightarrow T = 10 \text{ N}$$

Για το Σ_2 ισχύει:

$$T_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g \Rightarrow T_2 = 25 \text{ N}$$

- γ. Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, γράφεται για το Σ_2 :

$$F + T_1 - T_2 = m_2 a \Rightarrow a = \frac{F + T_1 - T_2}{m_2} \Rightarrow a = \frac{37}{8} \text{ m/s}^2$$

**6. Κίνηση σώματος πάνω σε άλλο σώμα**

Η σανίδα του σχήματος έχει μάζα $M = 4 \text{ kg}$ και ισορροπεί πάνω σε λείο έδαφος. Το σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί πάνω στο αριστερό άκρο της σανίδας. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και τη σανίδα είναι $\mu = 0,4$.

Εκτοξεύουμε το σώμα μάζας m με ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$ κατά μήκος της σανίδας. Βρείτε:

- α. Την επιτάχυνση κάθε σώματος.
 β. Την ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$.
 γ. Το διάστημα κάθε σώματος τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ. [α. $a_1 = -4 \text{ m/s}^2$, $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$, β. $v_1 = 1 \text{ m/s}$, $v_2 = 1 \text{ m/s}$, γ. $s_1 = 3 \text{ m}$, $s_2 = 0,5 \text{ m}$]

**Λύση**

- α. Είναι $T = \mu mg$. Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, γράφεται για κάθε σώμα:

$$\left. \begin{array}{l} -T = ma_1 \\ T = Ma_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\mu mg = ma_1 \\ \mu mg = Ma_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = -\frac{\mu mg}{m} \\ a_2 = \frac{\mu mg}{M} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = -4 \text{ m/s}^2 \\ a_2 = 1 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

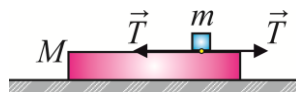
- β. Η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$ είναι:

$$v_1 = v_0 - |a_1|t \Rightarrow v_1 = 1 \text{ m/s}$$

$$v_2 = a_2 t \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

- γ. Το διάστημα κάθε σώματος τη στιγμή $t = 1 \text{ s}$ είναι:

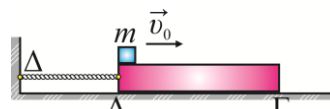
$$s_1 = v_0 t - \frac{1}{2} |a_1| t^2 \Rightarrow s_1 = 3 \text{ m}$$



$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \Rightarrow s_2 = 0,5 \text{ m}$$

7. Σύστημα δύο σωμάτων

Σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο στο άκρο Α μιας σανίδας ΑΓ μήκους $l = 4,5 \text{ m}$, η οποία βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο και είναι δεμένη με οριζόντιο νήμα ΑΔ, όπου Δ είναι ακλόνητο σημείο. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε το σώμα με αρχική ταχύτητα $v_0 = 6 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα φτάνει στο Γ με μηδενική ταχύτητα.

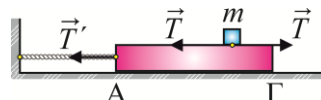


- Σε κάποια τυχαία θέση του σώματος να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στη σανίδα.
 - Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής.
 - Να βρείτε το μέτρο της τάσης του νήματος.
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ. [β. $\mu = 0,4$, γ. $T' = 8 \text{ N}$]

Λύση

- Οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στη σανίδα φαίνονται στο διπλανό σχήμα.
- Το μήκος της σανίδας θα είναι:



$$l = \frac{v_0^2}{2|a|} \Rightarrow |a| = \frac{v_0^2}{2l} \Rightarrow |a| = 4 \text{ m/s}^2 \text{ ή } a = -4 \text{ m/s}^2$$

Ο θεμελιώδης νόμος, $\Sigma F = ma$, για το σώμα Σ γράφεται:

$$-T = ma \Rightarrow T = 8 \text{ N}$$

Έτσι ο συντελεστής τριβής είναι:

$$T = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{T}{mg} \Rightarrow \mu = 0,4$$

- Από την ισορροπία της σανίδας έχουμε:

$$T' = T \Rightarrow T' = 8 \text{ N}$$

- Η σανίδα του σχήματος έχει μάζα $M = 4 \text{ kg}$ και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένας κύβος μάζας $m = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί στο αριστερό άκρο της σανίδας. Δίνουμε στον κύβο οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$ και παρατηρούμε ότι φτάνει στο άλλο άκρο της σανίδας με ταχύτητα $v = 1 \text{ m/s}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σανίδας και κύβου είναι $\mu = 0,25$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- Να εξετάσετε αν ο κύβος και η σανίδα αποχωρίζονται κάποια στιγμή.
- Βρείτε τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος.
- Να βρείτε τη συνολική θερμότητα που αναπτύσσεται.
- Να βρείτε το μήκος της σανίδας καθώς και τη μετατόπιση κάθε σώματος.

Απ. [α. όχι, β. $\Delta p_1 = -4 \text{ kgm/s}$, $\Delta p_2 = 4 \text{ kgm/s}$, γ. $Q = 10 \text{ J}$, δ. $x = 0,8 \text{ m}$, $x' = 4,8 \text{ m}$, $L = 4 \text{ m}$]

Λύση

α. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$mv_0 = (M + m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M + m}v_0 = 1 \text{ m/s}$$

Είναι $V = v$, οπότε τα σώματα δεν αποχωρίζονται.

