

Ενέργεια. Μερικές όψεις της διδασκαλίας μας.

Διαβάζοντας τα παραπάνω σχόλια, βλέπω να μην υπάρχει καμιά σοβαρή διαφωνία, ότι κατά τη διδασκαλία μας στη δευτεροβάθμια, χωρίς να απεμπολούμε τις γενικεύσεις και τα μοντέλα της θεωρητικής φυσικής, εμείς διδάσκουμε φυσική και όχι θεωρητική φυσική.

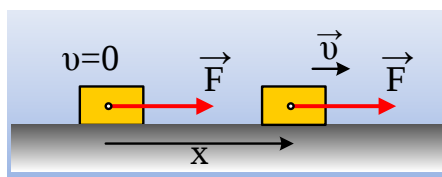
Οπότε λέω να μιλήσουμε λίγο για το τι συμβαίνει με την ενέργεια, τα έργα, τι διδάσκουμε και πόσο αυτά που διδάσκουμε είναι σωστά ή αν κάνουμε και εκπτώσεις και ποιες είναι αυτές.

Το θέμα, από θεωρητική σκοπιά μας έχει απασχολήσει πάρα πολλές φορές, με μια τελευταία γενική μελέτη σε μια πρόσφατη προσωπική μου ανάρτηση [εδώ](#). Αλλά για κάποιον που θα ήθελε να διαβάσει και άλλες αναρτήσεις με άλλες παρόμοιες αναρτήσεις- συζητήσεις, θα μπορούσε να τις βρει (τις κυριότερες) με κλικ [εδώ](#). Πριν λίγες μέρες άλλωστε, έδωσα ξανά ένα κείμενο με τίτλο: [Δυναμική-Μηχανική-Ενέργεια Ταλάντωσης](#).

Οπότε τι νέο να έχει να πει κάποιος; Νομίζω ότι αφήνοντας τις γενικές θεωρήσεις στην άκρη, έχουμε υποχρέωση να τοποθετηθούμε σε μερικές ειδικές περιπτώσεις, πάνω στις οποίες διατυπώθηκαν έντονες αμφισβητήσεις το τελευταίο χρονικό διάστημα και αφορούν άμεσα τη **διδασκαλία** μας.

Διδάσκοντας το έργο μιας δύναμης, νομίζω ότι είναι σημαντικό να μπορέσουμε να περάσουμε στους μαθητές μας, ότι αυτό το μέγεθος μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω ενός μηχανισμού.

Έτσι ας έρθουμε στην περίπτωση του παρακάτω σχήματος, που το σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



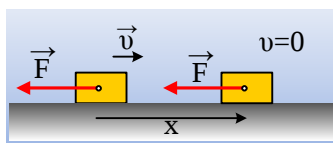
Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F και το μετατοπίζουμε κατά x . Υπολογίζουμε το έργο της:

$$W_F = F \cdot x = \dots \frac{1}{2} m v^2.$$

Είναι το πρώτο σημαντικό σημείο κατά τη διδασκαλία μας, όπου θα πρέπει να τονισθεί στα παιδιά, ότι το έργο της δύναμης, μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από εμάς στο σώμα, με αποτέλεσμα το σώμα να έχει αποκτήσει ενέργεια και αυτή την ενέργεια την έχει το σώμα με τη μορφή της κινητικής ενέργειας.

Το σώμα δεν έχει κινητική ενέργεια, έτσι θεωρητικά ούτε μεταφυσικά, είναι μια πραγματική υπαρκτή φυσική οντότητα η οποία μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης.

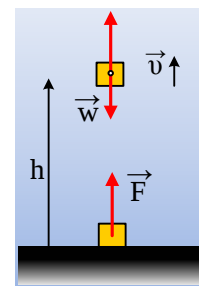
Αν αντιστρέψουμε το παράδειγμα και σε ένα σώμα που κινείται με κάποια ταχύτητα v και το οποίο έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} m v^2$, ασκήσουμε μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης θέλοντας να το σταματήσουμε, μπορούμε να οδηγηθούμε στο συμπέρασμα, ότι μέσω του έργου μιας δύναμης, μπορούμε και να αφαιρέσουμε ενέργεια από το σώμα, στην περίπτωση που το έργο είναι αρνητικό.



