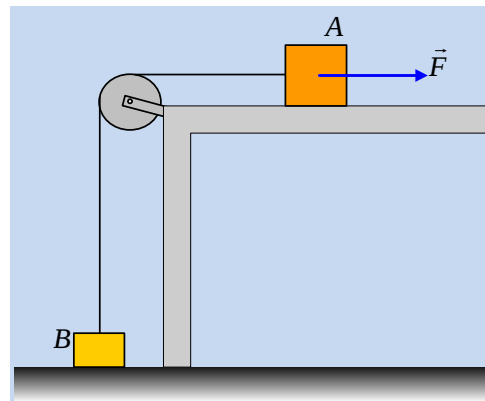


Τα έργα και οι ενέργειες σε ένα σύστημα σωμάτων.

Πάνω σε ένα τραπέζι ύψους 1m ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $M=3\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το τραπέζι συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Το σώμα Α είναι δεμένο στο ένα άκρο τεντωμένου νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία, αμελητέας μάζας, καταλήγει σε σώμα Β στο έδαφος, στο οποίο προσδένεται το άλλο του άκρο. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα Α μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F , μέχρι να το μετακινήσουμε κατά 40cm, προσφέροντας ενέργεια στο σώμα ίση με 12J, οπότε παύουμε να ασκούμε την δύναμη, ενώ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$.



i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

- α) Η κινητική ενέργεια του σώματος Α αυξάνεται κατά 12J.
- β) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με 30N.
- γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα Α, είναι ίση με το έργο της δύναμης F .
- δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίσο με 12J.

ii) Να υπολογίσετε την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στο σώμα Α.

iii) Να βρείτε την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Β.

iv) Να υπολογιστεί η αύξηση της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος Β.

v) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα Β. Στην θέση αυτή θα ισορροπήσει ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω, επιστρέφοντας στο έδαφος;

Δίνεται ότι το νήμα έχει σταθερό μήκος και αμελητέα μάζα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

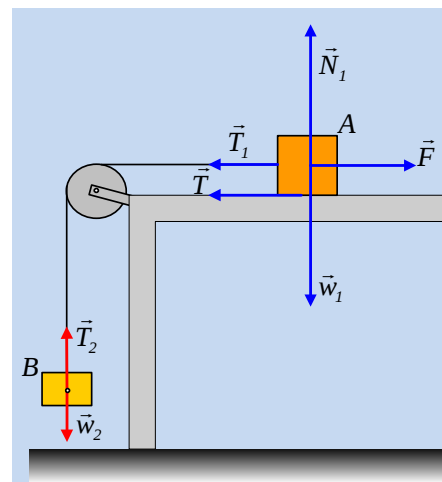
Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα, όπου $T_1=T_2$ η τάση του νήματος, αφού αυτό είναι αμελητέας μάζας.

Ενέργεια στο σώμα προσφέρει, μέσω του έργου της, η δύναμη F , ενώ αφαιρούν η τριβή T και η τάση του νήματος T_1 . Το έργο της τριβής, θα μετρά την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, ενώ το έργο της τάσης του νήματος T_1 , μετράει την ενέργεια η οποία μεταφέρεται μέσω του νήματος από το σώμα Α στο σώμα Β.

Με βάση τα παραπάνω οι απαντήσεις είναι:

- α) Η κινητική ενέργεια του σώματος Α αυξάνεται κατά 12J. ▲
- β) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με 30N. ▲ (δεν είναι σταθερή).



γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα Α, είναι ίση με το έργο της δύναμης F. **Σ.**

δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίση με 12J. **Α.** (ένα μέρος της ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική και ένα άλλο σε δυναμική του σώματος Β).

ii) Το σώμα Α ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y = 0$ ή $N = Mg$, οπότε $T_{ολ} = \mu \cdot N$ και:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin \alpha = \mu Mg \cdot \Delta x \cdot (-1) = -\mu Mg \cdot \Delta x = -0,5 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 0,4 J = -6J.$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας λέει ότι αφαιρέθηκε ενέργεια 6J από το Α σώμα (ενέργεια που θα μπορούσε να εμφανιστεί ως κινητική), η οποία μετατρέπεται σε θερμική. Άρα $Q_0 = +6J$.

iii) Εφαρμόζουμε για το σώμα Α και για την διάρκεια που ασκείται η δύναμη F, το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και παίρνουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{w1} + W_N + W_F + W_{T1} + W_T$$

Αλλά το βάρος και η κάθετη αντίδραση N, δεν παράγουν έργο, αφού είναι κάθετες στη μετατόπιση και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} M v_1^2 - 0 = 0 + 0 + W_F + W_{T1} + W_T \rightarrow$$

$$W_{T1} = \frac{1}{2} M v_1^2 - W_F - W_T = \frac{1}{2} 3 \cdot 1^2 J - 12J - (-6) J = -4,5J$$

Το παραπάνω έργο εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα Α και μέσω του νήματος μεταφέρεται στο σώμα Β ($W_{T2} = +4,5J$), αφού τα μέτρα των δυνάμεων είναι ίσα και όσο μετατοπίζεται προς τα δεξιά το Α σώμα, τόσο ανέρχεται και το σώμα Β.

