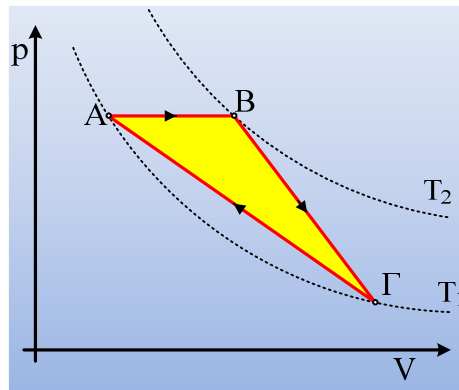


Έργα κατά τις μεταβολές αερίου.

Ένα αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος για την οποία δίνονται:

$$p_A = p_B = 10 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, V_A = 2\text{L} \text{ και } T_1 = 300\text{K}, V_B = 5\text{L} \text{ και } V_\Gamma = 10\text{L}.$$



- i) Να υπολογιστεί η απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση B και η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ.
- ii) Να υπολογισθεί το έργο που παράγει το αέριο σε κάθε μεταβολή.
- iii) Να υπολογιστεί η θερμότητα που ανταλλάσσει στο αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΓΑ.

Απάντηση:

- i) Για την ισοβαρή θέρμανση AB ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac, από όπου βρίσκουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \rightarrow T_2 = T_B = \frac{V_B}{V_A} T_A = \frac{5\text{L}}{2\text{L}} 300\text{K} = 750\text{K}$$

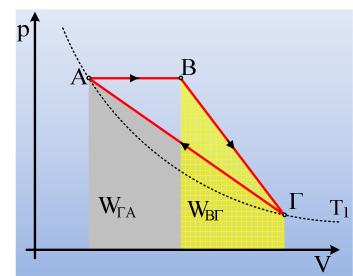
Εξάλλου από το συνδυαστικό νόμο των ιδανικών αερίων, μεταξύ των καταστάσεων B και Γ παίρνουμε:

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma V_\Gamma}{T_\Gamma} \rightarrow p_\Gamma = \frac{p_B V_B T_\Gamma}{T_B V_\Gamma} = \frac{10 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 5\text{L} \cdot 300\text{K}}{750\text{K} \cdot 10\text{L}} \text{ N/m}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

- ii) Το έργο κατά την ισοβαρή θέρμανση (εκτόνωση) AB μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση:

$$W_{AB} = p \Delta V = 10 \cdot 10^5 \cdot (5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \text{ J} = 3.000 \text{ J}$$

Το έργο όμως κατά τη διάρκεια των δύο άλλων μεταβολών, θα υπολογιστεί μέσω του εμβαδού του χωρίου μεταξύ της μεταβολής και του άξονα των όγκων, αφού $W = \Sigma p \Delta V$, μιας και η πίεση δεν παραμένει σταθερή. Αξίζει να τονισθεί ότι $W_{B\Gamma} > 0$, αφού το αέριο εκτονώνεται ($V_\Gamma > V_B$), ενώ $W_{\Gamma A} < 0$, αφού το αέριο συμπιέζεται ($V_A < V_\Gamma$).



$$W_{B\Gamma} = \frac{p_B + p_\Gamma}{2} (V_\Gamma - V_B) = \frac{(10 + 2) \cdot 10^5}{2} (10 - 5) \cdot 10^{-3} \text{ J} \rightarrow$$

$$W_{B\Gamma} = 3.000 \text{ J}$$

$$W_{\Gamma A} = -\frac{p_A + p_\Gamma}{2} (V_\Gamma - V_A) = -\frac{(10 + 2) \cdot 10^5}{2} (10 - 2) \cdot 10^{-3} \text{ J} \rightarrow$$

$$W_{\Gamma A} = -4800 \text{ J}.$$

iii) Κατά τη μεταβολή ΓΑ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι $\Delta U=0$, αφού η θερμοκρασία στις καταστάσεις Α και Γ είναι ίδια ($T_A=T_\Gamma=T_1$), οπότε από το 1^ο θερμοδυναμικό αξίωμα παίρνουμε:

$$Q_{\Gamma A} = \Delta U_{\Gamma A} + W_{\Gamma A} = -4.800 J$$

Σχόλια:

- 1) Κατά τη μεταβολή ΓΑ, το αέριο απορροφά ενέργεια μέσω έργου ίσο με 4.800J, την οποία αποβάλλει στο περιβάλλον μέσω θερμότητας, χωρίς να μεταβάλλεται η εσωτερική του ενέργεια.
- 2) Αντί να χρησιμοποιήσουμε το συνδυαστικό νόμο για να συνδέσουμε τις καταστάσεις Β και Γ, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε το νόμο του Boyle για τις καταστάσεις Α και Γ, στις οποίες έχουμε την ίδια θερμοκρασία:

$$p_A V_A = p_\Gamma V_\Gamma \rightarrow p_\Gamma = \frac{p_A V_A}{V_\Gamma} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 2}{10} N/m^2 = 2 \cdot 10^5 N/m^2.$$

- 3) Αν πάρουμε την καταστατική εξίσωση για τις καταστάσεις Β και Γ έχουμε:

$$p_B \cdot V_B = nRT_B \text{ και}$$

$$p_\Gamma \cdot V_\Gamma = nRT_\Gamma$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{p_B V_B}{p_\Gamma V_\Gamma} = \frac{T_B}{T_\Gamma}$$

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma V_\Gamma}{T_\Gamma}$$

Η τελευταία εξίσωση αναφέρεται ως «συνδυαστικός νόμος» των ιδανικών αερίων, ο οποίος στην πραγματικότητα περιλαμβάνει και τους τρεις νόμους που έχουμε στο βιβλίο.

Δοκιμάστε τι θα βγάλει αν $T=\text{σταθ.}$ ή αν θέσετε $V=\text{σταθ.}$

dmargaris@sch.gr