

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Θετικού Προσανατολισμού

Επιμέλεια: Νασικά Ελευθερία

Σχ. Έτος 2014-2015

Οριζόντια βολή

Ερωτήσεις:

1) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ορισμένο ύψος με ταχύτητα 2m/s και μετά από 1s φτάνει στο έδαφος.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- i) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- ii) Το σώμα κατά την κίνησή του έχει σταθερή επιτάχυνση.
- iii) Η τροχιά είναι μια παραβολή και η επιτάχυνση είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα.
- iv) Το σώμα φτάνει στο έδαφος με κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας μέτρου 10m/s .
- v) Στον οριζόντιο άξονα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- vi) Στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και το ύψος εκτόξευσης δίνεται από την σχέση $h = \frac{1}{2} \cdot g t^2 = 5\text{m}$.
- vii) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος την στιγμή που φτάνει στο έδαφος είναι μεγαλύτερο από 2m/s . Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

2) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $h = 180\text{m}$ με ταχύτητα $u_0 = 20\text{m/s}$. Μετά από 2s το σώμα βρίσκεται σε σημείο Α.

α. Να συμπληρωθούν τα κενά:

- i) Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα είναι
- ii) Η κίνηση στον κατακόρυφο άξονα είναι
- iii) Η οριζόντια ταχύτητα στο Α είναι
- iv) Η κατακόρυφη ταχύτητα στο Α είναι

β. Ποια πρόταση είναι σωστή:

- i) Η τροχιά που διαγράφει το σώμα είναι κυκλική.
- ii) Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση.
- iii) Το σώμα έχει σταθερή ταχύτητα.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του σώματος παραμένει σταθερός.

v) Το σημείο A βρίσκεται στο έδαφος.

γ. Να συνδέσετε με γραμμές τα μεγέθη της αριστερής στήλης με τις σχέσεις της δεξιάς στήλης.

Οριζόντια ταχύτητα	$= \frac{1}{2} gt^2$
Κατακόρυφη ταχύτητα	$= u_0$
Ταχύτητα	$= gt$
Κατακόρυφη μετατόπιση	$= \frac{v^2}{2g}$
Οριζόντια μετατόπιση	
Ύψος από το έδαφος	$= \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$
	$= h - \frac{1}{2} gt^2$
	$= u_0 t$

δ. Ποια η θέση του σημείου A;

ε. Να βρείτε την ταχύτητα στο σημείο A.

στ. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

i) Η επιτάχυνση στο A είναι κατακόρυφη.

ii) Η επιτάχυνση στο A αλλάζει και το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας.

iii) Υπάρχει κεντρομόλος επιτάχυνση στο A, ίση με την επιτρόχια επιτάχυνση.

iv) Δεν υπάρχει κεντρομόλος επιτάχυνση, επειδή η κίνηση δεν είναι ομαλή κυκλική κίνηση.

ζ. Σε ποιο σημείο το σώμα θα πέσει στο έδαφος; $g=10\text{m/s}^2$.

3) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα 20m/s από ύψος $h=20\text{m}$.

i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές:

a) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα.

b) Η κίνηση του σώματος είναι ομαλή.

c) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας παραμένει σταθερός.

d) Ο ρυθμός μεταβολής της επιτάχυνσης αυξάνει.

e) Η ταχύτητά του αυξάνεται.

ii) Να συμπληρωθούν τα κενά:

a) Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα είναι

b) Η κίνηση στον κατακόρυφο άξονα είναι

c) Η κατακόρυφη ταχύτητα του σώματος είναι του χρόνου.

- d) Αν η αρχική ταχύτητα του σώματος ήταν μεγαλύτερη από 20m/s , τότε το σώμα θα έφτανε στο έδαφος σε χρόνο (μεγαλύτερο – μικρότερο –ίσο).
- e) Το σώμα θα φτάσει στο έδαφος μετά από
- f) Η οριζόντια απόσταση στην οποία θα πέσει το σώμα είναι.....
- iii) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας την στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.

Ασκήσεις

4) Από ύψος 50m από το έδαφος εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα με ταχύτητα 15m/s . Αν $g=10\text{m/s}^2$, μετά από 2 δευτερόλεπτα:

- i) Τι ταχύτητα και τι επιτάχυνση έχει;
- ii) Σε ποια θέση βρίσκεται;

5) Από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=80\text{m}$ από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα Α, με αρχική ταχύτητα $u_0=30\text{m/s}$, ενώ ταυτόχρονα αφήνεται να πέσει (από το Ο) ένα δεύτερο σώμα Β.

- i) Πού βρίσκονται τα δύο σώματα μετά από 2s;
- ii) Σε πόσο χρόνο κάθε σώμα θα φτάσει στο έδαφος;
- iii) Σε ποιο σημείο το σώμα Α θα πέσει στο έδαφος και ποια η ταχύτητά του, την στιγμή εκείνη; $g=10\text{m/s}^2$.

6) Από ύψος 50m εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα 10m/s . Μετά από ένα δευτερόλεπτο:

- i) Πού βρίσκεται και ποια είναι η ταχύτητά του; (Μέτρο και κατεύθυνση).
- ii) Ποια η επιτάχυνσή του;
- iii) Ποια η κατακόρυφη μετατόπισή του και σε πόσο ύψος βρίσκεται;
- iv) Ποια διεύθυνση έχει η μεταβολή της ταχύτητας;
- v) Μπορείτε να υπολογίσετε την μεταβολή της ταχύτητας;
- vi) Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση του κινητού; $g=10\text{m/s}^2$.

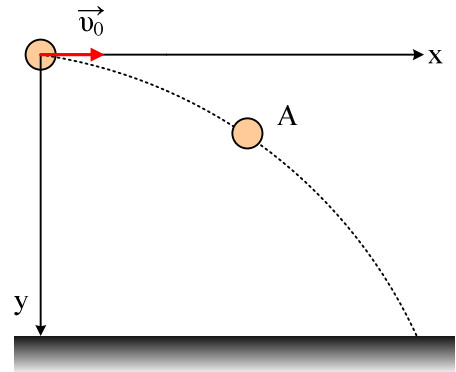
7) Από ύψος 100m εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα 20m/s . Μετά από χρόνο $t=2\text{s}$:

- i) Ποια η οριζόντια μετατόπισή του;
- ii) Ποια η κατακόρυφη μετατόπιση του κινητού;
- iii) Ποιες οι συντεταγμένες θέσης του κινητού.

- iv) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας.
- v) Ποια γωνία σχηματίζει η ταχύτητα του σώματος με τον ορίζοντα;
- vi) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας.
- vii) Βρείτε την επιτροχία και την κεντρομόλο επιτάχυνση του κινητού. $g=10\text{m/s}^2$.

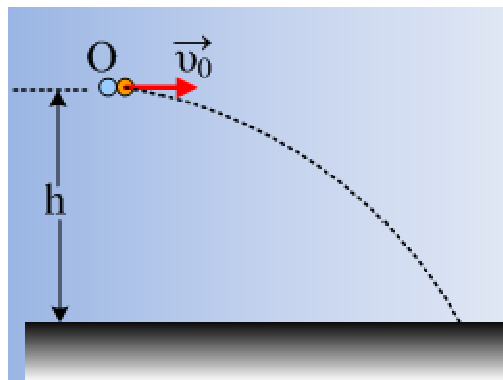
8) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 , από ορισμένο ύψος και μετά από λίγο βρίσκεται σε σημείο A με συντεταγμένες A(20m, 5m).

- i) Ποια η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης u_0 ;
 - ii) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο A.
 - iii) Ποια η γωνία μεταξύ επιτάχυνσης και ταχύτητας στο A;
 - iv) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία 45° με τον ορίζοντα. Από ποιο ύψος έγινε η εκτόξευση του σώματος;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



Προβλήματα

9) Ταυτόχρονη κίνηση δύο σωμάτων.

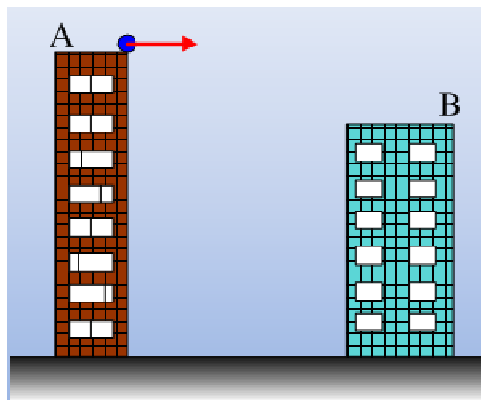


Από ένα σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $h=80\text{m}$ από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα A, με αρχική ταχύτητα $u_0=30\text{m/s}$, ενώ ταυτόχρονα αφήνεται να πέσει (από το O) ένα δεύτερο σώμα B.

- i) Πού βρίσκονται τα δύο σώματα μετά από 2s;
- ii) Σε πόσο χρόνο κάθε σώμα θα φτάσει στο έδαφος;
- iii) Σε ποιο σημείο το σώμα A θα πέσει στο έδαφος και ποια η ταχύτητά του, την στιγμή εκείνη;
- iv) Να βρεθεί η μετατόπιση του σώματος A, μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

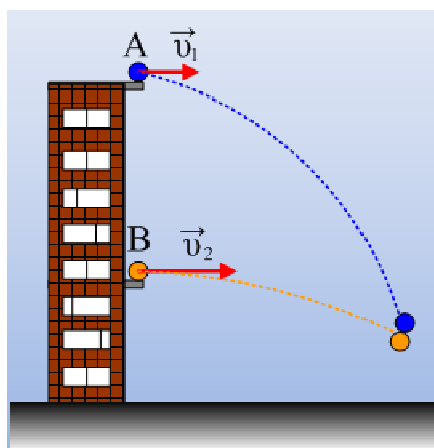
10) Πού θα πάει η μπάλα;



Δύο κτήρια απέχουν 30m. Από το ψηλότερο A, που έχει ύψος $H=60\text{m}$, εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με αρχική ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$, με σκοπό να φτάσει στην ταράτσα του χαμηλότερου κτιρίου B, που έχει ύψος $h=40\text{m}$ και πλάτος $a=10\text{m}$.

- Θα φτάσει η μπάλα στην ταράτσα του B κτηρίου;
 - Για ποιες τιμές της ταχύτητας η μπάλα θα πέσει στην ταράτσα του B κτηρίου;
 - Εκτοξεύουμε οριζόντια την μπάλα με ταχύτητα $u_{01}=22\text{m/s}$. Θα μπορέσει να την πιάσει ένα παιδί, που βρίσκεται στην ταράτσα του B κτηρίου, αν έχει την ικανότητα πηδώντας, να την σταματήσει ακόμη και σε ύψος 2,8m;
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

11) Δεν υπάρχουν μόνο δύο άξονες!



Από την ταράτσα ενός ψηλού κτηρίου σε ύψος $H=60\text{m}$ εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα $u_1=5\text{m/s}$, τη στιγμή $t=0$. Μετά από λίγο, τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, εκτοξεύεται επίσης οριζόντια μια δεύτερη μπάλα B, από ένα μπαλκόνι σε ύψος $h=20\text{m}$, με αποτέλεσμα οι δυο μπάλες να συγκρούονται, πριν φτάσουν στο έδαφος.

- Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση τα δύο σώματα συγκρούονται.
- Ποια η αρχική ταχύτητα u_2 της B μπάλας;

Οι απαντήσεις να δοθούν θεωρώντας αρχή των αξόνων:

A) Την αρχική θέση της μπάλας A.

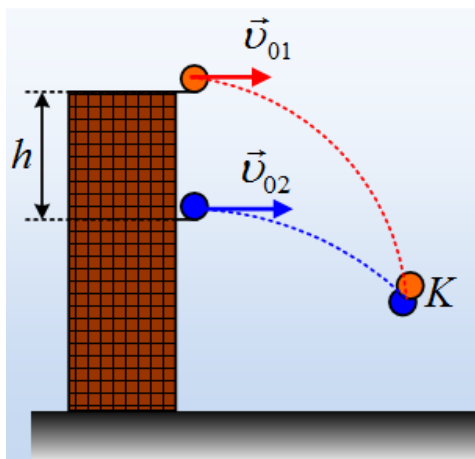
B) Την αρχική θέση της μπάλας B.

Γ) Το σημείο του εδάφους, που βρίσκεται στην κατακόρυφο που περνά από την αρχική θέση της A μπάλας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

12) Οι σφαίρες συγκρούονται.

Από ένα ψηλό κτήριο και από δύο σημεία που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη, απέχοντας μεταξύ τους κατά $h=25\text{m}$ εκτοξεύονται δυο μικρές (αμελητέων διαστάσεων) σφαίρες, οριζόντια με αρχικές ταχύτητες $u_{01}=10\text{m/s}$ και u_{02} , στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Οι σφαίρες συγκρούονται πριν φτάσουν στο έδαφος, στο σημείο K, αφού κινηθούν όπως στο διπλανό σχήμα,.



i) Οι σφαίρες εκτοξεύθηκαν ταυτόχρονα ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Αν η πάνω σφαίρα κινήθηκε για χρονικό διάστημα $t_1=3\text{s}$ μέχρι την κρούση, για πόσο χρονικό διάστημα κινήθηκε η κάτω σφαίρα;

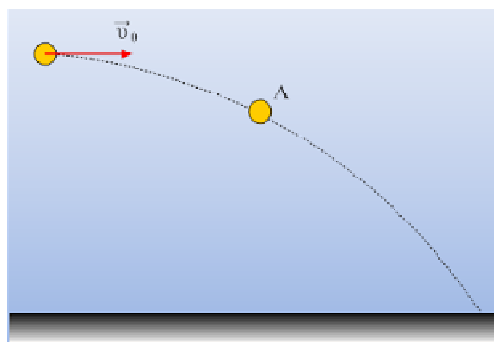
iii) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα της κάτω σφαίρας.

iv) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σφαιρών, ένα δευτερόλεπτο πριν την σύγκρουσή τους.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

13) Αν γνωρίζουμε τη διεύθυνση της τελικής ταχύτητας.

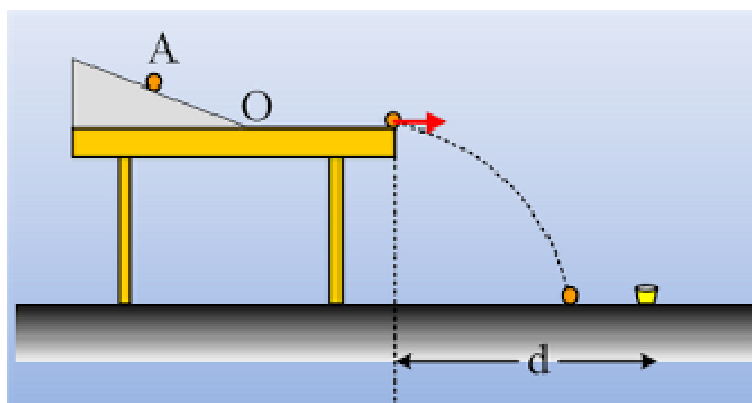
Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 , από ορισμένο ύψος και μετά από λίγο βρίσκεται σε σημείο A, έχοντας μετακινηθεί κατά 20m οριζόντια και κατά 5m κατακόρυφα.



