

Για εξάσκηση στο έργο και κινητική ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από μια θέση A, με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$, ενώ δέχεται την επίδραση μιας σταθερής δύναμης μέτρου $F=5\text{N}$, μέχρι να φτάσει στην θέση B. Η απόσταση (AB) είναι ίση με 4m.

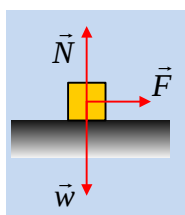
Να υπολογίσετε:

- i) Το έργο της δύναμης για την μετακίνηση από το A στο B.
- ii) Την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση B.
- iii) Την ταχύτητα του σώματος στη θέση B.

για τις τέσσερις περιπτώσεις που εμφανίζονται στο διπλανό σχήμα, όπου στο τελευταίο σχήμα η απόσταση είναι (ΑΓ)=3m.

Δίνονται $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 90^\circ = 0$ και $\sin 180^\circ = -1$.

Απάντηση:



Στο σώμα εκτός από την παραπάνω δύναμη F, ασκούνται το βάρος και η δύναμη στήριξης (κάθετη αντίδραση) από το επίπεδο, όπως στο σχήμα.

Αλλά σε όλες τις περιπτώσεις που θα μελετήσουμε

τόσο το βάρος όσο και η N, είναι κάθετες στη μετατόπιση, συνεπώς δεν παράγουν έργο.

Συνεπώς η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η δύναμη F. Εξάλλου το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 \text{ J} = 16 \text{ J} . (1)$$

A) στο πρώτο σχήμα:

- i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = 5 \cdot 4 \cdot 1 \text{ J} = 20 \text{ J} .$$

- ii) Το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια 16J, ενώ μέσω του έργου τη δύναμης πήρε ενέργεια 20J, συνεπώς στη θέση B, θα έχει κινητική ενέργεια $K_2 = 16\text{J} + 20\text{J} = 36\text{J}$.

Σχόλιο:

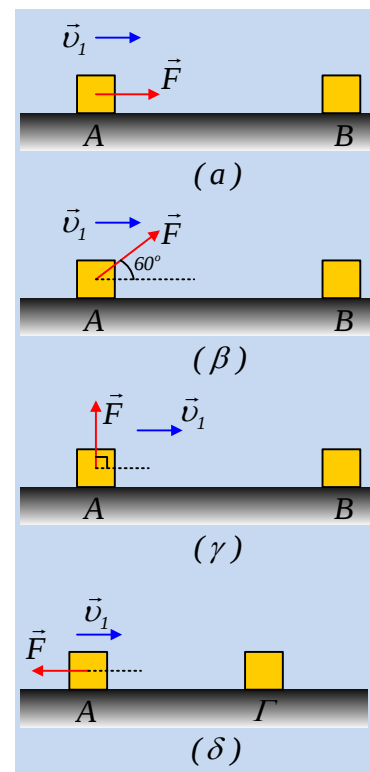
Στο ίδιο αποτέλεσμα θα μπορούσαμε να καταλήξουμε εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος (Θ.Μ.Κ.Ε.) ή το θεώρημα έργου-ενέργειας:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_w + W_N \rightarrow$$

$$K_B - K_A = W_F + 0 + 0 \rightarrow$$

$$K_B = K_A + W_F = 16\text{J} + 20\text{J} = 36\text{J} .$$

- iii) Η κινητική ενέργεια στη θέση B δίνεται από την εξίσωση:



$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} \quad (2)$$

$$\text{Και με αντικατάσταση } v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 36}{2}} m/s = 6 m/s.$$

B) στο δεύτερο σχήμα, με την ίδια συλλογιστική παίρνουμε:

i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} J = 10J.$$

ii) Το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια 16J, ενώ μέσω του έργου τη δύναμης πήρε ενέργεια 10J, συνεπώς στη θέση B, θα έχει κινητική ενέργεια $K_2 = 16J + 10J = 26J$.

iii) Η ταχύτητα θα υπολογιστεί εξάλλου με αντικατάσταση στην (2):

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 26}{2}} m/s \approx 5,1 m/s.$$

Γ) στο τρίτο σχήμα, με την ίδια συλλογιστική παίρνουμε:

i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = 5 \cdot 4 \cdot 0 J = 0$$

Πράγμα που το περιμέναμε, αφού η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση, οπότε δεν παράγει έργο.

ii) Το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια 16J, ενώ δεν πήρε ενέργεια μέσω της δύναμης, συνεπώς στη θέση B, θα έχει επίσης κινητική ενέργεια $K_2 = 16J$.

iii) Η ταχύτητα θα υπολογιστεί εξάλλου με αντικατάσταση στην (2):

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{2}} m/s = 4 m/s.$$

Πράξη που δεν είναι απαραίτητη, αφού η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη και ομαλή. Ας μην ξεχνάμε τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα!!!

Δ) στην περίπτωση της κίνησης που περιγράφεται από το τελευταίο σχήμα, έχουμε:

i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = 5 \cdot 3 \cdot (-1) J = -15J.$$

ii) Το σώμα στη θέση A έχει κινητική ενέργεια 16J, ενώ μέσω του έργου τη δύναμης δεν πήρε, αλλά του **αφαιρέθηκε** ενέργεια 15J, συνεπώς στη θέση Γ, θα έχει κινητική ενέργεια $K_2 = 16J - 15J = 1J$.

iii) Η ταχύτητα θα υπολογιστεί επίσης με αντικατάσταση στην (2):

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{2}} m/s = 1 m/s.$$