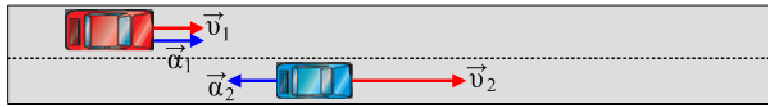


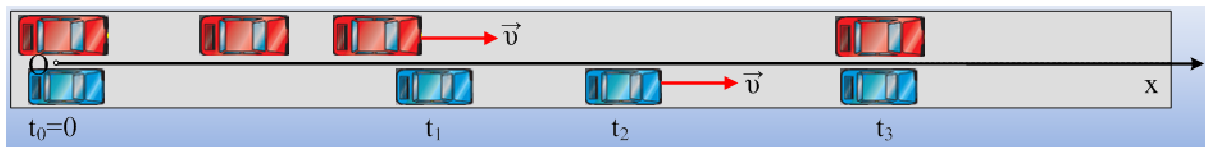
Δύο μεταβαλλόμενες κινήσεις.

Από ένα σημείο O, ενός ευθύγραμμου δρόμου, σε μια στιγμή ($t_0=0$) περνάνε δύο αυτοκίνητα A και B έχοντας ταχύτητες 10m/s και 30m/s, αντίστοιχα, με κατεύθυνση προς τα δεξιά, έχοντας και επιταχύνσεις σταθερού μέτρου 2m/s^2 και με κατευθύνσεις το A προς τα δεξιά και το B προς τα αριστερά.



- i) Να υπολογίσετε τις ταχύτητες και τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.
- ii) Ποια χρονική στιγμή τα δύο αυτοκίνητα έχουν ίσες ταχύτητες; Πόση είναι η απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;
- iii) Ποια χρονική στιγμή, θα βρεθούν ξανά το ένα δίπλα στο άλλο; Ποιες οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;
- iv) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει το B αυτοκίνητο:
 - α) της ταχύτητας κάθε αυτοκινήτου.
 - β) της θέσης κάθε αυτοκινήτου.

Απάντηση:



Οι εξισώσεις της ταχύτητας και της θέσης κάθε κινητού είναι οι εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης, με μόνη διαφορά ότι το B αυτοκίνητο έχει αρνητική επιτάχυνση, αν θεωρήσουμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική:

$$v=v_0+at \quad \text{και} \quad x=v_0t+\frac{1}{2}a \cdot t^2.$$

Και με αντικατάσταση παίρνουμε τις εξισώσεις (οι μονάδες στο S.I):

A	B
$v_1=10+2t$ (1)	$v_2=30-2t$ (2)
$x_1=10t + \frac{1}{2}2t^2 \rightarrow$	$x_2=30t - \frac{1}{2}2t^2 \rightarrow$
$x_1=10t + t^2$ (3)	$x_2=30t - t^2$ (4)

- i) Με αντικατάσταση $t_1=3\text{s}$ στις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε:

$$v_1=10+2t = 10+2 \cdot 3=16\text{m/s} \quad \text{και} \quad x_1=10t+t^2=10 \cdot 3+3^2=39\text{m}$$

$$v_2=30-2t = 30-2 \cdot 3=24\text{m/s} \quad \text{και} \quad x_2=30t-t^2=30 \cdot 3-3^2=81\text{m}.$$

ii) Έστω t_2 η χρονική στιγμή που τα δυο αυτοκίνητα έχουν ίσες ταχύτητες, δηλαδή $v_1=v_2 \rightarrow$

$$10+2t_2=30-2t_2 \rightarrow 4t_2=20 \text{ ή}$$

$$t_2=5\text{s}$$

Τη στιγμή αυτή η θέσεις των δύο αυτοκινήτων είναι:

$$x_1=10t + t_2^2 = 10 \cdot 5\text{m} + 5^2\text{m} = 75\text{m} \text{ και}$$

$$x_2=30t-t^2 = 30 \cdot 5\text{m} - 5^2\text{m} = 125\text{m}$$

συνεπώς η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων είναι:

$$d=x_2-x_1=125\text{m}-75\text{m}= 50\text{m}$$

iii) Τη στιγμή που το ένα αυτοκίνητο βρίσκεται το ένα δίπλα στο άλλο, $x_1=x_2$ και με αντικατάσταση:

$$10t_3 + t_3^2 = 30t_3 - t_3^2 \rightarrow 2t_3^2 - 20t_3 = 0 \rightarrow$$

$$2t_3(t_3-10)=0, \text{ οπότε:}$$

Ή $t_3=0$ (η αρχική θέση) και $t_3-10=0 \rightarrow t_3=10\text{s}$ (δεκτή τιμή)

Οπότε οι ταχύτητες είναι:

$$v_1=10+2 \cdot 10=30\text{m/s} \text{ και } v_2=30-2 \cdot 10=10\text{m/s}.$$

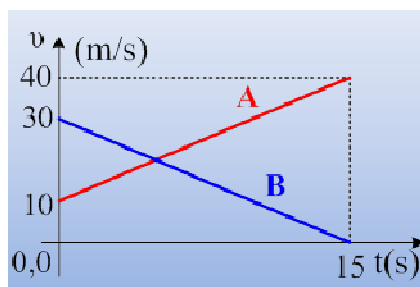
iv) Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του Β αυτοκινήτου, θα έχουμε $v_2=0$ ή

$$30-2t=0 \text{ ή } t=15\text{s}.$$

Με βάση τώρα τις εξισώσεις (1), (2), (3) και (4) μπορούμε να συμπληρώσουμε τους παρακάτω πίνακες τιμών, ώστε να σχεδιάσουμε τις ζητούμενες γραφικές παραστάσεις. Αξίζει προκαταβολικά να τονισθεί ότι οι σχέσεις που μας δίνουν τις ταχύτητες είναι πρώτου βαθμού, οπότε περιμένουμε να προκύψει μια ευθεία, αλλά αυτό μα επιβάλλει να βρούμε δυο σημεία της ευθείας, ενώ οι σχέσεις (3) και (4) είναι δευτέρου βαθμού που η γραφική τους παράσταση θα είναι παραβολή, συνεπώς όσα περισσότερες τιμές χρησιμοποιήσουμε, τόσο καλύτερα θα σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις.

t (s)	v_1 m/s	v_2 m/s
0	10	30
15	40	0

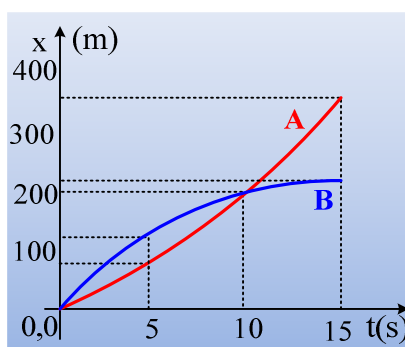
Και οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι όπως στο σχήμα:



Αντίστοιχα για τη θέση κάθε αυτοκινήτου έχουμε:

t (s)	x ₁ (m)	x ₂ (m)
0	0	0
5	75	125
10	200	200
15	375	225

Και οι γραφικές παραστάσεις έχουν τις μορφές:



dmargaris@sch.gr