- i) Ποια η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης u_0 ;
- ii) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο A.
- iii) Ποια γωνία μεταξύ επιτάχυνσης και ταχύτητας στο A;
- iv) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος, η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία 45° με τον ορίζοντα. Από ποιο ύψος έγινε η εκτόξευση του σώματος; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

14) Θα πετύχουμε το στόχο;

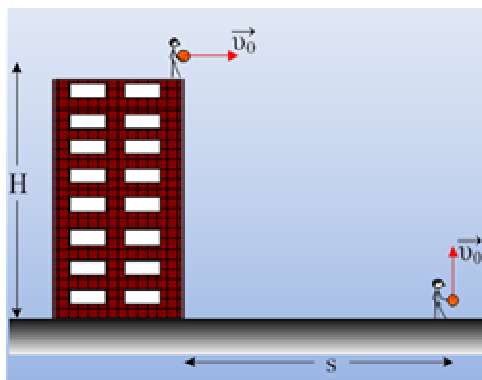
Πάνω σε ένα τραπέζι έχουμε τοποθετήσει ένα κεκλιμένο επίπεδο. Στο έδαφος και σε οριζόντια απόσταση $d=40\text{cm}$, από την άκρη του τραπέζιου, τοποθετούμε ένα μικρό πλαστικό ποτήρι. Αφήνουμε μια μικρή μπίλια σε ένα σημείο A του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο απέχει $s_1=9\text{cm}$ από την κορυφή O του επιπέδου, η οποία αφού κινηθεί χωρίς τριβές φτάνει στην άκρη του τραπέζιου και πέφτει σε απόσταση 10cm πριν το ποτήρι, όπως στο σχήμα.



Σε πόση απόσταση από το σημείο A, θα πρέπει να αφήσουμε την μπίλια, επαναλαμβάνοντας το πείραμα, ώστε η μπίλια να πέσει μέσα στο ποτήρι;
Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

15) Μια Οριζόντια βολή και μια συνάντηση.

Δυο φίλοι, ο Αντώνης και ο Κωστής κρατούν στα χέρια τους δυο όμοιες μικρές μπάλες. Ο Αντώνης βρίσκεται στην ταράτσα ενός κτηρίου ύψους $H=30\text{m}$, ενώ ο Κωστής στο έδαφος, σε απόσταση s , από το κτήριο.

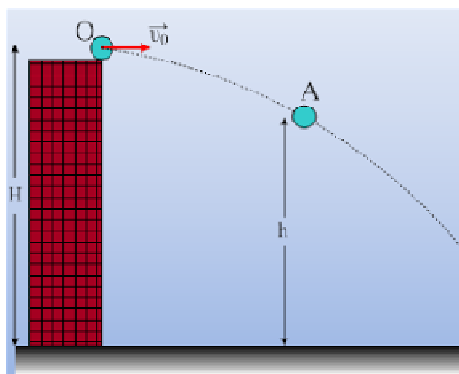


Σε μια στιγμή πετάνε ταυτόχρονα τις μπάλες, ο Αντώνης οριζόντια και ο Κωστής κατακόρυφα προς τα πάνω, με την ίδια (κατά μέτρο) ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$. Οι δυο μπάλες συγκρούονται πριν προλάβουν να φτάσουν στο έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, η αρχική κατακόρυφη απόσταση των θέσεων εκτόξευσης θεωρείται ίση με το ύψος H του κτιρίου, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να βρεθεί η θέση της μπάλας που πέταξε κάθε παιδί τη στιγμή $t_1=1\text{s}$.
- ii) Ποια χρονική στιγμή συγκρούονται οι δυο μπάλες;
- iii) Να βρεθεί η απόσταση των δύο παιδιών.
- iv) Αν κατά την εκτόξευση, ο Αντώνης καθυστερούσε να πετάξει την δική του μπάλα, αλλά και πάλι οι μπάλες συγκρούονταν, να βρεθεί το χρονικό διάστημα καθυστέρησης.

16) Η μεταβολή της ταχύτητας και η ισχύς.

Από ένα σημείο O στην ταράτσα ενός ψηλού κτηρίου σε ύψος $H=80\text{m}$, εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$ τη στιγμή $t_0=0$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Ποια χρονική στιγμή το σώμα περνάει από ένα σημείο A που βρίσκεται σε ύψος $h=60\text{m}$ από το έδαφος;
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση A .
- iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητάς του μεταξύ των σημείων O και A .
- iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας στη θέση A ;
- v) Να βρεθεί η ισχύς του βάρους στην παραπάνω θέση.

17) Από ορισμένο ύψος H από το έδαφος, εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $0,1\text{kg}$ οριζόντια με ταχύτητα u_0 . Μετά από χρονικό διάστημα 2s , το σώμα βρίσκεται σε σημείο A έχοντας ταχύτητα μέτρου $u_A=25\text{m/s}$, απέχοντας κατά 6m από το έδαφος.

Αν $g=10\text{m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, να υπολογιστούν:

- το αρχικό ύψος από το οποίο έγινε η εκτόξευση.
- Το έργο του βάρους στο χρονικό διάστημα των 2s .
- Η αρχική ταχύτητα u_0 .

18) Από ένα σημείο σε ορισμένο ύψος, εκτοξεύονται οριζόντια δύο μικρές σφαίρες A και B , ενώ ταυτόχρονα μια τρίτη σφαίρα Γ αφήνεται ελεύθερη, χωρίς αρχική ταχύτητα, όπως στο σχήμα, όπου $u_A > u_B$.



- Ποια σφαίρα θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και γιατί;



- Όταν οι τρεις σφαίρες φτάσουν στο έδαφος, για τις αποστάσεις μεταξύ των σφαιρών ισχύει:

α) $(A\Gamma)=(\Gamma B)$, β) $(A\Gamma) > (\Gamma B)$, γ) $(A\Gamma) < (\Gamma B)$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- Με μεγαλύτερη ταχύτητα θα φτάσει στο έδαφος η σφαίρα:

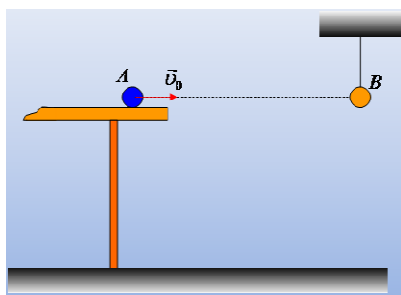
α) A , β) B γ) Γ .

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

19) Από ύψος $h=5\text{m}$ εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα u_0 , το οποίο φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα που σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση. Αν $g=10\text{m/s}^2$:

- Πόσο χρόνο κινήθηκε το σώμα;
- Ποια η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης;

20) Η σφαίρα A κινείται με σταθερή ταχύτητα u_0 , πάνω σε ένα λείο τραπέζι, όπως στο σχήμα. Στο ύψος του τραπεζιού, σε απόσταση d από την άκρη, ισορροπεί μια δεύτερη ίδια σφαίρα B δεμένη στο άκρο νήματος. Τη στιγμή που η σφαίρα A εγκαταλείπει το τραπέζι, κόβουμε το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα B .



Εξετάζουμε, αν θα συμβεί κρούση των δύο σφαιρών, πριν φτάσουν στο έδαφος. Τι από τα παρακάτω ισχύει;

α) Δεν θα συγκρουστούν.

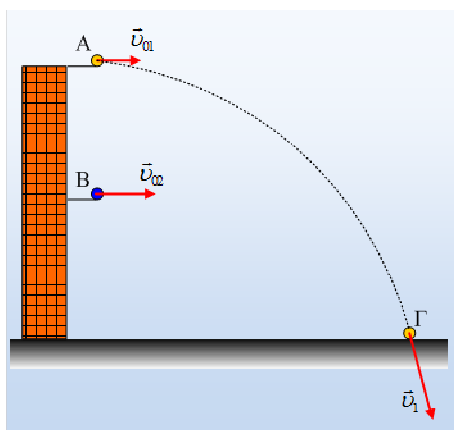
β) Θα συγκρουστούν πάντα.

γ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα A έχει αρχική ταχύτητα, μικρότερη μιας ορισμένης τιμής.

δ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα A έχει αρχική ταχύτητα, μεγαλύτερη μιας ορισμένης τιμής.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, όπως αμελητές θεωρούνται και οι διαστάσεις των δύο σφαιρών.

21) Από δύο σημεία, τα οποία βρίσκονται σε ύψη $2H$ και H από το έδαφος, εκτοξεύονται οριζόντια δυο μικρές σφαίρες A και B, της ίδιας μάζας, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Η πρώτη με αρχική ταχύτητα u_{01} , πέφτει στο έδαφος στο σημείο Γ, όπως στο σχήμα.



Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Αν οι δυο σφαίρες εκτοξευτούν ταυτόχρονα, πρώτη στο έδαφος θα φτάσει η B σφαίρα, ανεξάρτητα της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσής της.

ii) Για να μπορέσει η Β σφαίρα να φτάσει στο έδαφος στο ίδιο σημείο Γ, θα πρέπει να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα $u_{02}=2u_{01}$.

iii) Αν τελικά και οι δύο σφαίρες φτάνουν στο ίδιο σημείο Γ, ενώ $u_{01}=\sqrt{3gh}$, τότε ο λόγος των τελικών κινητικών ενεργειών είναι:

α) $E_1/E_2= 1/2$ β) $E_1/E_2= 5/8$, γ) $E_1/E_2= 7/8$, δ) $E_1=E_2$.

22) Από ορισμένο ύψος H από το έδαφος, εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας 0,1kg οριζόντια με ταχύτητα u_0 . Μετά από χρονικό διάστημα 2s, το σώμα βρίσκεται σε σημείο A έχοντας ταχύτητα 25m/s απέχοντας κατά 6m από το έδαφος.

Αν $g=10\text{m/s}^2$ ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα να υπολογιστούν:

i) Η αρχική ταχύτητα και το αρχικό ύψος από το οποίο έγινε η εκτόξευση.

ii) Το έργο του βάρους στο χρονικό διάστημα των 2s.

iii) Η μέση ισχύς του βάρους από 0-2s και η (στιγμιαία) ισχύς του στη θέση A.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη θέση A.

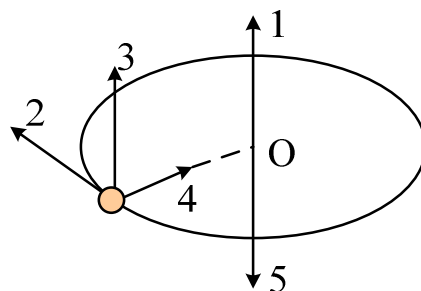
Κυκλική κίνηση

1) Η κίνηση ενός κινητού σε κυκλική τροχιά, λέγεται ομαλή, όταν:

- i) Έχει σταθερή ταχύτητα.
- ii) Σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα.
- iii) Η ταχύτητα έχει σταθερό μέτρο και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά.
- iv) Η ταχύτητα έχει σταθερό μέτρο και έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς, με σημείο εφαρμογής το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

2) Ένα υλικό σημείο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από το σημείο O. Σημειώστε ποιο διάνυσμα παριστάνει:

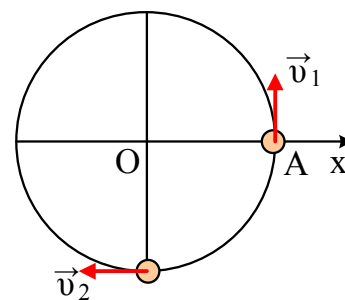
- i) Την γραμμική του ταχύτητα.
- ii) Την επιτάχυνσή του.
- iii) Την γωνιακή ταχύτητα.



3) Δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα από τα σημεία A και B του σχήματος και εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι γωνιακές τους ταχύτητες έχουν μέτρα:

$$\omega_1 = \pi/8 \text{ r/s και } \omega_2 = \pi/4 \text{ r/s.}$$

- i) Ποιες οι εξισώσεις που παρέχουν τις γωνιακές θέσεις των κινητών σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- ii) Πού βρίσκονται τα δύο κινητά μετά από 2s; Ποιες οι αντίστοιχες γωνιακές τους μετατοπίσεις;
- iii) Πού και πότε θα συναντηθούν;



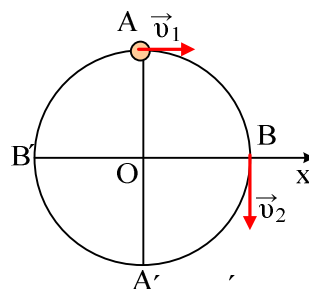
4) Από ένα σημείο A ενός κύκλου ξεκινούν ταυτόχρονα δύο κινητά που κινούνται διαγράφοντας το πρώτο 45° το δευτερόλεπτο και το δεύτερο 30° το δευτερόλεπτο, με την ίδια κατεύθυνση.

- i) Ποιες οι γωνιακές ταχύτητες των κινητών;
- ii) Πότε θα ξανασυναντηθούν τα δύο σώματα;
- iii) Πόση γωνία θα έχει διαγράψει στο μεταξύ, κάθε κινητό;

5) Συχνότητα μιας περιοδικής κίνησης ορίζουμε:

- i) Τον αριθμό των επαναλήψεων στην μονάδα του χρόνου.
- ii) Τον αριθμό των επαναλήψεων σε ορισμένο χρονικό διάστημα, προς το χρονικό αυτό διάστημα.
- iii) Το αντίστροφο της περιόδου.

6) Ένα σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά και στο σημείο A έχει ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$, ενώ επειδή αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας, στην θέση B έχει ταχύτητα $u_2=10\text{m/s}$. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι $R=4\text{m}$. Αν ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας στην θέση A είναι 3m/s σε κάθε δευτερόλεπτο:



A. Ποιες προτάσεις είναι σωστές:

- i) Το σώμα στην θέση A έχει επιτάχυνση εφαπτόμενη στην τροχιά.
- ii) Η επιτάχυνση στο σημείο A έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου.
- iii) Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος παραμένει σταθερή.
- iv) Η μεταβολή της ταχύτητας μεταξύ A και B είναι ίση με 6m/s .
- v) Η κεντρομόλος επιτάχυνση παραμένει σταθερή.

B. Το μέτρο της επιτάχυνσης στο σημείο A είναι:

- α. 5m/s^2 . β. 3m/s^2 .
- γ. 4m/s^2 . δ. 7m/s^2 .

Γ. Να σχεδιάσετε την επιτρόχια, την κεντρομόλο και την ολική επιτάχυνση στο σημείο A.

Δ. Να υπολογίστε την μεταβολή της ταχύτητας μεταξύ των σημείων A και B.

E. Αν από το σημείο B και πέρα το σώμα διατηρήσει σταθερή γωνιακή ταχύτητα,

- vi) Η κίνηση σώματος θα είναι ομαλή κυκλική.
- vii) Ο χρόνος για να πάει από το B στο αντιδιαμετρικό του σημείο B' είναιs.
- viii) Η επιτάχυνση του σώματος στο A' θα είναι m/s^2 .
- ix) Η μεταβολή της ταχύτητας μεταξύ των θέσεων B και B' είναι

7) Η κίνηση ενός κινητού σε κυκλική τροχιά, λέγεται ομαλή, όταν:

- i) Έχει σταθερή ταχύτητα.
- ii) Σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα.
- iii) Η ταχύτητα έχει σταθερό μέτρο και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά.
- iv) Η ταχύτητα έχει σταθερό μέτρο και έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς, με σημείο εφαρμογής το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

8) Ένας ανεμιστήρας εκτελεί 24 στροφές σε 6 δευτερόλεπτα, ενώ ένα σημείο Α του πτερυγίου του απέχει 60cm από το κέντρο περιστροφής.

- i) Ποια η συχνότητα και η περίοδος του;
- ii) Ποιο το μήκος του τόξου που θα διανύσει το Α και ποια η γωνία που θα διαγράψει σε χρόνο 0,04s;

9) Ένας δίσκος περιστρέφεται κάνοντας 2 στροφές το δευτερόλεπτο. Έστω Α ένα σημείο του δίσκου που απέχει απόσταση r από το κέντρο του. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

- i) Της γωνιακής ταχύτητας, της γραμμικής ταχύτητας, του μήκους του τόξου και της γωνίας που διαγράφει, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η ακτίνα r παραμένει σταθερή και
- ii) Της γωνιακής ταχύτητας και της γραμμικής ταχύτητας σε συνάρτηση με την ακτίνα περιστροφής r .