iv) Εφαρμόζουμε για το σώμα Β και για την διάρκεια της ανόδου του κατά $y = \Delta x = 0,4m$, το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και παίρνουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{w2} + W_{T2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = -mgy + W_{T2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \cdot 1^2 = -m \cdot 10 \cdot 0,4 + 4,5 \rightarrow$$

$$m = 1kg$$

Αλλά τότε η ενέργεια η οποία εμφανίζεται ως κινητική είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1^2 J = 0,5J$$

Ενώ η αύξηση της δυναμικής ενέργειας $\Delta U = U_{τελ} - U_{αρχ} = U_{τελ} = mgh$, αν θεωρήσουμε ότι η δυναμική του ενέργεια στο έδαφος ήταν μηδενική.

$$\Delta U = mgy = 1 \cdot 10 \cdot 0,4 J = 4J.$$

v) Έστω ότι η ταχύτητα του Β σώματος θα μηδενιστεί, αφού μετακινηθεί προς τα πάνω κατά y_1 , οπότε και το σώμα Α θα αποκτήσει μηδενική ταχύτητα, έχοντας μετατοπισθεί κατά $x_1 = y_1$. Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα το Θ.Μ.Κ.Ε για τις παραπάνω κινήσεις, οπότε παίρνουμε:

$$K_{A/τελ} - K_{A/αρχ} = W_{w1} + W_{N1} + W_{T1} + W_T \rightarrow 0 - \frac{1}{2} M v_1^2 = -T_1 \cdot x_1 - T \cdot x_1 \quad (1)$$

$$K_{B/τελ} - K_{B/αρχ} = W_{T2} + W_{w2} \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v_1^2 = +T_2 \cdot y_1 - mgy_1 \quad (2)$$

Αλλά $W_{T1} = -W_{T2}$ και με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) παίρνουμε:

$$-\frac{1}{2}(M+m) \cdot v_1^2 = -(T+mg) \cdot y_1 \rightarrow$$

$$y_1 = \frac{(M+m)v_1^2}{2(T+mg)} = \frac{(3+1) \cdot 1^2}{2(15+10)} m = 0,08m$$

Σημείωση: Ένα ερώτημα που αναζητά απάντηση είναι το εξής:

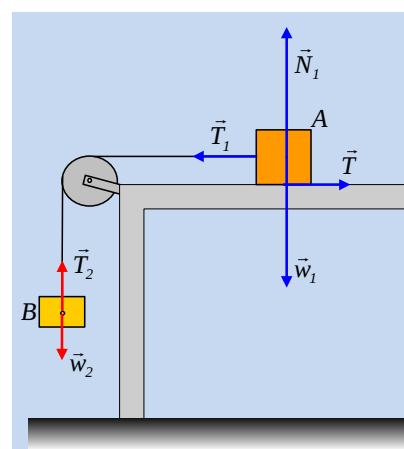
Γιατί τα δυο σώματα να κινηθούν μαζί και να σταματήσουν ταυτόχρονα, μετά την κατάργηση της ασκούμενης δύναμης F ; Έστω ότι το νήμα χαλαρώνει και τα δυο σώματα κινούνται ανεξάρτητα. Τότε το σώμα B κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους αποκτώντας επιτάχυνση με φορά προς κάτω (επιβράδυνση) μέτρον $a_2 = g = 10 \text{ m/s}^2$.

Ενώ αντίστοιχα το A σώμα αποκτά επιτάχυνση $a_1 = -T/m = -15/3 \text{ m/s}^2 = -5 \text{ m/s}^2$.

Αλλά αυτό σημαίνει ότι το A έχει μικρότερη επιβράδυνση από το σώμα B , οπότε η απόστασή τους αυξάνει και το νήμα αντί να χαλαρώνει, θα πρέπει να αυξάνει το μήκος του!!! Καταλήξαμε λοιπόν σε άτοπο! Σε μια λανθασμένη υπόθεση.

Μόλις μηδενιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, το σώμα B τείνει να κινηθεί προς τα κάτω και το A σώμα εξαιτίας της τάσης του νήματος, προς τα αριστερά. Αλλά τότε αλλάζει η φορά της τριβής, όπως στο διπλανό σχήμα. Το θέμα είναι θα κινηθούν τα σώματα;

Αν υποθέσουμε ότι πέφτει το σώμα B , τότε η τάση του νήματος θα έχει μέτρο μικρότερο από το βάρος, δηλαδή $T_2 < 10 \text{ N}$. Αλλά τότε και η T_1 είναι μικρότερη από 10 N και η ασκούμενη στο A σώμα τριβή θα έχει επίσης μέτρο ίσο με T_1 και θα είναι στατική τριβή και όχι τριβή ολίσθησης! Για να μπορέσει να κινηθεί το A σώμα θα πρέπει να δεχτεί οριζόντια δύναμη, τουλάχιστον ίση με 15 N , όσο είναι και το μέτρο της τριβής ολίσθησης (υποθέτοντας ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με την οριακή τριβή). Στην πραγματικότητα η οριακή τριβή είναι μεγαλύτερη από 15 N , οπότε απαιτείται η άσκηση δύναμης μεγαλύτερης από 15 N για να τεθεί σε κίνηση το A σώμα...



dmargaris@sch.gr