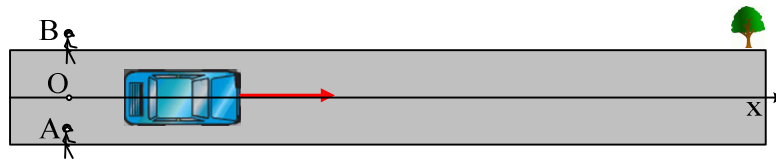


Μια κίνηση και η μαθηματική επεξεργασία της.



Δυο μαθητές, ο Αντώνης και ο Βασίλης στέκονται στις δυο απέναντι πλευρές ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή περνάει εμπρός τους ένα αυτοκίνητο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 14,4km/h. Μετά από 4s, το αυτοκίνητο αυξάνει με σταθερό ρυθμό την ταχύτητά του στην τιμή 72km/h μέσα σε 8s, με την οποία συνεχίζει να κινείται μέχρι να φτάσει σε ένα δένδρο. Το αυτοκίνητο φτάνει στο δέντρο σε 15s μετά τη στιγμή που πέρασε από τα παιδιά. Ζητάμε από τους μαθητές, θεωρώντας ο καθένας την προς τα δεξιά του κατεύθυνση ως θετική, να βρουν την απόσταση του δένδρου και να κάνουν τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης του αυτοκινήτου, μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο δένδρο.

Απάντηση:

Θεωρούμε $t=0$ τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά από το σημείο που στέκονται τα παιδιά, στην οποία θεωρούμε επίσης σαν αρχή του άξονα x . Οι δυο ταχύτητες αρχική και τελική έχουν μέτρο $v_1=14,4\text{km/h}=4\text{m/s}$ και $v_2=72\text{km/h}=20\text{m/s}$. Βέβαια για τον Αντώνη το αυτοκίνητο κινείται προς την θετική κατεύθυνση, ενώ για τον Βασίλη προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Έτσι ο καθένας κάνει την παρακάτω μελέτη:

Ο Αντώνης	Ο Βασίλης
Το αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα 4s-12s επιταχύνεται έχοντας σταθερή επιτάχυνση:	Το αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα 4s-12s επιταχύνεται έχοντας σταθερή επιτάχυνση:
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\text{m/s} - 4\text{m/s}}{8\text{s}} = 2\text{m/s}^2$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20\text{m/s} - (-4)\text{m/s}}{8\text{s}} = -2\text{m/s}^2$
Από 0-4s το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για την οποία ισχύει:	Από 0-4s το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για την οποία ισχύει:
$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t \text{ ή}$ $x_1 = v_1 \cdot t_1 = 4\text{m/s} \cdot 4\text{s} = 16\text{m}.$	$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t \text{ ή}$ $x_1 = v_1 \cdot t_1 = (-4)\text{m/s} \cdot 4\text{s} = -16\text{m}.$
Στη διάρκεια της επιτάχυνσής του μετατοπίζεται κατά:	Στη διάρκεια της επιτάχυνσής του μετατοπίζεται κατά:
$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \rightarrow$ $\Delta x = 4 \cdot 8\text{m} + \frac{1}{2} 2 \cdot 8^2 \text{m} = 96\text{m}$	$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \rightarrow$ $\Delta x = (-4) \cdot 8\text{m} + \frac{1}{2} (-2) \cdot 8^2 \text{m} = -96\text{m}$
Φτάνοντας στη θέση $x_2 = x_1 + \Delta x = 112\text{m}$ τη στιγμή $t_2 = 4\text{s} + 8\text{s} = 12\text{s}$.	Φτάνοντας στη θέση $x_2 = x_1 + \Delta x = -112\text{m}$ τη στιγμή $t_2 = 4\text{s} + 8\text{s} = 12\text{s}$.

