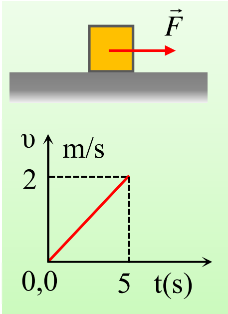
Αλλάζοντας το μέτρο της δύναμης

Ένα σώμα ηρεμεί στη θέση x_0=10m, όταν κάποια στιγμή t_0=0 δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και στο διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να υπολογιστούν η επιτάχυνση του σώματος από 0-5s, καθώς και η θέση του σώματος τη στιγμή t_1=5s.

Δίνεται η μάζα του σώματος m=2kg και το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, στο παραπάνω χρονικό διάστημα F_1=4N.

ii) Αφού αποδείξετε πρώτα ότι το επίπεδο δεν είναι λείο, στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα, κατά την κίνησή του.

iii) Τη χρονική στιγμή t_1, αλλάζουμε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή t_2=7s το σώμα να περνά από την θέση x_2=18m, να υπολογιστούν:

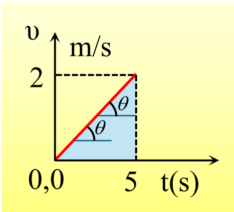
α) Το σταθερό μέτρο F_2 της δύναμης για $t > t_1$.

β) Η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3=10s.

γ) Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη $\vec{F}$, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3.

Απάντηση:

i) Η κλίση στο διάγραμμα υ-t μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος, ενώ το εμβαδόν του τριγώνου στο διπλανό διάγραμμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος από 0-5s.

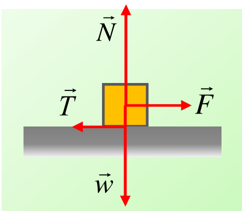


$$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{2-0}{5-0} m/s^2 = 0,4 m/s^2 \quad \text{και} \quad \Delta x_1 = \frac{1}{2}\beta\cdot\upsilon = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 2m = 5m$$

Αλλά αν Δx_1 είναι η μετατόπιση του σώματος, θα ισχύει $\Delta x_1 = x_1 - x_0$, οπότε:

$$x_1 = x_0 + \Delta x_1 = 10m + 5m = 15m$$

ii) Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε N=w=mg, οπότε μας ενδιαφέρουν οι οριζόντιες δυνάμεις αφού αυτές καθορίζεται η κίνηση του σώματος.



Αν υποθέσουμε ότι το επίπεδο είναι λείο, τότε το σώμα, με την επίδραση της ασκούμενης δύναμης θα αποκτήσει επιτάχυνση:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow a_0 = \frac{F_1}{m} = \frac{4}{2} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Πράγμα **άτοπο**, αφού παραπάνω υπολογίσαμε επιτάχυνση α_1=0,4m/s^2. Έτσι θα έχουμε:

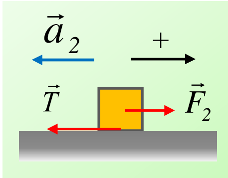
$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_1 - T = ma_1 \rightarrow T = F_1 - ma_1 = 4N - 2\cdot 0,4N = 3,2N$$

iii) Μετά την αλλαγή του μέτρου της δύναμης και από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = 18m - 15m = 3m$. Αν το μέτρο της δύναμης είναι σταθερό, το σώμα κινείται ξανά με σταθερή επιτάχυνση, οπότε για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση θα ισχύει για την μετατόπιση η εξίσωση:

$$\Delta x_{12} = \upsilon_1 \cdot (\Delta t) + \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 \quad (1)$$

Οπότε με αντικατάσταση των τιμών στο S.I. ($\Delta t = t_2 - t_1 = 2s$) θα πάρουμε:

$$3 = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} a_2 \cdot 2^2 \rightarrow \alpha_2 = -0{,}5m/s^2.$$



α) Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_2 - T = ma_2 = T + ma_2 = 3{,}2N + 2 \cdot (-0{,}5) N = 2{,}2N$$

Ββ) Για την ταχύτητα μετά τη στιγμή t_1 ισχύει η εξίσωση $\upsilon = \upsilon_1 + a_2(\Delta t)$ (2)

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) παίρνουμε για τις ταχύτητες τις στιγμές t_2 και t_3 βρίσκουμε:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + a_2(t_2 - t_1) = 2m/s + (-0{,}5) \cdot (7-5) m/s = 1m/s \text{ και}$$

$$\upsilon_3 = \upsilon_1 + a_2(t_3 - t_1) = 2m/s + (-0{,}5) \cdot (10-5) m/s = -0{,}5m/s$$

Τι νόημα έχει η αρνητική ταχύτητα υ_3 που υπολογίσαμε; Ότι το σώμα κινείται προς τα αριστερά, πράγμα παράλογο αφού θεωρεί ότι αφού μηδενίστηκε η ταχύτητα του σώματος επιταχύνθηκε προς τα αριστερά, εξαιτίας της τριβής!!! Το σώμα λοιπόν τη στιγμή t_3 =10s δεν κινείται, αφού μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του θα παραμείνει ακίνητο στη θέση που βρίσκεται.

γ) Για να βρούμε το ζητούμενο έργο, ας βρούμε προηγούμενα τη θέση που σταμάτησε το σώμα. Θέτοντας στην (2) υ=0 βρίσκουμε το χρονικό διάστημα (μετά τη στιγμή t_1) που σταματά η κίνηση:

$$\upsilon = \upsilon_1 + a_2(\Delta t) \rightarrow (\Delta t) = -\frac{\upsilon_1}{\alpha_2} = -\frac{2}{-0{,}5} s = 4s$$

Το σώμα σταματά τη χρονική στιγμή 9s… Οπότε με αντικατάσταση στην (1) βρίσκουμε για την μετατόπιση Δx_2 του σώματος, μέχρι να σταματήσει:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \cdot (\Delta t) + \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 = 2 \cdot 4m + \frac{1}{2}(-0{,}5) \cdot 4^2 m = 4m$$

Έτσι για το ζητούμενο έργο έχουμε:

$$W = W_1 + W_2 = F_1 \cdot \Delta x_1 + F_2 \cdot \Delta x_2 = 4 \cdot 5J + 2{,}2 \cdot 4J = 28{,}8J$$

dmargaris@gmail.com