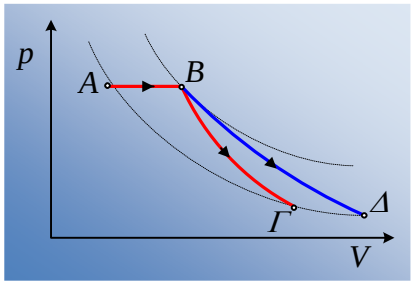
Δύο αέρια και δυο μεταβολές τους.



Ένα αέριο Χ, εκτελεί τις αντιστρεπτές μεταβολές ΑΒ και ΒΓ, όπου κατά τη διάρκεια της ΒΓ, το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον. Εξάλλου αν το αέριο Χ αντικατασταθεί με άλλο αέριο Υ, οι αντίστοιχες μεταβολές θα ήταν ΑΒ και ΒΔ.

Δίνεται ότι το αέριο Χ κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ απορροφά θερμότητα Q_1, παράγοντας έργο W_1.

i) Στη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ, το αέριο Χ παράγει έργο:

α) $W_{ΒΓ}=W_1$ β) $W_{ΒΓ}=Q_1$ γ) $W_{ΒΓ}=Q_1-W_1$

ii) Στη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ, το αέριο Υ παράγει έργο:

α) $W_{AB}< W_1$, β) $W_{AB}=W_1$, γ) $W_{AB}>W_1$.

iii) Στη διάρκεια της μεταβολής ΒΔ, το αέριο Υ παράγει έργο:

α) $W_2<W_{ΒΓ}$, β) $W_2= W_{ΒΓ}$, γ) $W_2 >W_{ΒΓ}$.

iv) Να αποδείξτε ότι κατά την αδιαβατική μεταβολή, ο νόμος του poisson μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$T\cdot V^{\gamma-1}=\sigma\tau\alpha\theta.$$

v) Το αέριο Χ ή το αέριο Υ έχει μεγαλύτερο λόγο $\gamma=C_p/C_v$;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Στη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ, ο $1^{ος}$ θερμοδυναμικός νόμος μας δίνει:

$$Q_1=\Delta U_1+W_1 \rightarrow \Delta U_1=Q_1- W_1.$$

Αλλά κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής μεταβολής ΒΓ, το αέριο επανέρχεται στην αρχική του θερμοκρασία, συνεπώς:

$$\Delta U_{ΑΒΓ}=0 \text{ ή } \Delta U_{AB}+\Delta U_{ΒΓ}=0 \text{ ή } \Delta U_{ΒΓ}= -\Delta U_{AB}=-\Delta U_1.$$

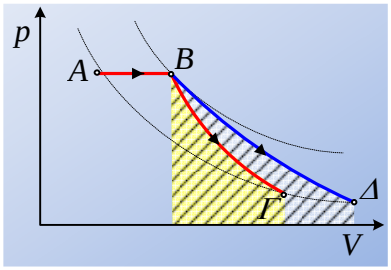
Όμως στην αδιαβατική μεταβολή ΒΓ ο $1^{ος}$ θερμοδυναμικός νόμος μας δίνει;

$$Q=\Delta U_{ΒΓ}+W_{ΒΓ}=0 \text{ ή}$$

$$W_{ΒΓ}=-\Delta U_{ΒΓ}=+\Delta U_1=Q_1-W_1$$

Σωστή η γ) πρόταση.

ii) Το έργο στη διάρκεια της ισοβαρούς θέρμανσης ΑΒ δίνεται από την εξίσωση $W_{AB}=p\cdot\Delta V=W_1$ αφού είναι ανεξάρτητο του αερίου που την πραγματοποιεί. Σωστό το β).



iii) Το έργο κατά τη διάρκεια της ΒΓ είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του σχήματος με κίτρινο χρώμα, ενώ το αντίστοιχο έργο κατά τη διάρκεια της ΒΔ, με το εμβαδόν του σχήματος που είναι γραμμοσκιασμένο. Από το σχήμα γίνεται φανερό, ότι:

$$W_{BΔ}> W_{ΒΓ}$$

Σωστή η γ) πρόταση.

iv) Έστω μια αδιαβατική μεταβολή, όπως η ΒΓ, για την οποία ο νόμος του poisson δίνει:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \rightarrow$$

$$p_1V_1V_1^{\gamma-1} = p_2V_2V_2^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$nRT_1V_1^{\gamma-1} = nRT_2V_2^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$$

v) Αν T_2 η θερμοκρασία στην κατάσταση Β και T_1 η θερμοκρασία στις καταστάσεις Γ και Δ.

Εφαρμόζοντας την παραπάνω εξίσωση για την αδιαβατική μεταβολή ΒΓ παίρνουμε;

$$T_2 \cdot V_B^{\gamma_1-1} = T_1 \cdot V_{\Gamma}^{\gamma_1-1} \rightarrow \left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right)^{\gamma_1-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

Αντίστοιχα για την αδιαβατική ΒΔ θα έχουμε:

$$\left(\frac{V_{\Delta}}{V_B}\right)^{\gamma_2-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

Από (1) και (2) παίρνουμε:

$$\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right)^{\gamma_1-1} = \left(\frac{V_{\Delta}}{V_B}\right)^{\gamma_2-1} \quad (3)$$

Αλλά $\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) < \left(\frac{V_{\Delta}}{V_B}\right)$ και για να ισχύει η σχέση (3) θα πρέπει:

$$\gamma_1\text{-}1 > \gamma_2\text{-}1 \rightarrow$$

$$\gamma_1 > \gamma_2.$$

dmargaris@sch.gr