Με αφορμή τα παραπάνω παραδείγματα, μπορούμε να προχωρήσουμε σε μια επέκταση και να αποδείξουμε το λεγόμενο Θ.Μ.Κ.Ε. συνδέοντας πλέον τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος με την ενέργεια που το σώμα ανταλλάσσει με το περιβάλλον του, μέσω των έργων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Στη συνέχεια, το δεύτερο θέμα που πρέπει να μπει στη συζήτηση είναι η δυναμική ενέργεια στο βαρυτικό πεδίο και μάλιστα στο ομογενές βαρυτικό πεδίο της Γης. Ανεξάρτητα του τρόπου που ο κάθε συνάδελφος θα εισάγει το μέγεθος, αυτό που κατά τη γνώμη μου, πρέπει να γίνει χειροπιαστό είναι ότι αυτό που λέμε δυναμική ενέργεια, είναι κάτι υπαρκτό, μια ενέργεια που μπορώ να την μετρήσω (μέσω του έργου του βάρους), μια ενέργεια που μπορεί να εμφανιστεί ως κινητική ενέργεια.

Μια μορφή ενέργειας όμως, που δεν βρέθηκε έτσι από το μηδέν ή που δεν την έχει κάπου σε μια αποθήκη η Γη, αλλά για παράδειγμα, αν έχω ένα σώμα στο έδαφος, όπου θεωρούμε ότι δεν έχει δυναμική ενέργεια, αν θέλω να αποκτήσει τέτοια ενέργεια, πρέπει εμείς να ανυψώσουμε το σώμα σε ύψος h , αλλά τότε εμείς του δώσαμε αυτή την ενέργεια. Να το πω διαφορετικά.



Αν θεωρήσουμε ότι το σώμα βρίσκεται στο έδαφος χρειάζεται κάποιος να του προσφέρει ενέργεια ίση με mgh για να το ανυψώσει σε ύψος h και αυτή η ενέργεια λέμε ότι έχει αποθηκευτεί με τη μορφή της δυναμικής ενέργειας του σώματος. Στο σημείο αυτό, είναι απαραίτητο να ξεκαθαριστεί ότι δεν μας ενδιαφέρει το σημείο όπου θα θεωρήσουμε μηδέν τη δυναμική ενέργεια. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η μεταβολή της, αλλά αν το πούμε έτσι, μάλλον θα τα καταλάβουμε μόνο εμείς και θα είμαστε και ευχαριστημένοι ότι το διδάξαμε σύμφωνα με την επιστήμη μας!

Μπορούμε μέσα από παραδείγματα, να δείξουμε ότι όταν ένα σώμα βρίσκεται σε ένα σημείο, έχει άλλη δυναμική ενέργεια, αν την υπολογίσουμε ως προς την πάνω επιφάνεια της έδρας διδασκαλίας μας ή το πάτωμα της αίθουσας ή το έδαφος στο προαύλιο. Περνάει νομίζω εύκολα. Και μπορεί να γίνει στο σημείο αυτό φανερό, ότι αυτό που μας ενδιαφέρει δεν είναι τελικά η τιμή της δυναμικής ενέργειας, αλλά το έργο, μέσω του οποίου θα υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του σώματος, όπου λέγοντας τελική, θα είναι αυτή με την οποία θα συναντήσει την έδρα, το πάτωμα ή το έδαφος.

Αλλά στο σημείο αυτό, μπορούμε να δείξουμε γιατί είναι βολικό να «τροποποιήσουμε» και λίγο τον τρόπο που βλέπουμε το έργο μιας δύναμης. Είναι βολικό σε μερικές περιπτώσεις το έργο κάποιας δύναμης να το βλέπουμε να μετράει την ενέργεια που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Δεν έχουμε παρά να μελετήσουμε ενεργειακά μια ελεύθερη πτώση.

Αλλά εδώ μπαίνει και ο ορισμός της μηχανικής ενέργειας και της διατήρησής της. Το αν θα μιλήσουμε για συντηρητικές δυνάμεις και για τα έργα τους και σε πόσο βάθος θα το κάνουμε, είναι ένα ανοικτό θέμα προς συζήτηση.