β. Για κάθε σώμα έχουμε:

$$\Delta p_1 = m(V - v_0) \Rightarrow \Delta p_1 = -4 \text{ kgm/s}$$

$$\Delta p_2 = -\Delta p_1 \Rightarrow \Delta p_2 = 4 \text{ kgm/s}$$

γ. Η συνολική θερμότητα είναι:

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)V^2 \Rightarrow Q = 10 \text{ J}$$

δ. Το μέτρο της τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $T = \mu mg = 2,5 \text{ N}$. Από το θεώρημα κινητικής ενέργειας - έργου για το σώμα μάζας m , από την αρχική θέση μέχρι τη θέση που τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα, έχουμε:

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -Tx' \Rightarrow x' = 4,8 \text{ m}$$

Από το θεώρημα κινητικής ενέργειας - έργου για το σώμα μάζας M , από την αρχική θέση μέχρι τη θέση που τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα, έχουμε:

$$\frac{1}{2}MV^2 = Tx \Rightarrow x = 0,8 \text{ m}$$

Το μήκος της σανίδας είναι η διαφορά αυτών των μετατοπίσεων:

$$L = x' - x \Rightarrow L = 4 \text{ m}$$

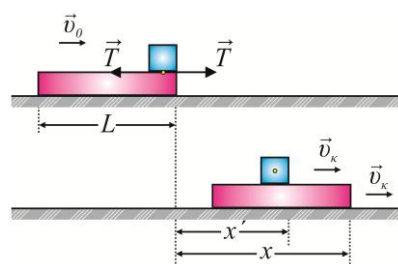
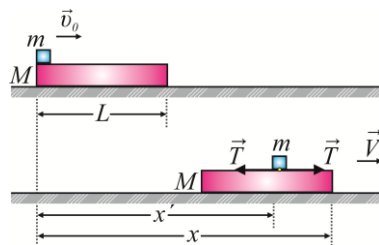
9. Σανίδα ΑΓ μάζας $M = 4 \text{ kg}$ και μήκους $L = 2,5 \text{ m}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$, η οποία έχει κατεύθυνση από το Α προς το Γ. Κάποια στιγμή τοποθετούμε στο άκρο Γ της σανίδας έναν μικρό κύβο μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και της σανίδας είναι $\mu = 0,4$. Μετά από λίγο, τα δύο σώματα αποκτούν την ίδια ταχύτητα.

α. Υπολογίστε την κοινή ταχύτητα που αποκτούν.

β. Βρείτε τη σχέση που συνδέει την ολική θερμότητα με τα έργα των δυνάμεων τριβής που ασκούνται στα σώματα.

γ. Βρείτε το ελάχιστο μήκος της σανίδας ώστε το σώμα να μην πέσει από τη σανίδα.

Απ. [α. $V = 4 \text{ m/s}$, β. $|W_T + W_{T'}| = Q$, γ. $L_{\min} = 2,5 \text{ m}$]



Λύση

α. Έστω V η κοινή ταχύτητα των σωμάτων. Από την ΑΔΟ έχουμε:

$$Mv_0 = (M + m)V \Rightarrow V = \frac{M}{M + m}v_0 = \frac{4}{5}5 = 4 \text{ m/s}$$

β. Οι δυνάμεις τριβής που δέχονται τα δύο σώματα είναι αντίθετες (δράση - αντίδραση) και έχουν ίδιο μέτρο.

Για τον κύβο ισχύει: $T = \mu N = \mu mg = 0,4 \cdot 1 \cdot 10 = 4 \text{ N}$.

Η σανίδα δέχεται δύναμη τριβής που έχει επίσης μέτρο 4 N.

Το ΘΜΚΕ δεν ισχύει για σύστημα σωμάτων διότι τα έργα των εσωτερικών δυνάμεων T και $-T$ που ασκούνται στο σύστημα δεν είναι αντίθετα, αφού οι μετατοπίσεις των σωμάτων δεν είναι ίδιες. Μπορούμε να εφαρμόσουμε το ΘΜΚΕ για κάθε σώμα:

Για τον κύβο: $\frac{1}{2}mV^2 = Tx'$

Για τη σανίδα: $\frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = -Tx$

Με πρόσθεση κατά μέλη:

$$\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = Tx' - Tx$$

$$\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = -T(x - x')$$

$$-4(x - x') = 40 - 50 \Rightarrow x - x' = 2,5 \text{ m}$$

Η ολική θερμότητα ισούται με τη μείωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος:

$$Q = |\Delta E| = |\Delta K| = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \left(\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV^2\right) = 10 \text{ J}$$

Τα έργα των δυνάμεων τριβής που ασκούνται στο σώμα και στη σανίδα είναι:

Για τη σανίδα: $W_T = -Tx < 0$

Για το σώμα: $W_{T'} = Tx' > 0$

Το άθροισμα των δύο έργων είναι $W_T + W_{T'} = -T(x - x')$ και $|W_T + W_{T'}| = Q$.

► Για παρατηρητή πάνω στη σανίδα το σώμα ολισθαίνει ως προς τη σανίδα κατά διάστημα $s = |x - x'|$ και η παραγόμενη θερμότητα είναι $Q = |W_T| = T|x - x'|$.

γ. Για να μην πέσει το σώμα από τη σανίδα πρέπει :

$$x - x' \leq L \Rightarrow 4,5 - 2 \leq L \Rightarrow L \geq 2,5 \text{ m}$$