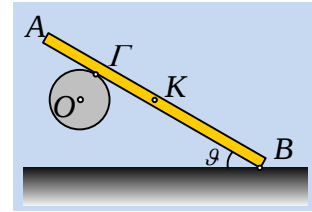


### Μια ισορροπία ράβδου σε κύλινδρο που μπορεί και να στρέφεται.

Ο κύλινδρος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του, που ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεων του  $OO'$  και είναι ακινητοποιημένος, μη επιτρέποντάς του την περιστροφή. Στηρίζουμε στον κύλινδρο μια ομογενή ράβδο (AB) μήκους 4m και μάζας  $M=30\text{kg}$  στο σημείο Γ, όπου  $(AG)=1\text{m}$  ενώ το άλλο της άκρο Β ακουμπά σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σχηματίζοντας γωνία  $\theta=30^\circ$ , με το επίπεδο. Η ράβδος εμφανίζει με τον κύλινδρο συντελεστές τριβής  $\mu=\mu_s=0,8$  και αφήνοντάς την στη θέση αυτή, βλέπουμε ότι ισορροπεί.



- Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στα σημεία στήριξής της, Β και Γ.
- Να υπολογιστεί η τριβή που θα δεχτεί ο κύλινδρος από την ράβδο.
- Θέτουμε ένα όμοιο κύλινδρο σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τον αναγνώστη. Στηρίζουμε ξανά τη ράβδο στον κύλινδρο αυτό σε τέτοια θέση, ώστε να πετύχουμε ξανά ισορροπία με το ίδιο σημείο επαφής Γ της ράβδου. Να βρεθεί η γωνία που πρέπει να σχηματίζει τώρα η ράβδος με το λείο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

- Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπου αφού το βάρος και η «κάθετη αντίδραση» του επιπέδου N, είναι κατακόρυφες και η δύναμη F, την οποία δέχεται από τον κύλινδρο θα είναι επίσης κατακόρυφη. Πράγματι για την ισορροπία πρέπει:

$$\vec{w} + \vec{N} + \vec{F} = 0 \rightarrow (1)$$

$$\vec{F} = -(\vec{w} + \vec{N})$$

Αλλά από την ισορροπία της ράβδου έχουμε και  $\Sigma\tau=0$ , ως προς οποιοδήποτε σημείο, οπότε:

$$\Sigma\tau_B=0 \rightarrow w \cdot (BK) \cdot \sin\theta - F \cdot (BG) \cdot \sin\theta = 0 \rightarrow$$

$$Mg \cdot (BK) = F \cdot (BG) \rightarrow$$

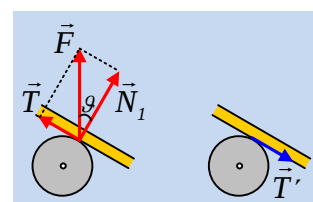
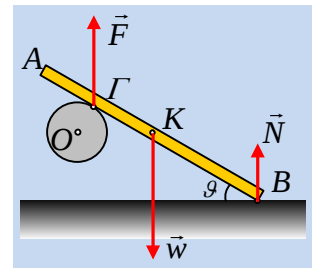
$$F = \frac{Mg \cdot (BK)}{(BG)} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 2}{3} \text{ N} = 200 \text{ N}$$

Οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε (θεωρούμε θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση):

$$N = -w - F = -(-300\text{N}) - 200\text{N} = 100\text{N}$$

- Αναλύουμε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη στη ράβδο και μια παράλληλη (τριβή), όπως στο σχήμα. Η γωνία μεταξύ της δύναμης F και της κάθετης συνιστώσας  $N_1$  είναι ίση με τη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές). Συνεπώς:

$$T = F \cdot \eta \mu\theta = 200\text{N} \cdot \frac{1}{2} = 100\text{N}.$$



Αλλά τότε στον κύλινδρο ασκείται η αντίδρασή της  $T'=100\text{N}$ , όπως στο σχήμα δεξιά.

Βέβαια η τριβή αυτή πρέπει να είναι στατική τριβή, για να μπορεί η ράβδος να ισορροπεί. Μπορεί να

αναπτυχθεί; Αν βρούμε την συνιστώσα  $N_1$  θα έχουμε  $N_1 = F \cdot \sin\theta = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{N} = 100\sqrt{3}\text{N}$ , οπότε η μέ-

γιστη τιμή της τριβής που μπορεί να εμφανιστεί, η οριακή τριβή, είναι:

$$T_{op} = \mu_s \cdot N_1 = 0,8 \cdot 100\sqrt{3}\text{N} = 80\sqrt{3}\text{N} \approx 138\text{N}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι πράγματι μπορεί να αναπτυχθεί στατική τριβή με μέτρο  $100\text{N}$  και η ράβδος να ισορροπεί.

- iii) Αφού ο κύλινδρος στρέφεται μόλις στηριχθεί πάνω στον κύλινδρο η ράβδος, το σημείο επαφής του κυλίνδρου που έρχεται σε επαφή μαζί της, έχει ταχύτητα ως προς τη ράβδο, συνεπώς αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης  $T_1$ , όπως στο σχήμα, οπότε στη ράβδο ασκείται η αντίδρασή της  $T_2$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά η τριβή ολίσθησης έχει τιμή  $T_2 = \mu \cdot N_2$ , όπου  $N_2$  η κάθετη συνιστώσα της δύναμης  $F_2$ , που ασκεί ο κύλινδρος στη ράβδο στο σημείο Γ.

Αλλά από την ισορροπία της ράβδου, έχουμε ξανά:

$$\text{Και } \Sigma \tau_B = 0 \rightarrow w \cdot (BK) \cdot \sin\varphi - F_2 \cdot (B\Gamma) \cdot \sin\varphi = 0 \rightarrow$$

$$Mg \cdot (BK) = F_2 \cdot (B\Gamma) \rightarrow$$

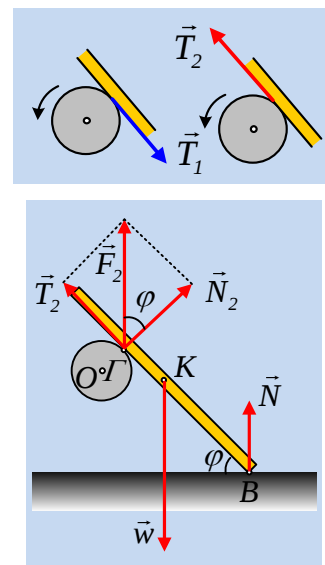
$$F_2 = \frac{Mg \cdot (BK)}{(B\Gamma)} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 2}{3} \text{N} = 200\text{N}$$

Αλλά τότε  $N_2 = F_2 \cdot \sin\varphi$  και  $T_2 = F_2 \cdot \eta\mu\varphi$ , οπότε:

$$F_2 \cdot \eta\mu\varphi = \mu \cdot F_2 \cdot \sin\varphi \rightarrow$$

$$\varepsilon\varphi = \mu = 0,8.$$

Συνεπώς η ράβδος θα πρέπει να σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με το οριζόντιο επίπεδο, όπου  $\varepsilon\varphi = 0,8$ . Η γωνία αυτή είναι περίπου  $38^\circ$  και για να μπορεί να συμβεί αυτό ή θα πρέπει να ανυψώσουμε τον κύλινδρο ή να κατεβάσουμε το οριζόντιο επίπεδο, σε σχέση με τα προηγούμενα ερωτήματα!!!



[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)