Διδάσκοντας με αυτόν ή λίγο διαφορετικό τρόπο την ενέργεια στην Α' Λυκείου, τη μόνη έκπτωση που κάνουμε είναι ότι δεν έχουμε ξεκαθαρίσει, όπως θα έπρεπε, ότι η δυναμική ενέργεια δεν ανήκει στο σώμα, αλλά είναι μια ενέργεια αλληλεπίδρασης του συστήματος Γη-σώμα. Μπορεί το βιβλίο να αναφέρει και το σωστό, αλλά άλλο να το πεις και άλλο να περάσει στους μαθητές.

Αυτό μπορεί να γίνει στην Β' τάξη, όταν διδάξουμε την δυναμική ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο. Μπορούμε

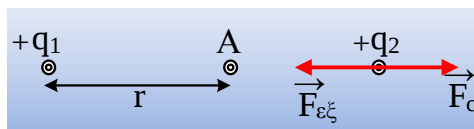
να ξεκινήσουμε από δυο σημειακά φορτία σε απόσταση r , όπου αφήνουμε το ένα να κινηθεί. Νομίζω ότι όλοι οι μαθητές μπορούν να προβλέψουν ότι θα κινηθεί και θα απομακρυνθεί αποκτώντας κινητική ενέργεια, οπότε από εκεί να οδηγηθούμε στον ορισμό της δυναμικής ενέργειας, μέσω της εξίσωσης:

$$U_A = W_{F_c, A \rightarrow \infty}$$

συζητώντας και το γιατί προτιμάμε να ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια, να έχει μηδενική τιμή στο άπειρο.

Αλλά αν μείνουμε μόνο σε αυτό, νομίζω ότι η δυναμική ενέργεια αποκτά κάποια μεταφυσική διάσταση.

Αν επιστρέψουμε στη συνέχεια δίνοντας δύο σημειακά φορτία σε άπειρη απόσταση, όπου κρατώντας το q_1 ακίνητο και ασκώντας μια εξωτερική δύναμη στο q_2 το μεταφέρουμε στο σημείο A, μπορούμε να δείξουμε ότι η δυναμική ενέργεια που υπολογίζουμε, δεν είναι τίποτα άλλο, παρά η ενέργεια που προσφέραμε στο σωματίδιο που φέρει το φορτίο q_2 , για να το φέρουμε στο σημείο A.



Δεν υπάρχει κάτι αφηρημένο, κάτι που πλανάται στο μυαλό μας, αλλά μια ποσότητα ενέργειας που δώσαμε εμείς για να μεταφέρουμε το φορτίο q_2 από το άπειρο στο σημείο A. Η δυναμική ενέργεια δεν είναι ασύλληπτο, κάτι που υπάρχει έτσι από πάντα, είναι η ενέργεια που δόθηκε κατά την «κατασκευή» του συστήματός μας.

Αλλά στο σημείο αυτό είναι επίσης ευκαιρία να δείξουμε πού αποδίδουμε τη δυναμική ενέργεια.

Αν αφήσουμε ελεύθερο το q_2 , θα κινηθεί, θα αποκτήσει κινητική ενέργεια, συνεπώς **μπορώ να θεωρώ**, ότι η δυναμική ενέργεια ανήκει στο φορτίο q_2 , το οποίο κινείται σε ένα ηλεκτρικό πεδίο.

Αν όμως συγκρατήσω το q_2 και αφήσω το q_1 , τότε αυτό θα κινηθεί και **μπορώ να μιλάω** για τη δυναμική ενέργεια του q_1 , που κινείται σε ηλεκτρικό πεδίο.

Αν όμως αφήσουμε ταυτόχρονα και τα δύο φορτισμένα σώματα, εύκολα θα βγει το συμπέρασμα ότι αυτή η ενέργεια θα μετατραπεί σε κινητική ενέργεια και των δύο, οπότε μπορεί να εδραιωθεί η θέση, ότι η δυναμική ενέργεια είναι ενέργεια αλληλεπίδρασης και ανήκει στο σύστημα. Στο σημείο αυτό, μπορούμε με ένα ανάλογο παράδειγμα για το βαρυτικό πεδίο της Γης, να δείξουμε ότι και αυτή τη δυναμική ενέργεια που την προηγούμενη χρονιά συναντήσαμε, είναι στην πραγματικότητα αλληλεπίδρασης του συστήματος Γη-σώμα.