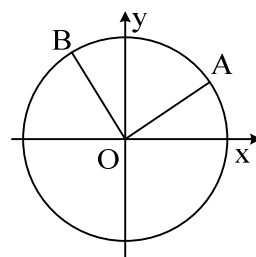
10) Ένας δρομέας τρέχει σε κυκλικό στίβο ακτίνας 40m, με σταθερού μέτρου ταχύτητα και διαγράφει γωνία 45° σε χρόνο 6,28s. Ζητούνται:

- i) η γωνιακή ταχύτητα ω ,
- ii) η γραμμική ταχύτητα και
- iii) πόση γωνία διαγράφει σε 80s.

11) Κινητό κινείται σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας 40m με ταχύτητα μέτρου 4m/s.

- i) Ποια είναι η περίοδος και ποια η συχνότητά του;
- ii) Πόσο είναι το μήκος του τόξου που διαγράφει σε 20s και πόση είναι η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία σε rad και σε μοίρες;

12) Ένα κινητό εκτελεί Ο.Κ.Κ και για $t=3s$ βρίσκεται στο σημείο Α, όπου η γωνία $\text{XOA}=0,6 \text{ rad}$, ενώ για $t=5s$ βρίσκεται στο σημείο Β, όπου η γωνία XOB είναι $1,8\text{rad}$.



- i) Πόσος είναι ο χρόνος κίνησης;
- ii) Ποια η γωνιακή του θέση στην θέση Β;
- iii) Ποια η γωνιακή του μετατόπιση στο παραπάνω χρονικό διάστημα;
- iv) Ποια η γωνιακή του ταχύτητα;
- v) Μπορεί να υπολογιστεί η γραμμική ταχύτητα του κινητού ή χρειάζεται και κάποιο άλλο στοιχείο και γιατί;

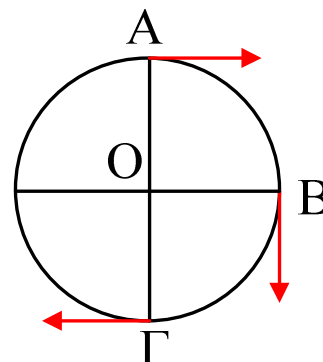
13) Σε ένα ποδήλατο με ταχύτητες, θέλουμε σε μια περιστροφή του πεντάλ η πίσω ρόδα να κάνει 2,5 περιστροφές. Αν η ακτίνα του οδοντωτού πίσω δίσκου γύρω από τον οποίο πιάνει η αλυσίδα, είναι 4cm, πόση πρέπει να είναι του αντίστοιχου μπροστινού; Αν τώρα γυρίζουμε το πεντάλ με συχνότητα 2Hz και η ακτίνα της ρόδας είναι 0,4m ποια η ταχύτητα του ποδηλάτου;

14) Ένα σώμα διαγράφει την κυκλική τροχιά του σχήματος με ταχύτητα σταθερού μέτρου $u=2\text{m/s}$.

i) Ποια η μεταβολή της ταχύτητάς του μεταξύ των σημείων:

α) A και Γ και β) A και B.

ii) Να εξηγήσετε γιατί το σώμα έχει επιτάχυνση και να την σχεδιάσετε στις θέσεις A και B.



15) Ένα κινητό για $t=0$ βρίσκεται σε σημείο A με γωνιακή θέση 1rad και στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $0,2\text{rad/s}$, σε κύκλο ακτίνας 2m. Για την χρονική στιγμή $t=5\text{s}$, ζητούνται:

i) Η γωνιακή του μετατόπιση.

ii) Η γωνιακή θέση του.

iii) Η γωνία που έχει διαγράψει η επιβατική ακτίνα.

iv) Το διάστημα που έχει διαγράψει.

v) Η γραμμική του ταχύτητα.

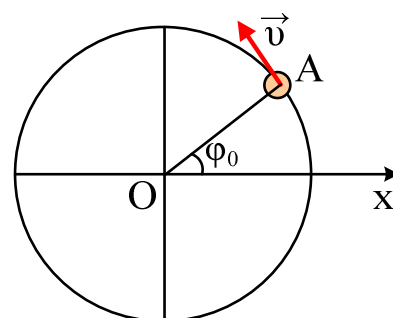
16) Ένα κινητό εκτελεί Ο.Κ.Κ. σε κύκλο ακτίνας $R=1/\pi$ (m) και για $t=0$ περνά από ένα σημείο A με γωνιακή ταχύτητα $\omega=\pi/10\text{r/s}$. Μετά από ορισμένο χρόνο t , διέρχεται από άλλο σημείο B, αντιδιαμετρικό του A. Για το παραπάνω χρονικό διάστημα ζητούνται:

i) Ο χρόνος t .

ii) Το διάστημα που διένυσε.

iii) Η συνολική μεταβολή της ταχύτητάς του.

iv) Η επιτάχυνση του κινητού.



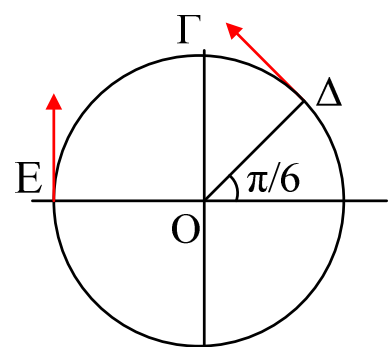
17) Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και για $t=0$ περνά από σημείο A, όπου $\phi_0=\pi/6$, έχοντας περίοδο 24s.

- i) Βρείτε την γωνιακή του ταχύτητα.
- ii) Ποια η γωνιακή του μετατόπιση και ποια η γωνιακή του θέση για $t=10s$;
- iii) Ποια χρονική στιγμή περνά από το σημείο B;

18) Ένα κινητό εκτελεί Ο.Κ.Κ. σε κύκλο ακτίνας $R=1m$ και διανύει διάστημα (μήκος τόξου) $s=4m$ σε χρόνο $2s$. Ζητούνται:

- i) Η γραμμική ταχύτητα και η επιτάχυνση του κινητού.
- ii) Η γωνιακή μετατόπιση.
- iii) Η γωνία που διαγράφει ανά s .

19) Δύο κινητά A και B που εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, για $t=0$ περνούν από τα σημεία Δ και Ε κινούμενα όπως στο σχήμα. Την χρονική στιγμή $t=2s$ τα δύο κινητά διασταυρώνονται στο σημείο Γ, για πρώτη φορά.



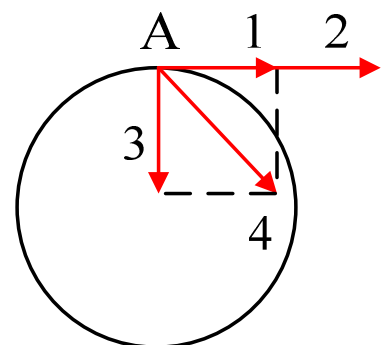
Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- i) Η γωνιακή μετατόπιση του A κινητού είναι $\pi/3$.
 - ii) Η γωνιακή μετατόπιση του B κινητού είναι $-\pi/2$.
 - iii) Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών συνδέονται με την σχέση: $3u_1=2u_2$.
 - iv) Το B κινητό έχει γωνιακή ταχύτητα ίση με $\pi/4$.
 - v) Για $t=1s$ η γωνιώδης απόσταση των δύο κινητών είναι ίση με $5\pi/12$ r.
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

20) Ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση και σε μια στιγμή βρίσκεται στην θέση A.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- i) Το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας παριστάνεται από το διάνυσμα P.
- ii) Το διάνυσμα Θ παριστά την επιτρόχια επιτάχυνση του κινητού.
- iii) Το διάνυσμα Σ παριστά την κεντρομόλο επιτάχυνση.
- iv) Το διάνυσμα T παριστά την συνολική επιτάχυνση του σώματος.
- v) Η κίνηση δεν είναι ομαλή κυκλική κίνηση.
- vi) Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.



21) Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου ενός πικάπ και στρέφεται με ταχύτητα u_1 , ενώ το σημείο Μ βρίσκεται στο μέσον της ακτίνας ΟΑ.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- i) Η ταχύτητα του Μ είναι παράλληλη με την ταχύτητα u_1 .
- ii) Τα δύο σημεία (Α και Μ) έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
- iii) Τα δύο σημεία έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
- iv) Η κεντρομόλος επιτάχυνση του Α είναι διπλάσια από την αντίστοιχη του Μ.

22) Ένα ρολόι δείχνει 12 η ώρα. Σε πόσο χρόνο ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης:

- i) Θα ταυτισθούν ξανά για πρώτη φορά.
- ii) Θα σχηματίσουν γωνία 90° για πρώτη φορά.
- iii) Θα συναντηθούν για τρίτη φορά.

23) Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας 40cm με περίοδο 0,314s.

- i) Πόσο είναι το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας;
- ii) Η ταχύτητά του παραμένει σταθερή ή όχι; Αν όχι πόσο είναι η μεταβολή της ταχύτητάς του σε χρόνο ίσο με $T/2$
- iii) Σε πόσο χρόνο το κινητό διαγράφει γωνία 1 ακτινίου και σε πόσο γωνία 90° .

24) Ένα σημείο Μ του δίσκου του πικάπ, απέχει 5cm από τον άξονα περιστροφής, ενώ ένα άλλο σημείο Ν απέχει 10cm. Σχεδιάστε ένα σχήμα στο οποίο να φαίνονται η γραμμική ταχύτητα και η επιτάχυνση των δύο σημείων. Δώστε σύντομες ερμηνείες για τα μέτρα των διανυσμάτων.

Δυναμική της κυκλικής κίνησης

25) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

- i) Η επιτάχυνση είναι κάθετη στην ταχύτητα.
- ii) Η επιτάχυνση δεν έχει σταθερό μέτρο.
- iii) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα, είναι κάθετη στην επιτάχυνσή του.
- iv) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι ίση με μηδέν.

26) Σώμα μάζας 5kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R=2,5\text{m}$. Η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο $F=50\text{N}$.

i) Η κεντρομόλος επιτάχυνση του σώματος έχει μέτρο (σε m/s^2) :

α. 50. β. 25 γ. 10. δ. 20. ε. άλλη τιμή.

ii) Η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο (σε m/s):

α. 10. β. 5. γ. 20. δ. 2. ε. άλλη τιμή.

iii) Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

α. 12,5 β. 10 γ. 8 δ. 2 ε. άλλη τιμή.

27) Ένα αυτοκίνητο μάζας $m=1000\text{kg}$, κινείται με ταχύτητα $u=20\text{m/s}$ και μπαίνει σε οριζόντια (κυκλική) στροφή χωρίς κλίσεις, ακτίνας 100m. Η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο 3.500N.

Τι από τα παρακάτω θα συμβεί:

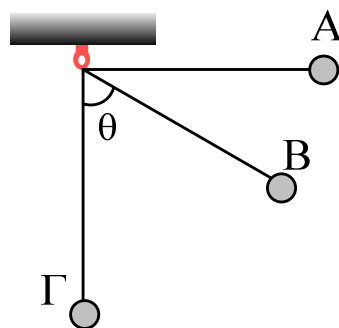
α. Θα πάρει κανονικά την στροφή.

β. Θα γλιστρήσει προς το εσωτερικό μέρος της στροφής.

γ. Θα γλιστρήσει προς το εξωτερικό μέρος της στροφής.

Να βρείτε τον συντελεστή στατικής τριβής.

28) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο ενός νήματος μήκους 5m, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε σταθερό σημείο O. Φέρνουμε το σώμα στην θέση A, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Η ταχύτητά του στην θέση B (όπου $\theta=60^\circ$) είναι $5\sqrt{2}\text{ m/s}$, ενώ στην θέση Γ είναι ίση με 10m/s .



i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές για την θέση A αμέσως μόλις αφήσουμε το σώμα να κινηθεί:

a) Η ταχύτητα του σώματος είναι μηδέν άρα και η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.

b) Η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, οπότε το σώμα αποκτά επιτάχυνση g .

ii) Για την θέση B ισχύουν:

a) Το σώμα έχει μόνο κεντρομόλο επιτάχυνση.

b) Το σώμα έχει μόνο επιτρόχια επιτάχυνση.

c) Η τάση του νήματος είναι μεγαλύτερη από το βάρος του σώματος.

d) Η τάση του νήματος "παίζει το ρόλο" της κεντρομόλου δύναμης.

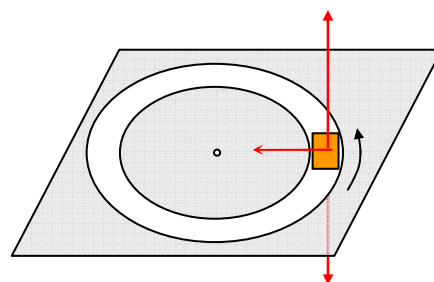
Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας.

iii) Για την θέση Γ ισχύουν:

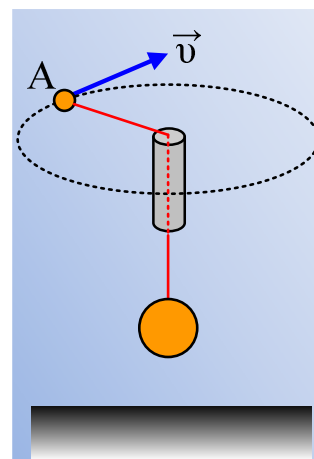
- a) Το σώμα δέχεται δύναμη από το νήμα, ίση με το βάρος του.
- b) Η δύναμη που ασκεί το σώμα στο νήμα είναι μεγαλύτερη από το βάρος του.
- c) Η επιτρήχια επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν.
- d) Η τάση του νήματος είναι ίση με 60N.
- e) Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος είναι ίση με $2\pi/s$.

29) Ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική πλατεία και στο σχήμα βλέπεται τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.

- i) Πώς ονομάζονται οι δυνάμεις αυτές;
- ii) Ποια δύναμη διατηρεί το αυτοκίνητο στην τροχιά;
- iii) Τι θα συμβεί με τα μέτρα των δυνάμεων αν αυξηθεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου;



30) Στο σχήμα φαίνεται πώς μπορεί μια μικρή σφαίρα A $m=0,1\text{kg}$ που στρέφεται διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο ακτίνας $R=1\text{m}$, να ισορροπεί μια μάζα $M=4\text{kg}$, που κρέμεται δεμένη από την μικρή σφαίρα A. Να βρεθεί η ταχύτητα περιστροφής της σφαίρας A. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



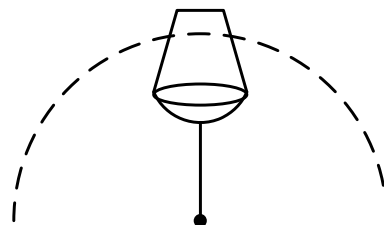
31) Ένα αυτοκίνητο θέλουμε να διαγράφει οριζόντιο κυκλικό δρόμο, ακτίνας $R=32\text{m}$. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, μεταξύ δρόμου και τροχών είναι 0,2, ποια η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το αυτοκίνητο για να μην γλιστρήσει φύγει από το δρόμο;

32) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο σχοινιού μήκους 1m και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης που αντέχει το σχοινί είναι $T_{\theta\rho}=70\text{N}$. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας του σώματος, ώστε να μην κοπεί το σχοινί. $g=10\text{m/s}^2$.

33) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell=2\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο.