Στη συνέχεια κινείται ξανά με σταθερή ταχύτητα, οπότε:

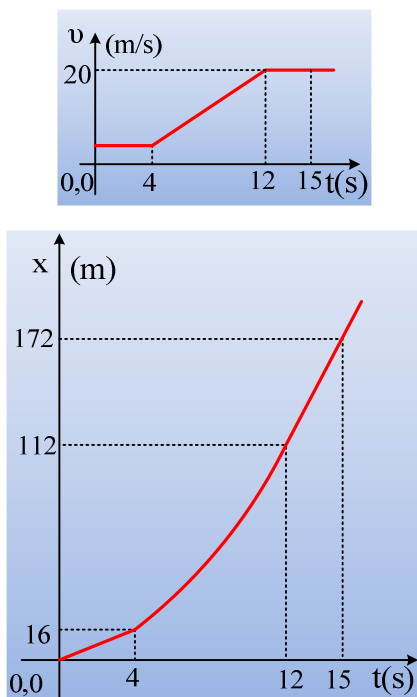
$$\Delta x_3 = v_2 \cdot \Delta t = 20 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = 60 \text{ m}$$

Φτάνοντας στην θέση

$$x_3 = x_2 + \Delta x_3 = 112 \text{ m} + 60 \text{ m} = 172 \text{ m}.$$

Αυτή είναι και η θέση του δένδρου, δηλαδή βρίσκεται σε απόσταση 172m, προς τα δεξιά του.

Και οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις, με βάση τα παραπάνω είναι:



Στη συνέχεια κινείται ξανά με σταθερή ταχύτητα, οπότε:

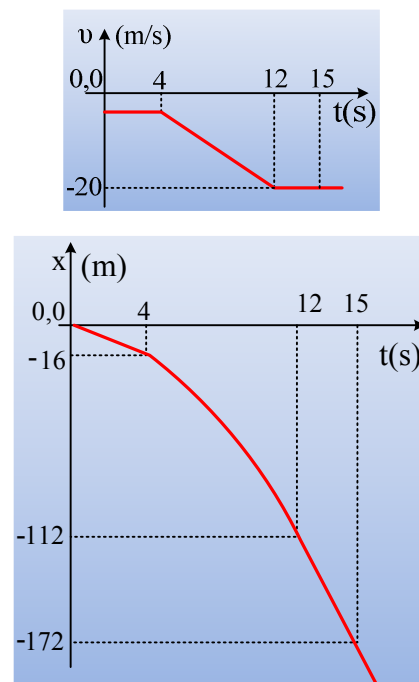
$$\Delta x_3 = v_2 \cdot \Delta t = (-20) \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = -60 \text{ m}$$

Φτάνοντας στην θέση

$$x_3 = x_2 + \Delta x_3 = -112 \text{ m} - 60 \text{ m} = -172 \text{ m}.$$

Αυτή είναι και η θέση του δένδρου, δηλαδή βρίσκεται σε απόσταση 172m, προς τα αριστερά του.

Και οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις, με βάση τα παραπάνω είναι:



Σχόλιο:

- 1) Σχολιάζοντας τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας, στο χρονικό διάστημα 4s-12s:

Ο Μαθηματικός θα πει, ότι στο αριστερό διάγραμμα το μέγεθος αυξάνεται, ενώ στο δεξιά μειώνεται

Ο Φυσικός θα πει ότι το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και στα δυο διαγράμματα ή ισοδύναμα ότι αυξάνεται η ταχύτητα του αυτοκινήτου. Ξέρει ότι το (-) είναι απλά μια σύμβαση.

Την ίδια «διαφωνία» μπορούν να εκφράσουν σχολιάζοντας τα διαγράμματα θέση x-t.

- 2) Ας προσέξουμε λίγο και την γραφική παράσταση της παραβολής. Συνηθίζεται να διδάσκεται στα παιδιά, ότι όταν η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, «η παραβολή στρέφει τα κοίλα άνω». Είναι σωστό;

dmargaris@sch.gr