Με κάποια πορεία σαν αυτή που περιέγραψα (ή κάποια παραπλήσια), νομίζω ότι μπορούμε να διδάξουμε την κινητική, αλλά και τη δυναμική ενέργεια η οποία συνδέεται με πεδίο δύναμης, χωρίς καμιά «αβαρία» και επιστημονική έκπτωση. Αν κάποιος φίλος θεωρεί ότι υπάρχει έκπτωση ουσίας και όχι τακτικής επιλογής, ας το επισημάνει.

//////////

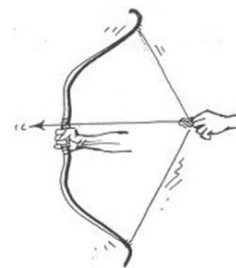
Και τώρα ας έρθουμε σε ένα μεγάλο κενό που εμφανίζεται στο σχολικό βιβλίο της Α΄ τάξης. Τι γίνεται με το αποτέλεσμα δράσης μιας δύναμης;

Όταν ορίζουμε τη δύναμη, λέμε ότι είναι το αίτιο που μεταβάλλει την κινητική ενέργεια ενός σώματος ή που προκαλεί την παραμόρφωση ενός σώματος. Δεν υπάρχει μόνο ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα, υπάρχει και ο νόμος του Hooke!

Έστω ότι έχουμε ένα ελατήριο το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, όπως στο σχήμα. Αν ασκήσουμε στο ελεύθερο άκρο του, μια (μεταβλητή) δύναμη F , μπορούμε να το επιμηκύνουμε κατά $\Delta\ell$, όπου στην τελική θέση να ισχύει $F=k\cdot\Delta\ell$. Στη διάρκεια της επιμήκυνσης προφανώς η δύναμη F παράγει έργο και το έργο αυτό μετράει την ενέργεια η οποία μεταφέρεται από αυτόν που ασκεί τη δύναμη, στο ελατήριο. Συνεπώς το ελατήριο, δεν μπορεί παρά να κατέχει αυτήν την ενέργεια. Κινητική δεν έχει, συνεπώς δεν μπορεί παρά να έχει δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης. Μπορούμε να αποδείξουμε ότι είναι ίση με $\frac{1}{2}k\cdot\Delta\ell^2$ και η εξίσωση αυτή θα μας δίνει τη δυναμική ενέργεια, η οποία συνδέεται με τις ελαστικές παραμορφώσεις. Είναι επίσης μια πραγματική ενέργεια, την οποία εύκολα μπορούμε να μετρήσουμε, αφού της δώσουμε την ευκαιρία να εμφανιστεί με τη μορφή της κινητικής ενέργειας, ενός σώματος που θα τοποθετήσουμε στο άκρο του ελατηρίου. Εύκολα επίσης μπορούμε να αποδείξουμε ότι το έργο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα συνδέεται με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου με τη γνωστή εξίσωση:

$$W_{F, \varepsilon\lambda/A \rightarrow B} = U_{\varepsilon\lambda/A} - U_{\varepsilon\lambda/B}.$$

Όλα αυτά θα πρέπει να διδαχτούν, κατά προτίμηση στην Α' τάξη, που κακώς το βιβλίο δεν τα έχει. Αν για κάποιο λόγο δεν το κάνουμε, θα πρέπει να το κάνουμε την πρώτη φορά που θα αντιμετωπίσουμε κάποιο πρόβλημα με ελατήριο και θέλουμε να μιλήσουμε ενεργειακά. Αν θέλουμε, μπορούμε να φύγουμε από το ελατήριο και να πάμε σε ένα τόξο, με τη βοήθεια του οποίου εκτοξεύουμε ένα βέλος. Δεν νομίζω ότι υπάρχει καμιά αμφιβολία, ότι ένα τεντωμένο τόξο, έχει δυναμική ενέργεια, την οποία μεταφέρει στο βέλος και η οποία τελικά εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια του βέλους.