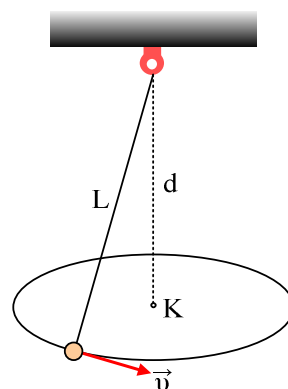
- i) Αν στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς η ταχύτητα του σώματος είναι 4m/s , ποια η τάση του νήματος, στην θέση αυτή;
- ii) Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, την οποία πρέπει να έχει το σώμα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του, ώστε να μπορεί να διαγράψει με ασφάλεια τον κύκλο;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

34) Ένα δοχείο που περιέχει νερό, είναι δεμένο με σχοινί και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, γύρω από το O , ακτίνας 1m . Να υπολογιστεί η ελάχιστη συχνότητα περιστροφής του δοχείου, ώστε να μη χύνεται το νερό.



Δίνονται: $\pi^2=10$ και $g=10\text{m/s}^2$.

35) Ένα σώμα μάζας 8kg κρέμεται με νήμα μήκους 50cm από ακλόνητο σημείο O και εξαναγκάζεται να κάνει κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $d=40\text{cm}$ κάτω από το O . Να υπολογιστούν:

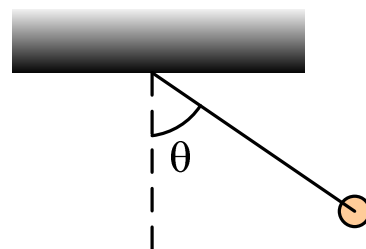


- i) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.
- ii) Η τάση του νήματος.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

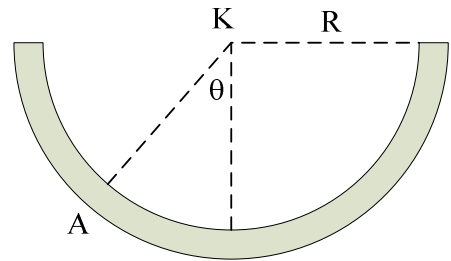
36) Πιλότος ανεμόπτερου μάζας 80kg , κινείται με ταχύτητα 40m/s και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο (κάνει ανακύκλωση) ακτίνας R . Όταν βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ο πιλότος ασκεί στο κάθισμά του δύναμη $F=800\text{N}$. Να βρείτε την ακτίνα R . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

37) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell=1\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα 2m/s . Για την θέση αυτή:

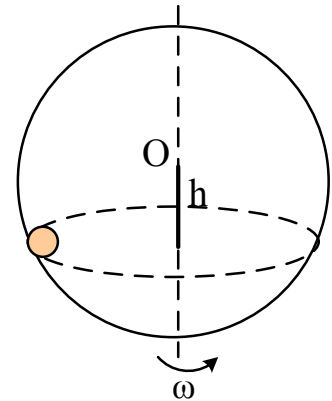


- i) Ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;
- ii) Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση;
- iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας;
- iv) Ποια η επιτάχυνση του σώματος; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

38) Μικρή σφαίρα μάζας 50g αφήνεται ελεύθερη από το ανώτατο χείλος ημικυλινδρικής επιφάνειας, ακτίνας $R=1\text{m}$ και ολισθαίνει στο εσωτερικό της χωρίς τριβές. Πόση δύναμη ασκεί η σφαίρα στην επιφάνεια, όταν περνάει από το σημείο A της τροχιάς του, όπου $\theta=60^\circ$; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



39) Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=10\text{g}$ βρίσκεται μέσα σε μια κοίλη σφαίρα ακτίνας $R=0,5\text{m}$, που περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που περνάει από το κέντρο της, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=5\text{r/s}$.



Να βρείτε:

i) Την απόσταση h του επιπέδου της περιστροφής της μικρής σφαίρας από το κέντρο της μεγάλης σφαίρας.

ii) Την δύναμη που ασκεί η μικρή σφαίρα, στην μεγάλη.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

40) Ένας μοτοσικλετιστής περιστρέφεται μέσα σε κατακόρυφη κυλινδρική επιφάνεια (γύρος του θανάτου). Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και επιφάνειας είναι $\mu_s=1$ και η ακτίνα της τροχιάς είναι $R=10\text{m}$.

i) Αν η περίοδος περιστροφής είναι 5s, ο μοτοσικλετιστής διαγράφει με ασφάλεια την κυκλική του τροχιά;

ii) Ποια είναι η ελάχιστη περίοδος περιστροφής, ώστε να κάνει με ασφάλεια την κυκλική του τροχιά; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

41) Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα $f=0,1\text{Hz}$. Ένα σώμα A μάζας 2kg παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s=0,8$.

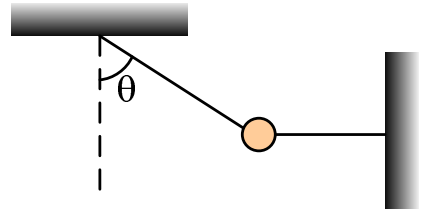
i) Τοποθετούμε το σώμα A σε απόσταση $R=2,5\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου. Πόση είναι η τριβή που δέχεται;

ii) Αν αυξήσουμε την συχνότητα περιστροφής του δίσκου σε ποια συχνότητα το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει, πάνω στον δίσκο;

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$, $\pi^2=10$.

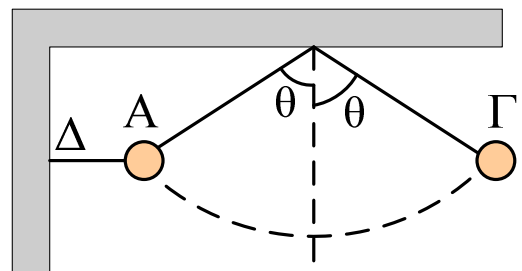
42) Σώμα μάζας 5kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $u=\pi/10$ m/s. Ξαφνικά ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη $F=0,5N$, που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 90° με τη διεύθυνση της ταχύτητας συνέχεια και για χρόνο 5s, οπότε σταματάει να ασκείται. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η νέα διεύθυνση της κίνησης του σώματος, με την αρχική διεύθυνση κίνησης.

43) Ένα σώμα βάρους 40N ισορροπεί όπως στο σχήμα δεμένο με δύο νήματα, το ένα οριζόντιο και το άλλο που σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο.



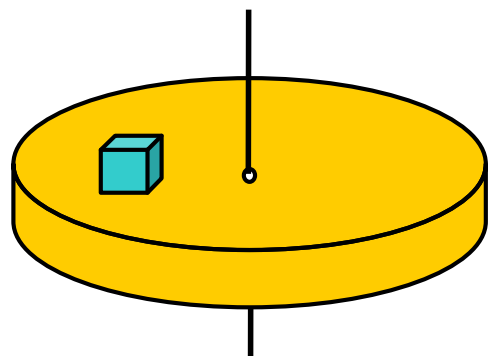
- Ποιες οι τάσεις των νημάτων;
- Σε μια στιγμή κόβουμε το οριζόντιο νήμα. Ποια η τάση του άλλου νήματος αμέσως μετά;

44) Μια σφαίρα μάζας 2kg είναι δεμένη με δύο νήματα, ένα οριζόντιο και ένα που σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\theta=60^\circ$. Αν κόψουμε το οριζόντιο νήμα στο σημείο Δ, τότε η σφαίρα κινείται προς τα δεξιά και σταματάει στιγμιαία στο σημείο Γ, πριν επιστρέψει ξανά στη θέση Α εκτελώντας παλινδρομική κίνηση. Ζητούνται:



- Οι τάσεις των δύο νημάτων στη θέση Α πριν το κόψιμο του οριζοντίου νήματος.
- Η τάση του νήματος στη θέση Γ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

45) Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα $f=0,1\text{Hz}$. Ένα σώμα μάζας 2kg παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s=0,8$.

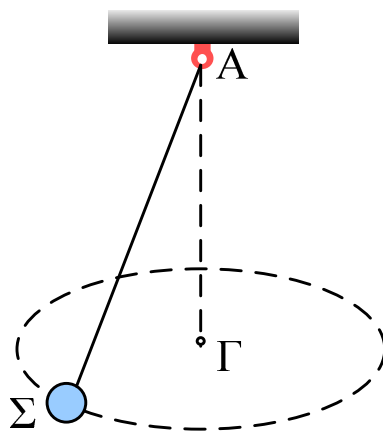


- Τοποθετούμε το σώμα σε απόσταση $R=2,5\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου. Πόση είναι η τριβή που δέχεται;
- Αν αυξήσουμε την συχνότητα περιστροφής του δίσκου σε ποια συχνότητα το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει, πάνω στον δίσκο; Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$ ενώ $\pi^2=10$.

46) Το σώμα Σ διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου, κρεμασμένο με νήμα από το σημείο A.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές;

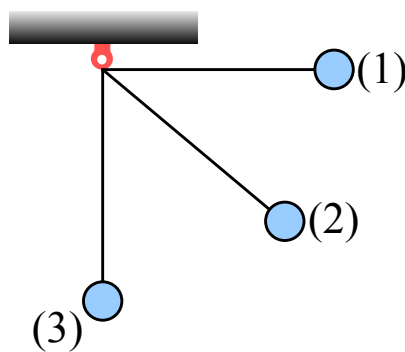
- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του, η τάση του νήματος και η κεντρομόλος δύναμη με κατεύθυνση προς το κέντρο Γ .
- ii) Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.
- iii) Η τάση του νήματος είναι μεγαλύτερη από το βάρος του σώματος και η μεταβολή της ορμής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση από το Σ προς το Γ .
- iv) Το σώμα έχει επιτάχυνση που κατευθύνεται προς το σημείο A.



47) Ένα σώμα Σ ισορροπεί στην θέση Σ δεμένο στο άκρο νήματος. Φέρνουμε το σώμα στην θέση Θ , ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

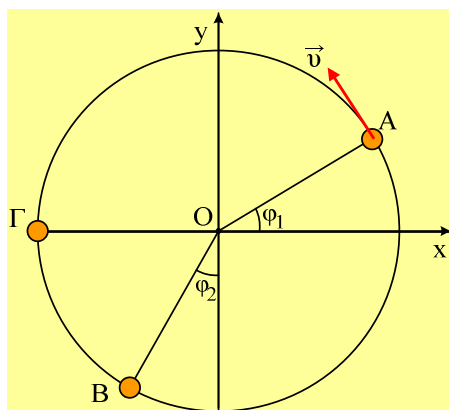
- i) Μόλις το σώμα Σ αφεθεί στην θέση Θ έχει επιτάχυνση g .
 - ii) Στην θέση P η τάση του νήματος είναι ίση με την συνιστώσα του βάρους στην διεύθυνση της ακτίνας.
 - iii) Μόλις το σώμα φτάσει στην θέση Σ η τάση του νήματος ισούται με το βάρος του σώματος.
 - iv) Η επιτάχυνση στην θέση P δεν είναι κατακόρυφη, ενώ στην θέση Σ είναι.
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



48) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell=2\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο.

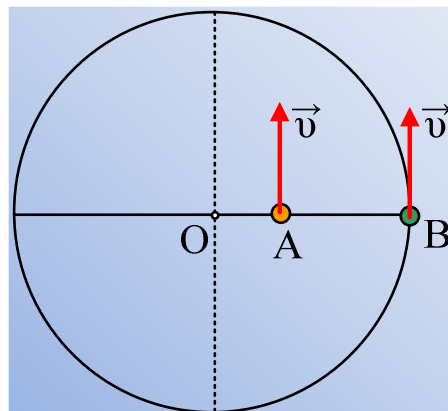
- i) Αν στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς η ταχύτητα του σώματος είναι 4m/s , ποια η τάση του νήματος, στην θέση αυτή;
- ii) Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, την οποία πρέπει να έχει το σώμα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του, ώστε να μπορεί να διαγράφει με ασφάλεια τον κύκλο; $g=10\text{m/s}^2$.

49) Μια μικρή σφαίρα, μάζας 2kg, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας 0,5m, όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η σφαίρα περνά από τη θέση A, ενώ φτάνει για πρώτη φορά στη θέση B τη χρονική στιγμή $t_1=0,35s$, όπου οι σημειωμένες γωνίες είναι $\varphi_1=\varphi_2= 30^\circ$.



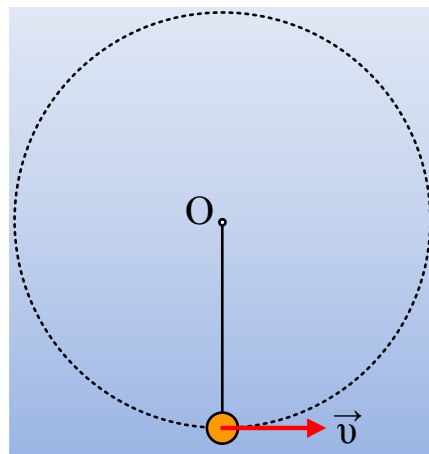
- Ποια η γωνιακή ταχύτητα και ποια η περίοδος περιστροφής του σώματος;
- Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα περνά από το σημείο Γ για τέταρτη φορά;
- Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη σφαίρα, καθώς και το έργο της στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.

50) Δυο σώματα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα όπως στο σχήμα, να κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες 1m και 2,5m, με το ίδιο κέντρο O και με ταχύτητες ίσων μέτρων $u_1=u_2=u=3m/s$.



- Σε πόσο χρόνο για πρώτη φορά, οι επιβατικές του ακτίνες σχηματίζουν γωνία 90° ;
- Σε πόσο χρόνο οι επιβατικές τους ακτίνες θα συμπίσουν για πρώτη φορά;
- Σε πόσο χρόνο, επίσης για πρώτη φορά, τα δυο σώματα θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις;

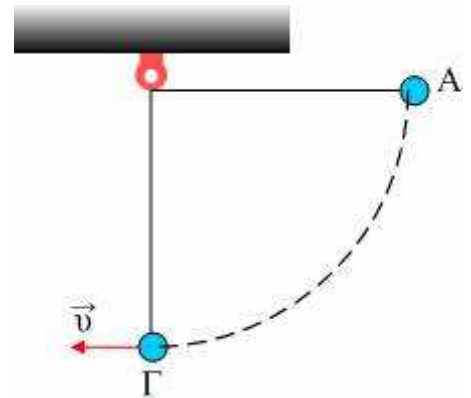
51) Ένα σώμα μάζας 4kg διαγράφει κατακόρυφο κύκλο δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 2m. Τη στιγμή που περνάει από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του, έχει ταχύτητα μέτρου 5m/s. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση αυτή και να υπολογίσετε τα μέτρα τους. Δίνεται $g=10m/s^2$.



52) Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=1\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα 2m/s . Για την θέση αυτή:

- Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση;
- Ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;
- Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας; $g=10\text{m/s}^2$.

53) Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους $l=45\text{cm}$. Φέρνουμε το σώμα στη θέση Α, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.



A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με g .
- Η τάση του νήματος στο Α είναι μηδέν.
- Το έργο της τάσης από το Α στο Γ είναι μηδέν.
- Το έργο του βάρους από το Α στο Γ είναι ίσο με μηδέν.
- Το έργο της κεντρομόλου δύναμης είναι ίσο με μηδέν.

B) Η τάση του νήματος στην θέση Γ είναι:

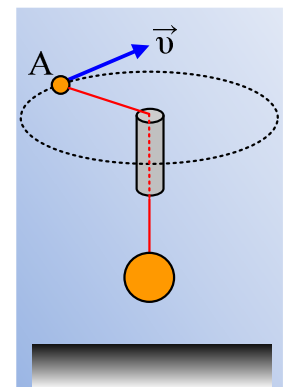
- ίση με το βάρος.
- μηδέν
- Μεγαλύτερη του βάρους.
- μικρότερη του βάρους

Γ) Αυξήθηκε ή μειώθηκε η δυναμική ενέργεια του σώματος κατά την κίνησή του από το Α στο Γ και κατά πόσο;

Δ) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος και την τάση του νήματος στο σημείο Γ. $g=10\text{m/s}^2$.

