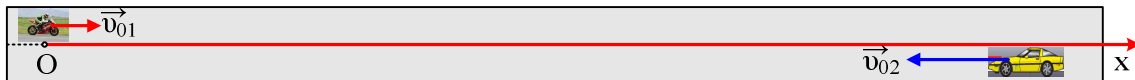


Εξισώσεις κίνησης και διασταύρωση κινητών.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται μια μοτοσυκλέτα και ένα αυτοκίνητο και σε μια στιγμή ($t_0=0$) έχουν ταχύτητες μέτρων $v_{01}=4\text{m/s}$ και $v_{02}=12\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.



Και τα δύο οχήματα έχουν επιταχύνσεις με κατεύθυνση προς τα δεξιά, με το ίδιο μέτρο $a=2\text{m/s}^2$. Τη στιγμή που σταματά το αυτοκίνητο η μοτοσυκλέτα βρίσκεται ακριβώς δίπλα του. Παίρνοντας την αρχική θέση της μοτοσυκλέτας ως αρχή του άξονα x και την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική:

- i) Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της θέσης κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Ποια χρονική στιγμή πραγματοποιείται η συνάντησή τους;
- iii) Να γίνουν τα διαγράμματα, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης:
 - α) της ταχύτητας κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα.
 - β) της θέσης κάθε οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα.

Απάντηση:

- i) Η κίνηση της μοτοσυκλέτας είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη), για την οποία έχουμε:

$v_1=v_{01}+at$	$x_1=v_{01}t + \frac{1}{2} at^2$ ή
$v_1=4+2t$ (S.I.) (1)	$x_1=4\cdot t + t^2$ (S.I.) (2)

Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) με επιτάχυνση $a_2=a=+2\text{m/s}^2$, για την οποία έχουμε:

$v_2=v_{02}+a_2t$	$\Delta x_2=v_{02}t + \frac{1}{2} a_2t^2$ ή
$v_2=-12+2t$ (S.I.) (3)	$x_2-x_{02}= v_{02}t + \frac{1}{2} a_2t^2$
	$x_2=x_{02}-12\cdot t + t^2$ (S.I.) (4)

- ii) Τη στιγμή t_1 της συνάντησης μηδενίζεται η ταχύτητα του αυτοκινήτου, όποτε από την σχέση (3) παίρνουμε:

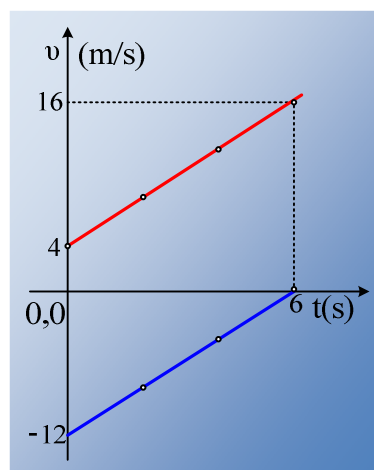
$$v_2=-12+2t \rightarrow$$

$$0=-12+2t_1 \rightarrow$$

$$t_1=6\text{s}.$$

- iii) α) Συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο οχημάτων και με βάση τις τιμές αυτές, σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις, όπως στο διπλανό διάγραμμα.

t (s)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)
0	4	-12
2	8	-8
4	12	-4
6	16	0



β) Τη στιγμή της συνάντησης των δύο οχημάτων, βρίσκονται στην ίδια θέση, δηλαδή $x_1 = x_2$. Όμως με αντικατάσταση στην (2) βρίσκουμε $x_1 = 4 \cdot t_1 + t_1^2 = 4 \cdot 6\text{m} + 6^2\text{m} = 60\text{m}$.

Αλλά με αντικατάσταση της παραπάνω τιμής στην (4) παίρνουμε:

$$x_2 = x_{02} - 12 \cdot t + t^2 \rightarrow$$

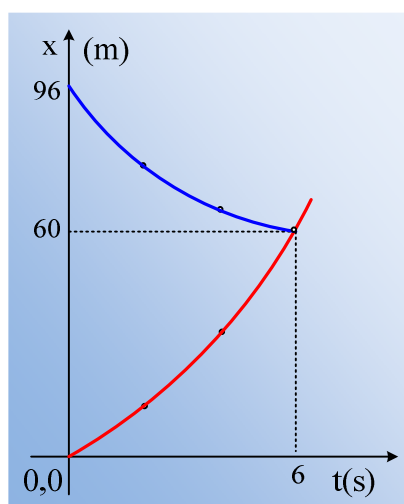
$$60 = x_{02} - 12 \cdot 6 + 6^2 \rightarrow$$

$$x_{02} = 96\text{m}$$

Δηλαδή τη στιγμή $t=0$, το αυτοκίνητο βρισκόταν στη θέση $x_{02}=96\text{m}$.

Συμπληρώνουμε τώρα τον παρακάτω πίνακα τιμών για τις θέσεις των δύο οχημάτων, όπως αυτές προκύπτουν από τις εξισώσεις (2) και (4) και με βάση τις τιμές αυτές, σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις, όπως στο διπλανό διάγραμμα.

t (s)	x ₁ (m)	x ₂ (m)
0	0	96
2	12	76
4	32	64
6	60	60



Σχόλιο:

Το αυτοκίνητο εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση, αφού τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Υπάρχει μια διαδεδομένη, λανθασμένη, αντίληψη ότι το διάγραμμα $x-t$ στην περίπτωση αυτή, η παραβολή έχει τα κοίλα προς τα κάτω. Το σωστό είναι ότι η παραβολή έχει τα κοίλα προς τα πάνω, αν $a > 0$ και τα κοίλα προς τα κάτω αν $a < 0$.

dmargaris@sch.gr