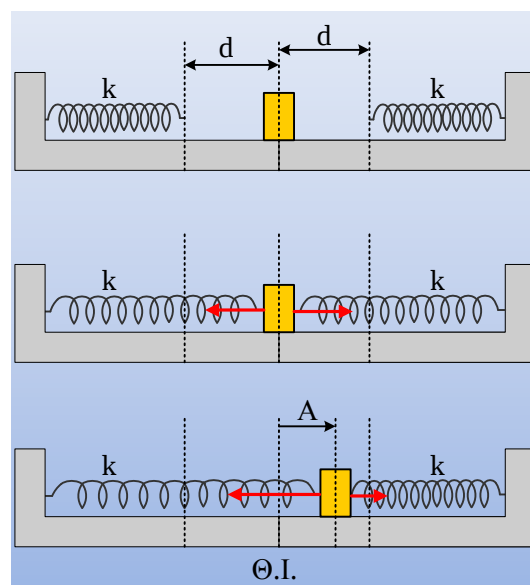
Αλλά δεν νομίζω επίσης ότι υπάρχει αμφιβολία, ότι την ενέργεια που δίνει το τόξο στο βέλος, την παίρνει από αυτόν που το παραμορφώνει και έχει μια συγκεκριμένη τιμή. Δεν μπορώ να την θεωρώ μη υπαρκτή ή να την ορίζω αυθαίρετα ή να λέω και να διδάσκω ότι το τόξο δεν υπάρχει ή αυτή η δυναμική ενέργεια είναι ανύπαρκτη ή ότι είναι δυναμική ενέργεια του βέλους και όχι του τόξου.

Προχωρώντας έρχεται κάποια στιγμή να αντιμετωπίσουμε και ένα πρόβλημα όπως το παρακάτω.

Στο διπλανό σχήμα το σώμα ηρεμεί στο μέσον της απόστασης με άκρα τα ελεύθερα άκρα των δύο όμοιων ελατηρίων. Ασκώντας μια δύναμη στο άκρο του αριστερού ελατηρίου, το επιμηκύνουμε κατά d και το δένουμε στο σώμα. Για να το κάνουμε αυτό, δεν χρειαστήκαμε ενέργεια; Δεν προσφέραμε ενέργεια στο ελατήριο για την επιμήκυνσή του; Η ενέργεια αυτή δεν αποθηκεύτηκε στο ελατήριο και δεν υπάρχει ως δυναμική ενέργεια του πρώτου ελατηρίου με τιμή:

$$U_{1/\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} k \cdot d^2;$$

Στη συνέχεια κάνουμε το ίδιο και για το δεξιό ελατήριο. Δεν



αποκτά και αυτό δυναμική ενέργεια $U_{2/el} = \frac{1}{2} k \cdot d^2$.

Αλλά τώρα τι έχουμε; Το σώμα να ισορροπεί, όπως στο μεσαίο σχήμα και το σύστημα να έχει αποθηκευμένη (στα δυο ελατήρια) δυναμική ενέργεια:

$$U = U_{apx} = 2 \cdot \frac{1}{2} k \cdot d^2$$

Αν θέλουμε να θέσουμε το σώμα σε ταλάντωση, δεν έχουμε παρά να του ασκήσουμε μια δύναμη $F_{εξ}$, μέσω της οποίας προσφέρουμε ενέργεια στο σώμα:

$$W_{F_{εξ}} = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) A^2 = \frac{1}{2} D A^2.$$

Συγκρατώντας το σώμα σε απομάκρυνση $x=A$, από τη θέση ισορροπίας του, η παραπάνω ενέργεια βρίσκεται αποθηκευμένη στα δυο ελατήρια. Πράγματι:

$$\begin{aligned} E_{oλ} &= \frac{1}{2} k_1 (\Delta \ell_1 + A)^2 + \frac{1}{2} k_2 (\Delta \ell_2 - A)^2 \rightarrow \\ E_{oλ} &= \frac{1}{2} k d^2 + \frac{1}{2} k A^2 + k d \cdot A + \frac{1}{2} k d^2 + \frac{1}{2} k A^2 - k d \cdot A \rightarrow \\ E_{oλ} &= 2 \cdot \frac{1}{2} k d^2 + \frac{1}{2} 2 k A^2 = U_{apx} + \frac{1}{2} D A^2 \end{aligned}$$