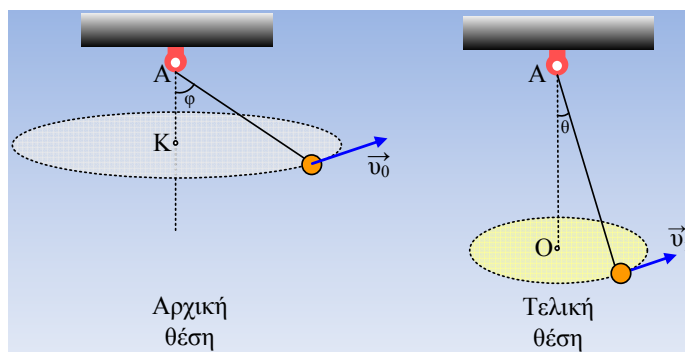
54) Στο σχήμα φαίνεται πώς μπορεί, μια μικρή σφαίρα Α $m=0,1\text{kg}$ που στρέφεται διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο ακτίνας $R=0,4\text{m}$, να ισορροπεί μια μάζα $M=0,4\text{kg}$, που κρέμεται δεμένη μέσω νήματος, από την μικρή σφαίρα Α.

- Μπορεί το νήμα που συγκρατεί την σφαίρα Α να είναι οριζόντιο;
- Με δεδομένο ότι το σφάλμα που κάνουμε, θεωρώντας οριζόντιο το νήμα, είναι ασήμαντο, να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής της σφαίρας Α.



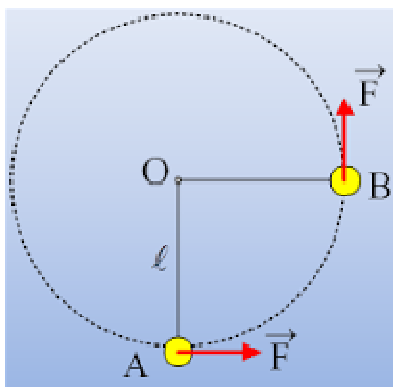
- iii) Αν αυξήσουμε την ταχύτητα περιστροφής της μικρής σφαίρας A, για να εξασφαλιστεί σταθερή λειτουργία, η μεγάλη σφαίρα θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

55) Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=200\text{g}$ κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους $L=1\text{m}$. Θέτουμε σε περιστροφή τη σφαίρα, ώστε να διαγράφει οριζόντιο κύκλο κέντρου K, σε απόσταση $(AK)=0,2\text{m}$ από το σημείο πρόσδεσης του νήματος A.



Εξαιτίας όμως της αντίστασης του αέρα, η ταχύτητα της σφαίρας μειώνεται, με αποτέλεσμα αυτή, να πέφτει σιγά-σιγά και μετά από λίγο, στρέφεται σε κύκλο κέντρου O, όπου η αντίστοιχη απόσταση είναι $(AO)=0,9\text{m}$. Να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα, μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

56) Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O. Σε μια στιγμή, ασκούμε στο σώμα μια δύναμη F, εφαπτομενικά όπως στο σχήμα, μέχρι να φτάσει στη θέση B, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο. Στη θέση B η δύναμη F παύει να ασκείται, ενώ το έργο της για την παραπάνω μετακίνηση είναι ίσο με 100J .



- Να υπολογίσετε το έργο του βάρους για την κίνηση από τη θέση A στη θέση B.
- Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση B;

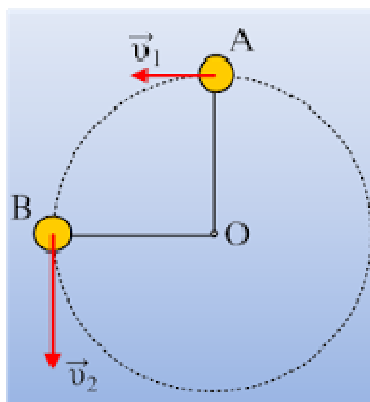
iii) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος στις θέσεις A και B.

iv) Ποια η ελάχιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει στη συνέχεια κατά την περιστροφή του το σώμα και πόση θα είναι τη στιγμή αυτή η τάση του νήματος;

v) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F , αν παραμένει σταθερό.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

57) Ένα σώμα μάζας $0,5\text{kg}$ εκτελεί κατακόρυφο κύκλο κέντρου O , δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell=1\text{m}$ περνώντας από το ανώτερο σημείο A της τροχιάς του με ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$.



i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στο σημείο B της τροχιάς του, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του νήματος, στις θέσεις A και B.

iii) Να βρεθούν μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων:

α) Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας.

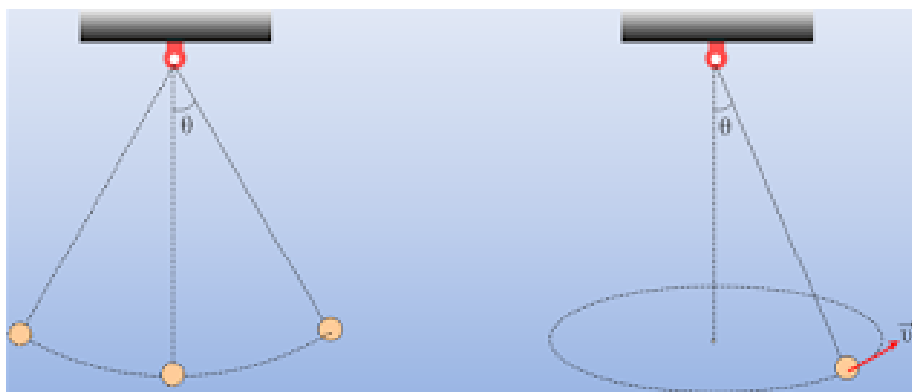
β) Η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος.

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σώματος στο σημείο B.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g=10\text{m/s}^2$.

58) Στο άκρο ενός νήματος μήκους 1m , έχουμε δέσει ένα μικρό σώμα. Εκτρέπουμε το σώμα ώστε το νήμα να σχηματίσει γωνία $\theta=30^\circ$ με την κατακόρυφο και το αφήνουμε να κινηθεί. Το σώμα εκτελεί 5 πλήρεις αιωρήσεις σε χρονικό διάστημα 10s .

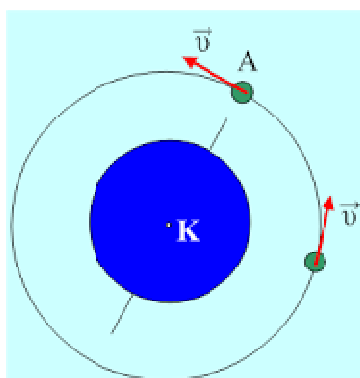
i) Να βρεθεί η συχνότητα της κίνησης, καθώς και ο μέγιστος ρυθμός αύξησης του μέτρου της ταχύτητας του σώματος.



ii) Επαναλαμβάνουμε την εκτροπή του σώματος, αλλά τώρα θέλουμε το σώμα να διαγράφει οριζόντιο κύκλο ενώ το νήμα να σχηματίζει ξανά γωνία θ , με την κατακόρυφο. Ποια οριζόντια ταχύτητα πρέπει να προσδώσουμε στο σώμα, για να συμβεί αυτό;

iii) Να βρεθεί η συχνότητα της κίνησης αυτής, καθώς και η επιτάχυνση του σώματος.

59) Ένας δορυφόρος της Γης, μάζας $m=1\text{tn}$, κινείται σε κυκλική τροχιά, με κέντρο το κέντρο της Γης K , στο επίπεδο του μεσημβρινού που περνά από την Αθήνα, σε ύψος $h=R_{\Gamma}$, από την επιφάνειά της, όπου R_{Γ} η ακτίνα της Γης ίση με 6400km .

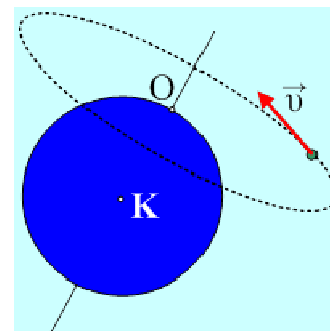


Το χρονικό διάστημα για δυο διαδοχικές διαβάσεις του δορυφόρου πάνω από την κατακόρυφο που περνά από τον βόρειο πόλο, (σημείο A) είναι $4h$.

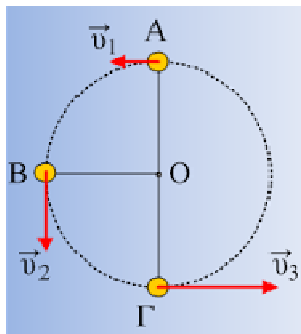
i) Με ποια ταχύτητα στρέφεται ο δορυφόρος σε m/s και σε km/h ;

ii) Πόση δύναμη δέχεται από τη Γη (το βάρος του δορυφόρου);

iv) Προτείνεται να τεθεί σε κυκλική τροχιά ίδιας ακτίνας, με κέντρο το βόρειο πόλο και επίπεδο παράλληλο προς τον Ισημερινό. Μπορεί να γίνει αυτό;

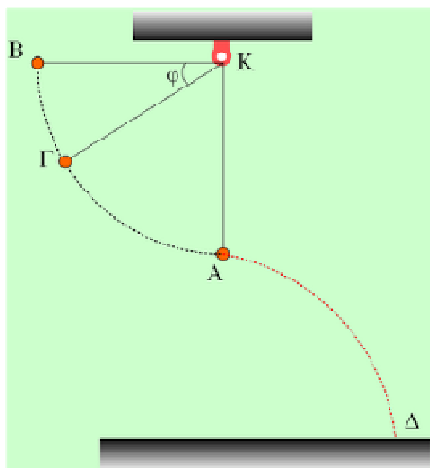


60) Ένα σώμα μάζας $0,2\text{kg}$ διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, κέντρου O , δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους $L=1\text{m}$, όπως στο σχήμα. Το σώμα έχει ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$ στο ανώτερο σημείο A της τροχιάς του. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση A , στη B και στη Γ .
- ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σώματος στο B και στο Γ ;

61) Μια μικρή σφαίρα μάζας $0,2\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους $\ell=1,25\text{m}$ (θέση A), το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο K , το οποίο βρίσκεται σε ύψους $H=2,5\text{m}$ από το έδαφος.



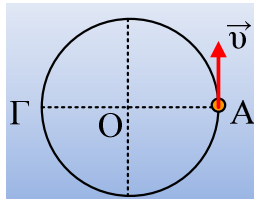
Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση B , ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο κόβεται, οπότε τελικά η σφαίρα φτάνει στο έδαφος στο σημείο Δ .

- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας και η τάση του νήματος αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί (θέση B).
- ii) Σε μια στιγμή το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση αυτή;
- iii) Να βρεθεί η απόσταση $(K\Delta)$ του σημείου πρόσδεσης του νήματος και του σημείου πρόσπτωσης της σφαίρας στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Ορμή – Μεταβολή της Ορμής

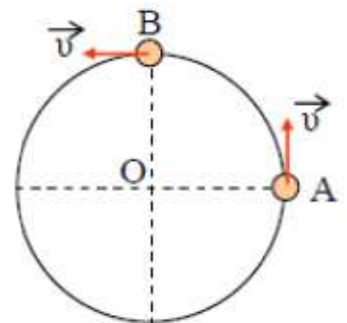
1) Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=5\text{m/s}$ σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $R=10\text{m}$.



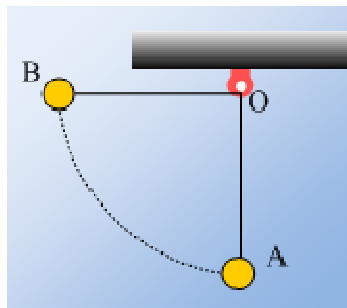
- i) Υπολογίστε την ορμή του σώματος στη θέση A .
- ii) Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή ή όχι;
- iii) Βρείτε την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των αντιδιαμετρικών θέσεων A και Γ .
- iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση A ;

2) Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ σε κύκλο ακτίνας R .

- i) Υπολογίστε την ορμή του σώματος στη θέση A .
- ii) Να βρείτε την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων A και B , όπου οι ακτίνες OA και OB είναι κάθετες.



3) Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο άκρο νήματος μήκους 45cm , όπως στο σχήμα (θέση A). Εκτρέπουμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση B , ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.

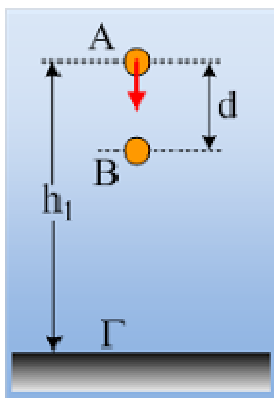


Να βρεθούν η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος:

i) Μόλις αφεθεί να κινηθεί στη θέση B.

ii) Τη στιγμή που το νήμα θα γίνει κατακόρυφο (θέση B). Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

4) Μια μπάλα μάζας $0,5\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από σημείο A, σε ύψος $1,25\text{m}$ και αφού ανακλαστεί στο έδαφος, κινείται προς τα πάνω και φτάνει μέχρι ένα σημείο B, όπου $(AB)=0,45\text{m}$. Κατά την κίνηση της μπάλας, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



i) Να βρείτε την ορμή της μπάλας, ελάχιστα πριν την κρούση της με το έδαφος.

ii) Ποια η αντίστοιχη ορμής της, αμέσως μετά την κρούση;

iii) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι $0,5\text{s}$, να υπολογίσετε τη μέση δύναμη F , που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος, στη διάρκεια της κρούσης.

iv) Να υπολογιστεί το έργο της παραπάνω δύναμης F , στη διάρκεια της κρούσης.

v) Η παραπάνω δύναμη F είναι ή όχι συντηρητική; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

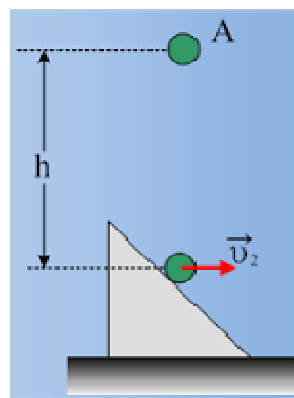
5) Μια μικρή σφαίρα μάζας $0,5\text{kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα Από σημείο A και αφού διανύσει απόσταση $h=3,2\text{m}$ κτυπά σε κεκλιμένο επίπεδο, με αποτέλεσμα μετά να κινηθεί με οριζόντια ταχύτητα $u_2=6\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια και την ορμή της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

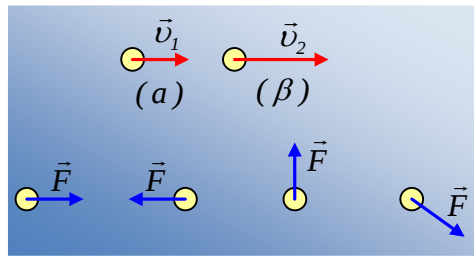
ii) Να υπολογιστούν η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που οφείλονται στην κρούση.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

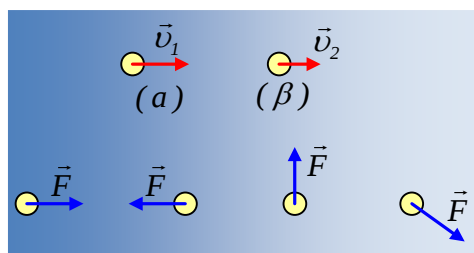
Δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