Ορίζουμε την ενέργεια που προσφέραμε στο σύστημα, ώστε να μπορέσει το σώμα να εκτελέσει ΑΑΤ, αν αφεθεί να κινηθεί, **ενέργεια ταλάντωσης**:

$$E_{\tau} = \frac{1}{2} D A^2$$

Και είναι η ενέργεια αυτή που στη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος θα μετατρέπεται από δυναμική σε κινητική και αντίστροφα. Μπορεί ο ορισμός αυτός να μην είναι ορισμός της θεωρητικής φυσικής, αλλά είναι νομίζω πολύ σωστός και απαραίτητος κατά τη διδασκαλία μας. Αντί να μιλάμε ότι η ενέργεια του ταλαντωτή είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας, χωρίς να προσδιορίζουμε ποια είναι αυτή η δυναμική ή αντί να την αποκαλούμε μηχανική ενέργεια, ας την πούμε ενέργεια ταλάντωσης να ξέρουμε για το τι πράγμα, για ποια ποσότητα μιλάμε. Αλλά και για να καταλαβαίνει και ο μαθητής μας πού βρέθηκε αυτή η ενέργεια.

Αυτή είναι νομίζω η πραγματικότητα, όσον αφορά τις ενέργειες στην παραπάνω περίπτωση, αλλά όπως όταν μελετάμε την κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου σε ηλεκτρικό πεδίο, μπορούμε να αποδώσουμε τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης στο κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο, μπορούμε και εδώ (κάνοντας μια αφαίρεση) να την αποδώσουμε στο κινούμενο σώμα, λέγοντας ότι έχει δυναμική ενέργεια η οποία συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς $\Sigma F = -D \cdot x$ με την εξίσωση:

$$W_{\Sigma F/1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2$$

Και η οποία σε απομάκρυνση x , παρέχεται από την εξίσωση $U_{\tau} = \frac{1}{2} D x^2$, οπότε από εκεί και πέρα την κίνηση του παραπάνω σώματος μπορούμε να την μελετήσουμε με βάση τη γνωστή θεωρία που ισχύει για το πρότυπο του ΑΑΤ, χωρίς να μας απασχολούν οι δυναμικές ενέργειες των ελατηρίων.

////////////////////

Παραπάνω προσπάθησα να δώσω ένα περίγραμμα μιας διδακτικής πρότασης, με βάση το σημερινό αναλυτικό πρόγραμμα, για μια διδασκαλία, χωρίς αντιφάσεις, που να μην παρουσιάζει σοβαρές αποκλίσεις, με όσα ισχύουν στην επιστήμη μας και τα οποία να μπορούν να διδαχτούν, με ένα τρόπο, που να γίνουν κτήμα των μαθητών μας.

Προφανώς μπορούν να υπάρξουν διαφορετικοί δρόμοι προσέγγισης, όπως να ξεκινήσουμε από τις ροπές και τους μοχλούς, ώστε να φανεί η αναγκαιότητα εισαγωγής μιας ποσότητας που θα ονομασθεί ενέργεια ή να ξεκινήσουμε από το τόξο, όπως μπορείτε να διαβάσετε σε μια σοβαρή πρόταση του Γιάννη Παπαδάκη από [εδώ](#).

Προτάσεις μπορούν να υπάρξουν πολλές και εξ ορισμού καμιά δεν είναι η άριστη ούτε καμιά είναι απορριπτέα. Αυτό το οποίο απλά θέλω να τονίσω, ότι αυτό στο οποίο θα πρέπει να στοχεύουμε σε **όποια** διδασκαλία, είναι να διδάξουμε την ενέργεια σαν ένα μέγεθος υπαρκτό με τεράστια φυσική αξία και όχι απλά σαν μια μαθηματική οντότητα.

dmargaris@sch.gr