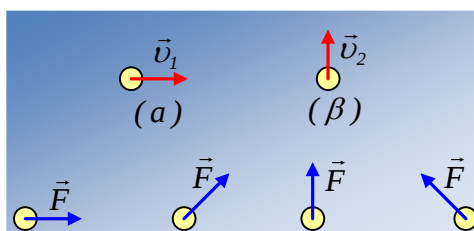
6) i) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα (α). Για να κινηθεί όπως στο σχήμα (β) πρέπει να δεχτεί δύναμη. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα μπορεί να δείχνει την κατεύθυνση της ασκούμενης δύναμης;



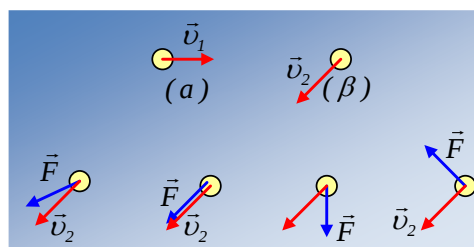
ii) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα (α). Για να κινηθεί όπως στο σχήμα (β) πρέπει να δεχτεί δύναμη. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα μπορεί να δείχνει την κατεύθυνση της ασκούμενης δύναμης;



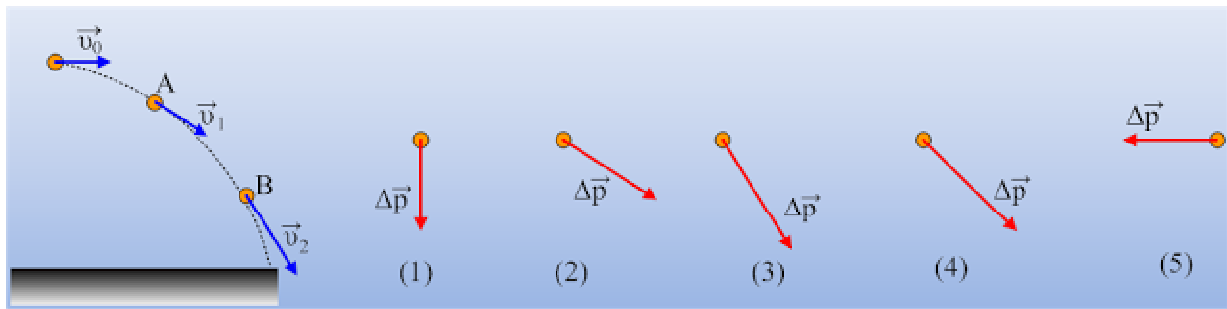
iii) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα (α). Για να κινηθεί όπως στο σχήμα (β) πρέπει να δεχτεί δύναμη. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα μπορεί να δείχνει την κατεύθυνση της ασκούμενης δύναμης;



iv) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα (α). Για να κινηθεί όπως στο σχήμα (β) πρέπει να δεχτεί δύναμη. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα μπορεί να δείχνει την κατεύθυνση της ασκούμενης δύναμης;



7) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 και μετά από λίγο περνά από τη θέση Α με ταχύτητα u_1 και στη συνέχεια από τη θέση Β, έχοντας ταχύτητα u_2 , όπως στο πρώτο σχήμα.

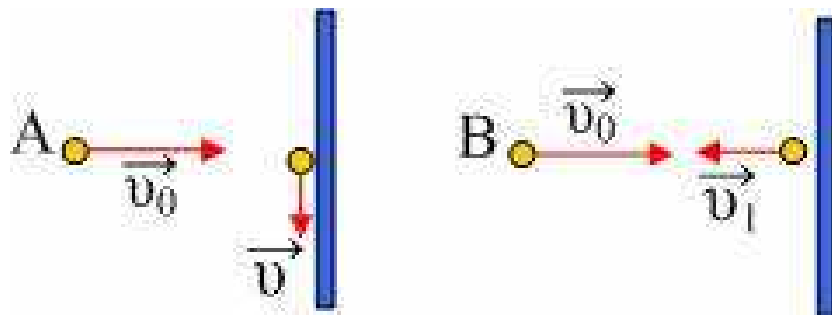


Ποιο από τα επόμενα σχήματα παριστά το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής του σώματος, από το σημείο A μέχρι τη θέση B; Δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.

Στο σχήμα (2) το διάνυσμα έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας u_1 και στο (3) την κατεύθυνση της u_2 .

8) Δύναμη και μεταβολή της ορμής.

Σε ένα τζάμι, ρίχνουμε μια ξεφούσκωτη μπάλα A με ταχύτητα u_0 . Μετά την κρούση η μπάλα πέφτει κατακόρυφα, χωρίς αρχική ταχύτητα.



Στο ίδιο τζάμι ρίχνουμε μια δεύτερη όμοια μπάλα B, η οποία είναι όμως φουσκωμένη. Μετά την κρούση η μπάλα επιστρέφει με ταχύτητα u_1 , όπως στο σχήμα.

Αν το χρονικό διάστημα που οι μπάλες είναι σε επαφή με το τζάμι είναι το ίδιο, σε ποια περίπτωση κινδυνεύει να σπάσει το τζάμι;

Φαινόμενα μικρής διάρκειας

9) Πάνω σε όχημα με μάζα 800kg υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10kg, οριζόντια, με ταχύτητα 200m/s, προς τα δεξιά. Ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση αν:

- i) Το όχημα ήταν ακίνητο και
- ii) αν είχε ταχύτητα 4m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του βλήματος.

10) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα 2kg με ταχύτητα 4m/s. Σε μια στιγμή από μια εσωτερική έκρηξη, χωρίζεται σε δύο κομμάτια. Το ένα με μάζα 1,6kg συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα 7,5m/s. Με ποια ταχύτητα θα κινηθεί το άλλο κομμάτι;

11) Σώμα μάζας 10kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0=8\text{m/s}$, διασπάται με εσωτερική έκρηξη σε δύο μέρη με μάζες $m_1= m_2=5\text{kg}$, που συνεχίζουν να κινούνται οριζόντια. Αν η ταχύτητα της μιας μάζας έχει μέτρο 4m/s και έχει φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας u_0 , να βρείτε την ταχύτητα της άλλης μάζας και την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

12) Ένα σώμα μάζας 10kg που φέρει εσωτερικό εκρηκτικό μηχανισμό πέφτει κατακόρυφα. Σε μια στιγμή που έχει ταχύτητα $u_0=12\text{m/s}$ διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1=6\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$. Αν το πρώτο κομμάτι αμέσως μετά την έκρηξη έχει ταχύτητα $u_1=25\text{m/s}$ κατακόρυφη προς τα κάτω, να βρείτε την ταχύτητα του δεύτερου κομματιού και την απόσταση των δύο κομματιών μετά από 2s. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

13) Από το έδαφος εκτοξεύεται κατακόρυφα ένα σώμα με αρχική ταχύτητα 40m/s. Μετά από 3s διασπάται και χωρίζεται σε δύο κομμάτια με ίσες μάζες, το ένα εκ των οποίων αποκτά ταχύτητα μέτρου 12m/s, με φορά προς τα κάτω. Να βρεθεί η ταχύτητα του άλλου κομματιού. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

14) Σώμα μάζας 2kg εκτοξεύεται σ' οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστής τριβής ολίσθησης. $\mu=0,2$, με $u_0=10\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

i) Πόσο διάστημα θα διανύσει μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $u_1=6\text{m/s}$.

ii) Όταν $u_1=6\text{m/s}$ συγκρούεται με άλλο σώμα μάζας 4kg που κινείται αντίθετα με ταχύτητα μέτρου 6,5m/s και αποτελούν πλέον ένα σώμα. Ποια η ταχύτητά του.

15) Σώμα Σ μάζας 980g ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστής τριβής ολίσθησης. $\mu=0,2$. Ένα βλήμα μάζας $m_1=20\text{g}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα 500m/s σφηνώνεται στο Σ.

i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.

ii) Πόσο διάστημα θα διανύσει μέχρι να σταματήσει. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

16) Ξύλο μάζας 390g κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους 1m. Ένα βλήμα μάζας 10g που κινείται οριζόντια με ταχύτητα 80m/s, σφηνώνεται στο ξύλο.

- i) Ποια η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.
- ii) Ποια η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
- iii) Σε ποιο ύψος θα φτάσει το συσσωμάτωμα; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

17) Ένα σώμα Σ μάζας 0,2kg αφήνεται να ολισθήσει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως 30° . Αφού μετατοπιστεί κατά 40m, συγκρούεται με άλλο σώμα μάζας 300g που κινείται αντίθετα και έχει ταχύτητα $u_2=15\text{m/s}$ την στιγμή της σύγκρουσης και αποτελούν ένα σώμα.

- i) Ποια η ταχύτητα του σώματος Σ πριν την κρούση.
- ii) Ποια η κοινή ταχύτητα μετά την κρούση. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

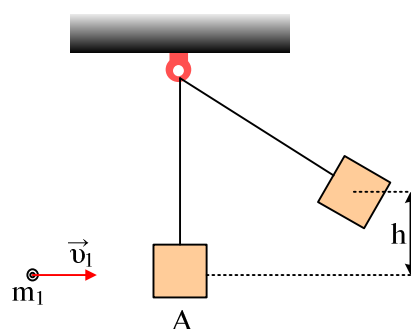
18) Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ελατηρίου, δεμένες με νήμα. Κόβουμε το νήμα και οι σφαίρες αρχίζουν να κινούνται. Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει συσπίρωση 4cm και η σφαίρα Α ταχύτητα 0,5m/s. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=500\text{N/m}$, να βρεθούν για την στιγμή t_1 :

- i) Η ταχύτητα της σφαίρας Β.
- ii) Η επιτάχυνση κάθε σφαίρας.

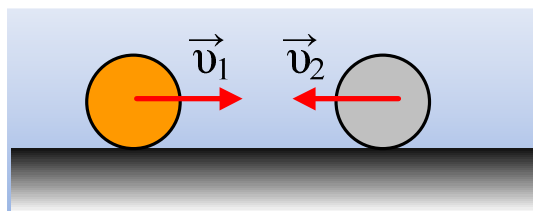
19) Ένα σώμα Α μάζας $m_2=1,9\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους $l=1\text{m}$. Μια σφαίρα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $u_1=40\text{m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα.

- i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση;
- ii) Ποια η μεταβολή της ορμής και ποια της κινητικής ενέργειας του συστήματος, κατά την διάρκεια της κρούσεως;
- iii) Ποια η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση;

Σε πόσο ύψος h θα φτάσει το συσσωμάτωμα, μετά την κρούση; $g=10\text{m/s}^2$.

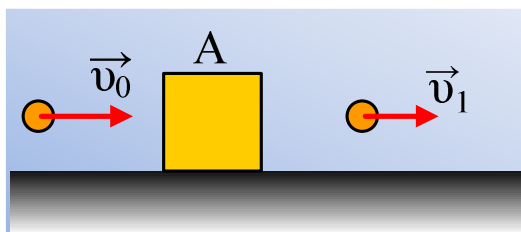


20) Σε οριζόντιο δρόμο κινούνται δύο σφαίρες, η μια προς την άλλη, με ταχύτητες $u_1=4\text{m/s}$ και $u_2 = 6\text{m/s}$. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1=5\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ αντίστοιχα.



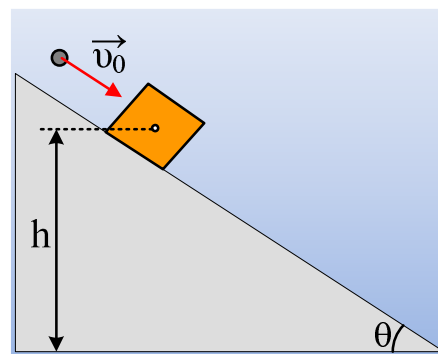
- i) Πόση ορμή έχει κάθε σφαίρα;
- ii) Ποια η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών;
- iii) Αν οι δύο σφαίρες συγκρουστούν πλαστικά πόση θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος;

21) Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα A μάζας $M=2\text{kg}$. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$, συγκρούεται με το σώμα A, το διαπερνά σε χρόνο $\Delta t=0,2\text{s}$ και εξέρχεται με ταχύτητα $u_1=20\text{m/s}$.



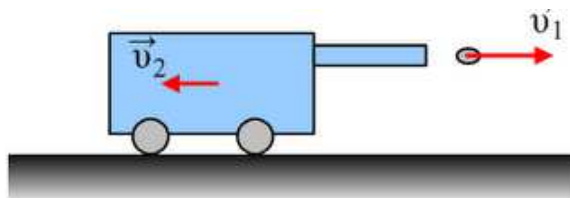
- i) Βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.
 - ii) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος A μετά την κρούση.
 - iii) Ποια η μεταβολή της ορμής του βλήματος;
 - iv) Βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα A.
 - v) Σε μια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A είναι 50kgm/s^2 , ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του βλήματος την ίδια χρονική στιγμή;
 - vi) Αν το σώμα A παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα A, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

22) Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M=950\text{g}$ ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\theta=30^\circ$ σε ύψος $h=2,5\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m=50\text{g}$ το οποίο κινείται παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο με ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$ σφηνώνεται στο κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα μετά από 1s φτάνει στην βάση του επιπέδου.



- i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;
- ii) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

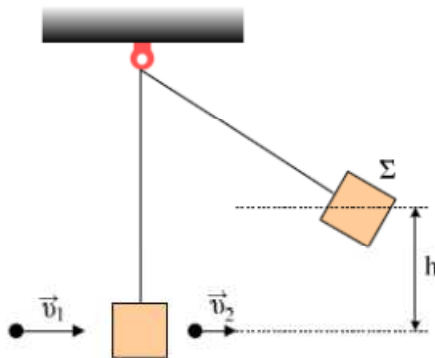
23) Αρχή διατήρησης της ορμής. Εκτόξευση βλήματος.



Πάνω σε όχημα με μάζα 800kg υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10kg , οριζόντια, με ταχύτητα 200m/s , προς τα δεξιά. Ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση αν:

- i) Το όχημα ήταν ακίνητο και
- ii) αν είχε ταχύτητα 4m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του βλήματος.

24) Ένα σώμα Σ μάζας $M=2\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους $l=2,5\text{m}$. Σε μια στιγμή στο σώμα Σ προσπίπτει ένα βλήμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ με ταχύτητα $u_1=200\text{m/s}$, το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα $u_2=100\text{m/s}$.



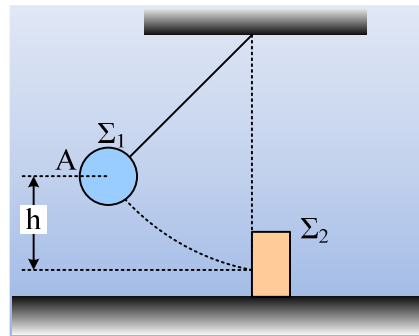
A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες:

- i) Κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή του βλήματος.
- ii) Η ορμή του συστήματος σώμα Σ -βλήμα, διατηρείται κατά την κρούση.
- iii) Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση.
- iv) Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται μέχρι να ανέβει σε ύψος h . Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

B) Ποια ταχύτητα αποκτά το σώμα Σ μετά την κρούση;

Γ) Να υπολογίσετε το ύψος h . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

25) Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και αφήνεται να κινηθεί από ύψος $h=0,2\text{m}$, όπως στο σχήμα, από τη θέση Α. Μόλις το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$. Αν $g=10\text{m/s}^2$:



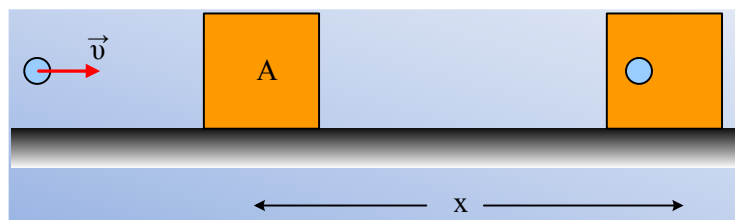
i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

Αν μετά την κρούση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $u_1=1,2\text{m/s}$, να βρεθούν:

ii) Το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

iii) Η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα Σ_1 στη διάρκεια της κρούσης, αν η διάρκειά της είναι $\Delta t=0,2\text{s}$.

26) Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $u=100\text{m/s}$ και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα Α μάζας $M=1,9\text{kg}$. Το συσσωμάτωμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού μετατοπισθεί κατά $x=10\text{m}$.



i) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

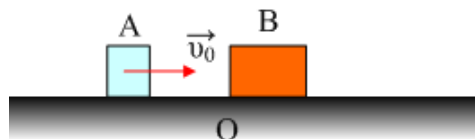
ii) Βρείτε την τριβή που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα.

iii) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

27) Ένα σώμα Α μάζας 1kg κινείται με ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και για $t=0$ συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β μάζας 4kg . Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα Α περνά από ένα σημείο Κ, το οποίο απέχει 12m από το σημείο Ο της σύγκρουσης κινούμενο προς τ' αριστερά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

i) Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη στιγμή t_1 ;



ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του B τη στιγμή αυτή;

iii) Αν η διάρκεια της κρούσης ήταν $\Delta t = 0,01\text{s}$, πόση είναι η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο A σώμα στη διάρκεια της κρούσης;

28) Ένα ξύλινο σώμα Σ μάζας $M = 950\text{g}$ κρέμεται από νήμα μήκους $2,5\text{m}$. Ένα βήμα μάζας $m = 50\text{g}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 100\text{m/s}$ σφηνώνεται στο Σ .



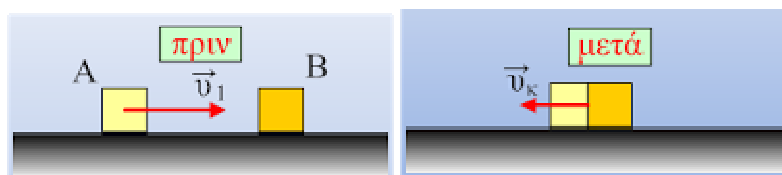
i) Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

ii) Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος, ώστε αυτό να μην σπάσει;

iii) Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

29) Ένα σώμα A μάζας 2kg κινείται με ταχύτητα 5m/s , προς τα δεξιά και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα B. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα 2m/s .



i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

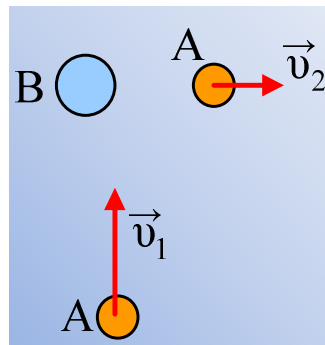
α) Το σώμα B ήταν αρχικά ακίνητο.

β) Η μεταβολή της ορμής του A έχει φορά προς τ' αριστερά και μέτρο 14 kg m/s .

γ) Το σώμα B δεν άλλαξε κατεύθυνση κίνησης κατά την κρούση.

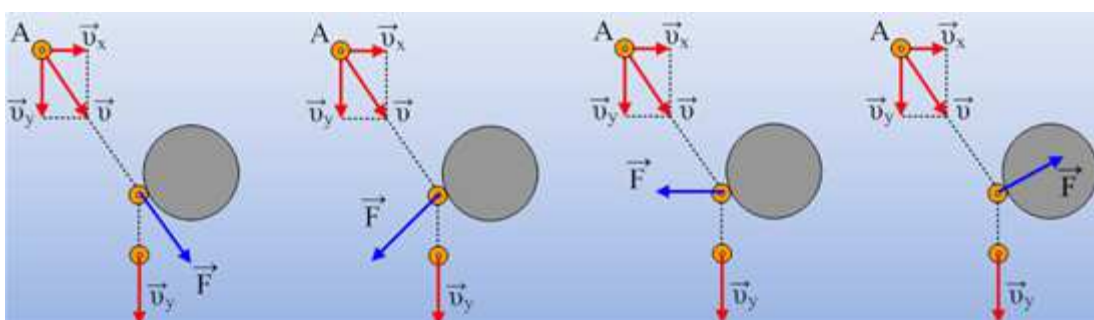
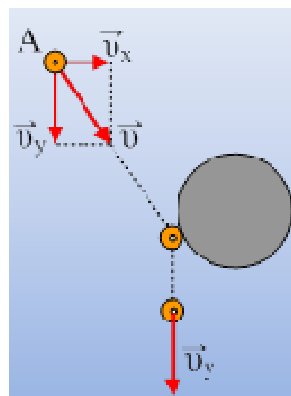
ii) Ποια ήταν η αρχική ταχύτητα του σώματος B, αν η μάζα του είναι 5kg ;

30) Μια σφαίρα A, μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$ και σε μια στιγμή συγκρούεται με μια σφαίρα B με αποτέλεσμα μετά την κρούση να κινείται με ταχύτητα $u_2=3\text{m/s}$ σε διεύθυνση κάθετη στην αρχική, όπως στο σχήμα.



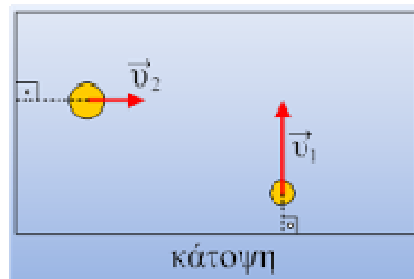
- i) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας A.
- ii) Ποια είναι η διεύθυνση της δύναμης που δέχτηκε η A σφαίρα κατά την κρούση, θεωρώντας την σταθερή;
- iii) Σε ποια διεύθυνση θα κινηθεί η B σφαίρα;

31) Μια μικρή σφαίρα A κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα u , συγκρούεται με μια μεγάλη σφαίρα, με αποτέλεσμα μετά την κρούση να κινείται με ταχύτητα u_y , ίση με την μια συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας. Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα, έχει σχεδιαστεί σωστά η δύναμη που δέχεται η σφαίρα A στη διάρκεια της κρούσης;



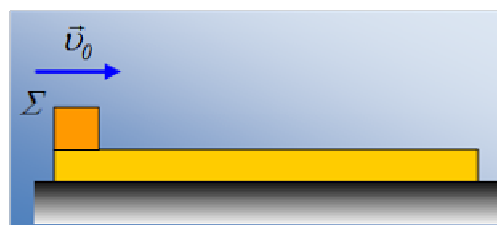
Το μονωμένο σύστημα

32) Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο τραπέζι, σχήματος ορθογωνίου, κινούνται ευθύγραμμα δυο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1=0,1\text{kg}$ και $m_2=0,3\text{kg}$ με ταχύτητες $u_1=0,4\text{m/s}$ και $u_2=0,1\text{m/s}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα.



- i) Να υπολογιστεί η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
- ii) Να βρεθεί η ολική ορμή του συστήματος.

33) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$ και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $u_0=5\text{m/s}$ και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, όπως στο σχήμα.

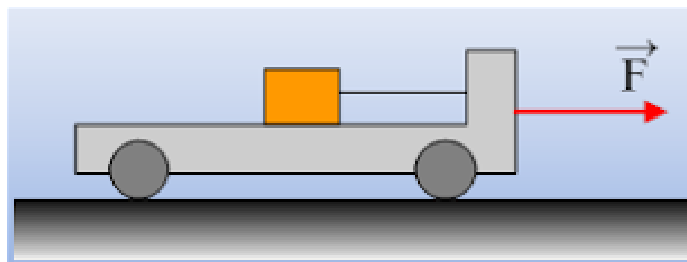


- i) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του σώματος Σ τη στιγμή $t_1=1\text{s}$, καθώς και η ορμή του τη στιγμή αυτή.
- ii) Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας την παραπάνω στιγμή;
- iii) Να υπολογιστεί η συνολική μηχανική ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική εξαιτίας της τριβής, μέχρι να πάψει να ολισθαίνει το σώμα Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

34) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σύρεται ένα αμαξίδιο μάζας 1kg , με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=12\text{N}$. Πάνω στο αμαξίδιο, έχει προσδεθεί με νήμα ένα

σώμα Σ , μάζας $0,2\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $\mu=0,5$. Κάποια στιγμή $t_0=0$, το καροτσάκι έχει ταχύτητα 2m/s .



i) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή αυτή.

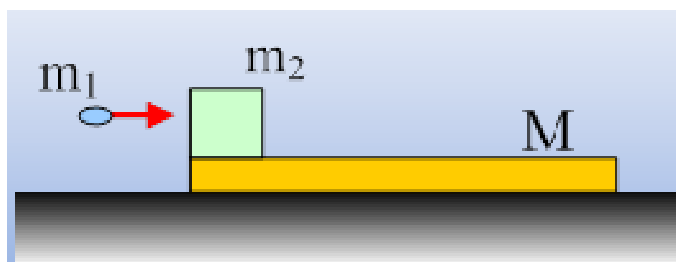
ii) Αν την παραπάνω χρονική στιγμή, κοπεί το νήμα:

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να τις διακρίνετε σε εσωτερικές και εξωτερικές για το σύστημα αμαξίδιο-σώμα Σ .

β) Να υπολογιστεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του αμαξιδίου 1s , μετά το κόψιμο του νήματος. Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για το σώμα Σ ;

γ) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή αυτή. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

35) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια μακριά σανίδα, πάνω στην οποία βρίσκεται ένας ξύλινος κύβος. Ένα βλήμα κινούμενο οριζόντια σφηνώνεται στον κύβο.



i) Αν δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ κύβου και σανίδας, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του βλήματος διατηρείται.

β) Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.

γ) Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά.

δ) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

ii) Αν εμφανίζεται τριβή μεταξύ κύβου και σανίδας, παρατηρούμε ότι η σανίδα κινείται προς τα δεξιά, ενώ μετά από λίγο σταματά να γλιστρά πάνω της ο κύβος. Η διάρκεια της κρούσης βλήματος-κύβου είναι αμελητέα, τότε:

α) Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος διατηρείται.

β) Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.

γ) Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά λόγω της ορμής του κύβου.

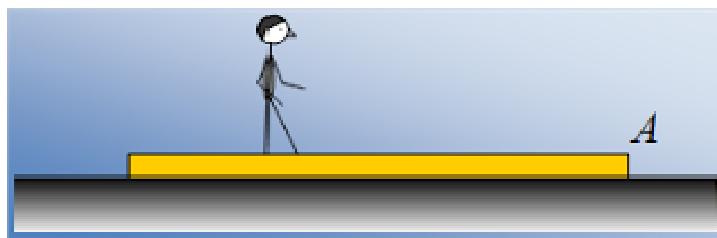
δ) Η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος-σανίδα διατηρείται σταθερή.

ε) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας παραμένει σταθερός, μέχρι να σταματήσει πάνω της ο κύβος.

στ) Τελικά κάποια στιγμή θα σταματήσει η κίνηση του κύβου πάνω στη σανίδα και από εκεί και πέρα, το σύστημα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

36) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί μια σανίδα μάζας m , ενώ πάνω της είναι ακίνητο ένα παιδί μάζας $M=4m$. Σε μια στιγμή το παιδί αρχίζει να περπατά προς τα δεξιά με ταχύτητα (ως προς το έδαφος) u_1 .



i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί και στη σανίδα.

ii) Να επιλέξετε την σωστή πρόταση για τη σανίδα:

α) Θα παραμείνει ακίνητη.

β) Θα κινηθεί προς τα δεξιά.

γ) Θα κινηθεί προς τα αριστερά.

iii) Αν φτάνοντας στο άκρο A της σανίδας, το παιδί σταματήσει, τότε τελικά η σανίδα:

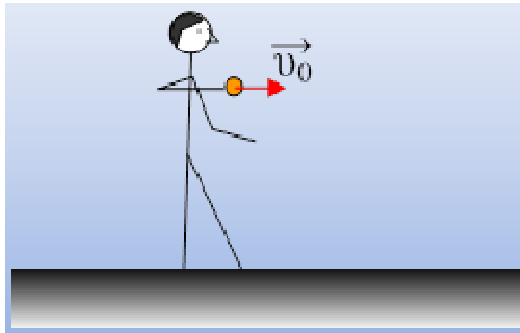
α) Θα σταματήσει.

β) Θα κινείται με ταχύτητα u_1 προς τα αριστερά.

γ) Θα κινείται με ταχύτητα $4u_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

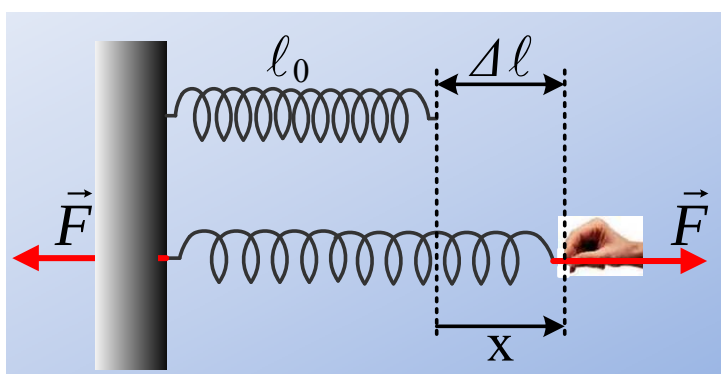
37) Ένα παιδί μάζας 50kg είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κρατώντας στο χέρι του μια σφαίρα μάζας 1kg. Σε μια στιγμή εκτοξεύει τη σφαίρα οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$, από ύψος $h=1,8\text{m}$.



- i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
 - ii) Πόσο απέχει η σφαίρα από το παιδί, τη στιγμή που αγγίζει το έδαφος;
 - iii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F_1 που άσκησε το παιδί στην μπάλα κατά την εκτόξευσή της και το έργο της αντίδρασής της F_2 .
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Θεωρία: Η δυναμική ενέργεια ελαστικότητας

Έστω ένα ελατήριο, το ένα άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο. Αν στο άλλο άκρο του ασκήσουμε μια δύναμη $\vec{F}$ μπορούμε να το επιμηκύνουμε κατά $\Delta\ell$, ενώ ο νόμος του Hooke, ο οποίος συνδέει την ασκούμενη δύναμη και το αποτέλεσμα της δράσης της (παραμόρφωση) μας δίνει $F=k\cdot\Delta\ell$.



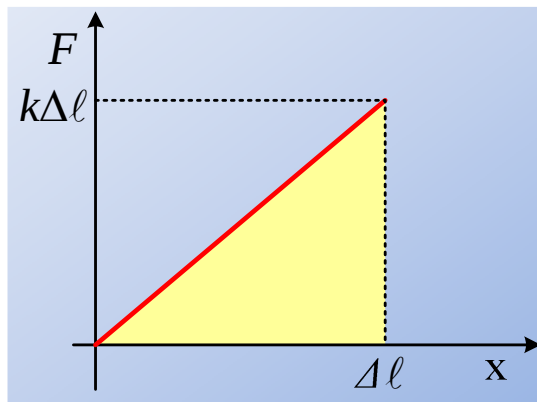
Ας επιστρέψουμε ξανά στο ελατήριο και ασκώντας συνεχώς στο άκρο του μια μεταβλητή δύναμη $\vec{F}$, κινούμε το άκρο του προς τα δεξιά, επιμηκύνοντάς το αργά-αργά, μέχρι μιας τελικής επιμήκυνσης $\Delta\ell$.

Σε κάθε θέση θα ισχύει $F=k \cdot x$, όπου x η μετατόπιση του άκρου (ίση προφανώς με την επιμήκυνση του ελατηρίου). Αλλά τότε η δύναμη F , παράγει έργο, το οποίο εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από το χέρι μας, στο ελατήριο. Ναι, αλλά πόσο είναι το έργο της δύναμης αυτής;

Αφού η δύναμη δεν έχει σταθερό μέτρο, το έργο της θα υπολογιστεί με τη βοήθεια του διαγράμματος $F-x$, όπως στο διπλανό σχήμα.

Το έργο της δύναμης F , είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κίτρινο χρώμα:

$$W_F = \frac{1}{2}(\Delta \ell) \cdot (k\Delta \ell) = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta \ell)^2$$

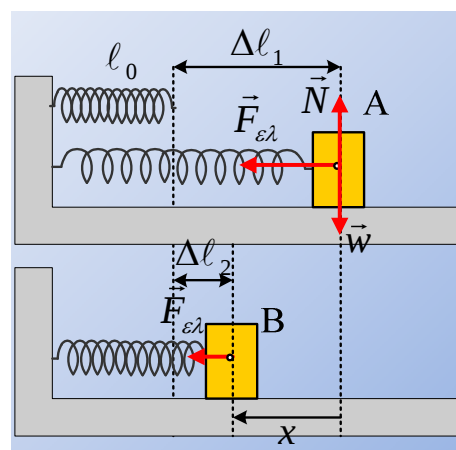


Αλλά τότε, στη διάρκεια της επιμήκυνσης του ελατηρίου, μεταφέρθηκε (από εμάς που το τραβήξαμε) μέσω του έργου της δύναμης F , στο ελατήριο ενέργεια ίση με $\frac{1}{2}k \cdot (\Delta \ell)^2$,

οπότε το ελατήριο περικλείει (έχει) ενέργεια ίση με $U = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta \ell)^2$. Η ενέργεια αυτή αποκαλείται **δυναμική ελαστική ενέργεια** και είναι η ενέργεια που ένα παραμορφωμένο ελατήριο, μπορεί να αποδώσει σε ένα σώμα, το οποίο θα συνδεθεί με αυτό.

Εφαρμογή 1^η :

Έστω ότι σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρατείται στη θέση Α, ένα σώμα, μάζας 2kg δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου (ένα ελατήριο που υπακούει απολύτως στο νόμο του Hooke και που η μάζα του θεωρείται αμελητέα), σταθεράς $k=200\text{N/m}$, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά $\Delta \ell_1=0,4\text{m}$. Αφήνουμε το σώμα να κινηθεί, οπότε μετά από λίγο φτάνει στο σημείο Β, έχοντας μετατοπισθεί κατά $x=0,3\text{m}$.



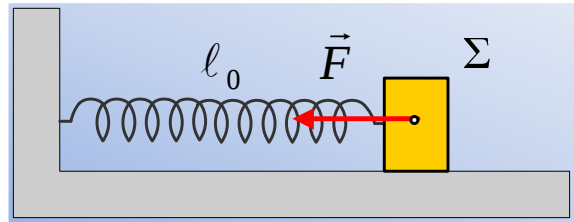
i) Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στις θέσεις Α και Β.

ii) Πόσο είναι το έργο της δύναμης που άσκησε το ελατήριο στο σώμα;

iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β.

Εφαρμογή 2^η :

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ , μάζας 2kg σε επαφή με το άκρο ιδανικού, σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Ασκώντας στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα, συμπιέζουμε το ελατήριο.

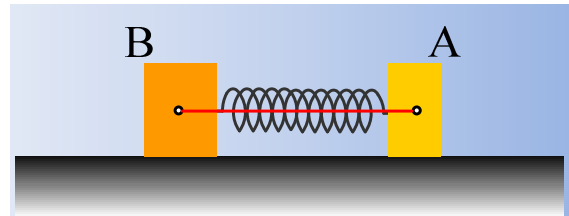


i) Να βρεθεί η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

ii) Τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το ελάχιστο μήκος του μηδενίζουμε την ασκούμενη δύναμη F . Να υπολογιστεί η μέγιστη επιτάχυνση καθώς και η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ .

Εφαρμογή 3^η :

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα A και B με μάζες 2kg και 3kg έχοντας συμπιέσει ένα ελατήριο σταθεράς $k=200\text{N/m}$, κατά $0,4\text{m}$, ενώ συγκρατούνται δεμένα στα άκρα νήματος, όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και τα σώματα κινούνται. Κάποια στιγμή το A σώμα έχει ταχύτητα $u_1=3\text{m/s}$.

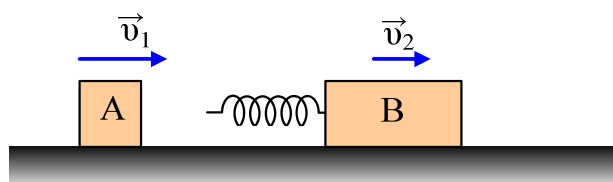
i) Να βρεθεί τη στιγμή αυτή η ταχύτητα του σώματος B.

ii) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και συμπίεσή του.

Επιστροφή στις ασκήσεις...

Ελατήριο και μονωμένο σύστημα

38) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ και με ταχύτητες $u_1=4\text{m/s}$ και $u_2=1\text{m/s}$, όπως στο σχήμα. Στο πίσω μέρος του σώματος B έχει στερεωθεί ένα ιδανικό ελατήριο με μήκος 20cm σταθεράς $k=1200\text{N/m}$.



i) Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος.

ii) Το A σώμα πέφτει στο ελατήριο και αρχίζει να το συσπειρώνει. Στη διάρκεια της συσπείρωσης:

α) Η ταχύτητα του σώματος A:

1) μειώνεται 2) παραμένει σταθερή 3) αυξάνεται.

β) Η ταχύτητα του σώματος B:

1) μειώνεται 2) παραμένει σταθερή 3) αυξάνεται.

iii) Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει το ελάχιστο μήκος του $l=5\text{cm}$. Τη στιγμή αυτή:

α) Το σώμα A έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το B.

β) Το σώμα A έχει μικρότερη ταχύτητα από το B.

γ) Τα δύο σώματα έχουν ίσες ταχύτητες.

iv) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων την παραπάνω χρονική στιγμή.

v) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή t_1 .

vi) Μετά από λίγο το σώμα A εγκαταλείπει το ελατήριο. Μετράμε την ταχύτητα του σώματος B και βρίσκουμε ότι $u_B=2,5\text{m/s}$. Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του σώματος A;

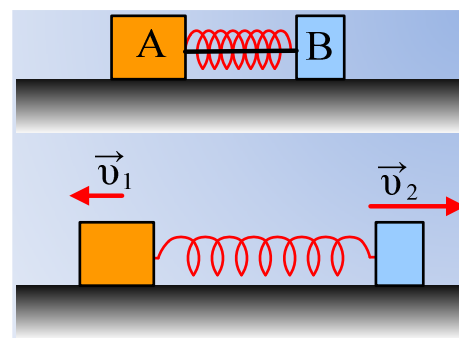
39) Ένα σώμα A μάζα $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u_1=14\text{m/s}$ και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα B $m_2=5\text{kg}$, το οποίο είναι ακίνητο. Σε μια στιγμή μετά από ελάχιστο χρόνο το σώμα B έχει ταχύτητα $u_2'=6\text{m/s}$ και επιτάχυνση $a_2=4\text{m/s}^2$. Ζητούνται για τη στιγμή αυτή:

i) Η ταχύτητα του σώματος A και

ii) Η επιτάχυνση του A σώματος.

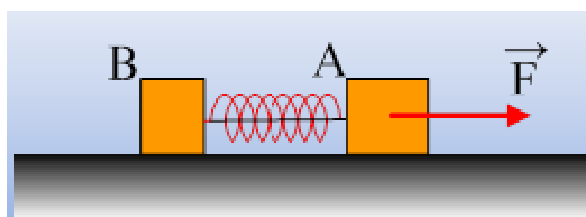
40) Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ιδανικού ελατηρίου, αμελητέας μάζας, δεμένες με νήμα, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα αρχίζουν να κινούνται. Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει συσπείρωση 4cm και το σώμα A έχει ταχύτητα μέτρου $u_1=0,5\text{m/s}$. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=100\text{N/m}$, να βρεθούν για την στιγμή t_1 :

i) Η ταχύτητα του σώματος B.



- ii) Η επιτάχυνση κάθε σώματος.
- iii) Η συνολική ενέργεια που έχει προσφέρει το ελατήριο στα σώματα, μέχρι τη στιγμή t_1 .

41) Δυο σώματα A και B με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας συμπιέσει ένα ιδανικό ελατήριο κατά $\Delta l=0,2\text{m}$, με τη βοήθεια νήματος. Σε μια στιγμή τραβάμε το A σώμα ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=6\text{N}$, όπως στο σχήμα, για χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$.



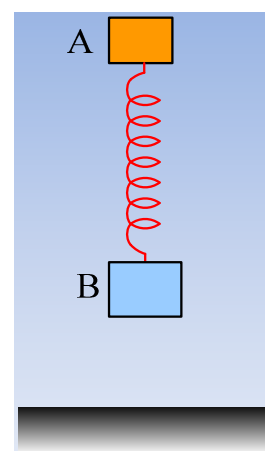
i) Να βρεθεί η ορμή που αποκτά το σύστημα των σωμάτων.

Μετά από την κατάργηση της δύναμης, κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα. Παρατηρούμε ότι το σώμα B επιβραδύνεται και τελικά ακινητοποιείται μετά την απελευθέρωση του ελατηρίου. Να βρεθούν:

- ii) Η τελική ταχύτητα του A σώματος.
- iii) Η σταθερά του ελατηρίου.
- iv) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος B αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

42) Ένα σύστημα σωμάτων σε πτώση.

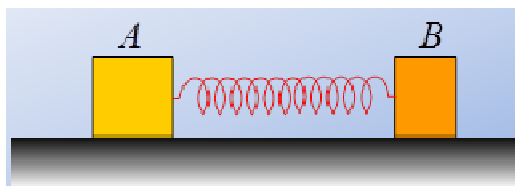
Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=0,3\text{kg}$ και $m_2=0,5\text{kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=40\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $l_0=0,4\text{m}$. Συγκρατούμε με το χέρι μας το A σώμα, ενώ το B ταλαντώνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το σώμα A, οπότε το σύστημα των σωμάτων πέφτει.



i) Σε μια στιγμή t_1 που το μήκος του ελατηρίου είναι $l_1=0,6\text{m}$ να βρεθούν:

- α) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A
- β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του B σώματος.
- ii) Διατηρείται η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων;
Να δικαιολογήστε την απάντησή σας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

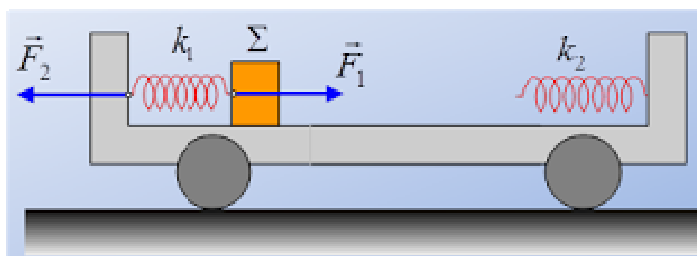
43) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B, με μάζες $M=2\text{kg}$ και $m=1\text{kg}$, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου με φυσικό μήκος $\ell_0=0,5\text{m}$. Πιάνοντας τα δυο σώματα συμπιέζουμε το ελατήριο, μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει μήκος $\ell_1=0,2\text{m}$ και τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν.



Τη στιγμή t_1 που το ελατήριο αποκτά μήκος $\ell_2=0,6\text{m}$ για πρώτη φορά, το A έχει ταχύτητα μέτρου $u_1=1\text{m/s}$. Τη στιγμή αυτή πιάνουμε και ακινητοποιούμε το A.

- Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος B τη στιγμή t_1 .
- Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.
- Ποιο είναι το μέγιστο μήκος που θα αποκτήσει το ελατήριο;
- Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα B;

44) Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας M , πάνω στο οποίο έχουν προσδεθεί δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές $k_1=k$ και $k_2=4k$. Με τη βοήθεια ενός σώματος Σ , μάζας m , όπου $M=2m$, συμπιέζουμε το αριστερό ελατήριο, ενώ συγκρατούμε το αμαξίδιο ακίνητο, κατά x_1 .



Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα το αμαξίδιο και το σώμα Σ .

- Τι από τα παρακάτω θα συμβεί:
 - Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο θα παραμείνει στη θέση του.
 - Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο προς τα αριστερά.
 - Και τα δυο σώματα θα κινηθούν προς τα δεξιά.
- Το σώμα Σ , θα εγκαταλείψει το ελατήριο αποκτώντας κινητική ενέργεια:
 - $\frac{1}{2} kx_1^2$,
 - $\frac{1}{3} kx_1^2$,
 - $\frac{1}{4} kx_1^2$.
- Μετά από λίγο το σώμα Σ φτάνει στο δεξιό ελατήριο, το οποίο αρχίζει να συμπιέζει, με αποτέλεσμα σε μια στιγμή να μειώνεται η ταχύτητά του με ρυθμό 1m/s^2 . Τη στιγμή αυτή το μέτρο της ταχύτητας του αμαξιδίου:

α) Αυξάνεται με ρυθμό $0,5\text{m/s}^2$.

β) Μειώνεται με ρυθμό 1m/s^2 .

γ) Μειώνεται με ρυθμό $0,5\text{m/s}^2$.

iv) Σε μια στιγμή η ταχύτητα του Σ μηδενίζεται. Τότε, το αμαξίδιο έχει ταχύτητα:

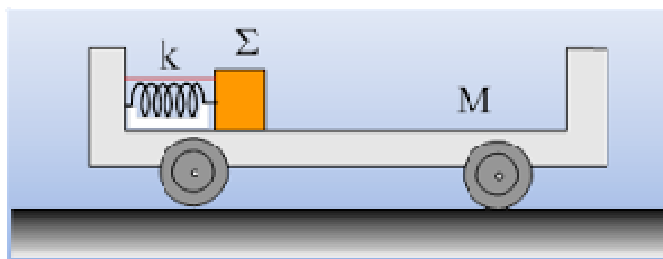
α) προς τα δεξιά β) προς τα αριστερά γ) μηδενική.

v) Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου στα δεξιά θα είναι:

α) $\frac{1}{4} x_1$, β) $\frac{1}{2} x_1$, γ) $2x_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, θεωρώντας ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, ούτε μεταξύ εδάφους και αμαξιδίου, ούτε κατά την κίνηση του σώματος Σ.

45) Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε αμαξίδιο μάζας $M=3\text{kg}$, συμπιέζοντας ένα ελατήριο κατά $\Delta l=0,2\text{m}$, με τη βοήθεια νήματος, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ δεν είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ αμαξιδίου και εδάφους, αλλά ούτε και μεταξύ σώματος Σ και αμαξιδίου.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ εγκαταλείπει το ελατήριο έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $u_1=1,8\text{m/s}$ προς τα δεξιά.

i) Να εξηγήσετε γιατί θα κινηθεί και το αμαξίδιο, βρίσκοντας και την ταχύτητα που αποκτά.

ii) Μόλις το σώμα Σ φτάσει στην απέναντι πλευρά του αμαξιδίου, προσκολλάται σε αυτήν. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πρόσκρουση αυτή.

iii) Να υπολογιστεί η αρχική συσπίρωση του ελατηρίου.