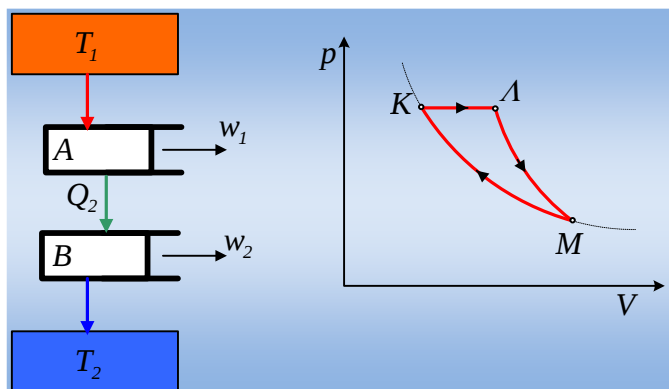


Δυο θερμικές μηχανές.

Στο σχήμα δίνονται δυο συνδεδεμένες θερμικές μηχανές Α και Β. Η θερμότητα Q_2 που αποβάλλει η Α, απορροφάται από τη Β. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η κυκλική μεταβολή που πραγματοποιεί η Α θερμική μηχανή, όπου η μια μεταβολή είναι αδιαβατική και η άλλη ισόθερμη, ενώ η μηχανή Β είναι μια ιδανική μηχανή που πραγματοποιεί κύκλο Carnot.



Δίνεται για την παραπάνω κυκλική μεταβολή της Α μηχανής, $p_K = 12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_K = 2 \text{ L}$, $T_K = 400 \text{ K}$, $V_A = 4 \text{ L}$, ενώ για το αέριο που εκτελεί τους κύκλους $\gamma = 5/3$.

Αν η Α μηχανή πραγματοποιεί 3000 στρ/μιν, να βρεθούν:

- Ο ρυθμός με τον οποίο απορροφά θερμότητα από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας η Α μηχανή.
- Το έργο που παράγει σε κάθε κύκλο η Α μηχανή, καθώς και η παρεχόμενη μηχανική ισχύς της.
- Το έργο που παράγει η μηχανή Β, σε κάθε κύκλο και η μηχανική ισχύς που μας παρέχει, αν $T_2 = 300 \text{ K}$.
- Αν αντικαταστήσουμε τις δύο παραπάνω θερμικές μηχανές με μια μηχανή Carnot, πόση η μηχανική ισχύς που θα μας παρέχει, αν λειτουργεί επίσης στις 3.000 στρ/μιν απορροφώντας το ίδιο ποσό θερμότητας που απορροφά και η Α μηχανή;

Δίνεται $\ln 2 \approx 0,7$.

Απάντηση:

- i) Για την ισοβαρή μεταβολή ΚΑ που διαγράφει η Α μηχανή έχουμε:

$$Q_{KA} = nC_p \Delta T$$

$$\text{Αλλά } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} \rightarrow C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = \frac{5}{2} R$$

$$Q_{KA} = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} p_K (V_A - V_K) = \frac{5}{2} 12 \cdot 10^5 (4 - 2) \cdot 10^{-3} \text{ J} = 6.000 \text{ J}$$

Οπότε η θερμική ισχύς που απορροφά η Α μηχανή είναι:

$$P_Q = \frac{\Delta Q_{ολ}}{\Delta t} = \frac{N Q_{KA}}{\Delta t} = \frac{3.000 \cdot 6.000 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 300.000 \text{ J/s} = 300 \text{ kW}$$

- ii) Κατά την ισοβαρή θέρμανση ΚΑ ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac:

$$\frac{V_K}{T_K} = \frac{V_A}{T_A} \rightarrow T_A = T_K \frac{V_A}{V_K} = 400 \frac{4}{2} \text{ K} = 800 \text{ K}$$

Ενώ κατά την αδιαβατική εκτόνωση ΛΜ από το νόμο του Poisson παίρνουμε:

$$p_A V_A^\gamma = p_M V_M^\gamma \rightarrow p_A V_A V_A^{\gamma-1} = p_M V_M V_M^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_M V_M^{\gamma-1} \rightarrow V_M^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_M} V_A^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$V_M^{\frac{5}{3}-1} = \frac{800}{400} 4^{\frac{5}{3}-1} \rightarrow V_M^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot (2^2)^{\frac{2}{3}} \rightarrow V_M = 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^2 = 2^{3,5} L$$

Το έργο που παράγει το αέριο σε κάθε κύκλο είναι ίσο (κατά την αδιαβατική εκτόνωση το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον):

$$W = Q_h - |Q_c| = Q_{KA} - |Q_{MK}| \rightarrow$$

$$W = Q_{KA} - \left| nRT_K \ln \frac{V_K}{V_M} \right| = Q_{KA} - nRT_K \ln \frac{V_M}{V_K} = Q_{KA} - p_K V_K \ln \frac{V_M}{V_K}$$

$$W = 6.000 J - 12 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{2^{3,5}}{2} J = 6.000 J - 2400 \ln 2^{2,5} J \rightarrow$$

$$W = 6.000 J - 2.400 \cdot 2,5 \ln 2 J = 6.000 J - 4.200 J = 1.800 J$$

Αλλά τότε η μηχανική ισχύς που μας παρέχει θα είναι:

$$P_{\mu\eta\chi / A} = \frac{\Delta W_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{NW}{\Delta t} = \frac{3.000 \cdot 1.800 J}{60 s} = 90.000 J / s = 90 kW$$

iii) Η μηχανή Β απορροφά την θερμότητα που αποβάλλει η Α μηχανή κατά την ισόθερμη συμπίεση ΜΚ, σε σταθερή θερμοκρασία $T_{B/h} = T_K = 400 K$, ενώ αποβάλλει θερμότητα σε δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας $T_{B/c} = 300 K$. Αλλά αφού διαγράφει κύκλο Carnot, έχει συντελεστή απόδοσης:

$$e_{B/c} = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300}{400} = 0,25$$

Αλλά η θερμότητα που απορροφά η μηχανή σε κάθε κύκλο είναι:

$$Q_{B/h} = |Q_{MK}| = nRT_K \ln \frac{V_M}{V_K} = p_K V_K \ln \frac{V_M}{V_K} = 4.200 J$$

$$\text{Οπότε } e_{B/c} = \frac{W_{o\lambda/B}}{Q_{B/h}} \rightarrow W_{o\lambda/B} = e_{B/c} \cdot Q_{B/h} = 0,25 \cdot 4.200 J = 1.050 J$$

$$\text{Και } P_{\mu\eta\chi/B} = \frac{\Delta W_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{NW_B}{\Delta t} = \frac{3.000 \cdot 1.050 J}{60 s} = 52.500 J / s = 52,5 kW$$

iv) Αν οι δύο μηχανές αντικατασταθούν από μηχανή Γ, η οποία θα διαγράφει κύκλο Carnot και η οποία θα λειτουργούσε μεταξύ των θερμοκρασιών $T_h = 800 K$ και $T_c = 300 K$, τότε αυτή θα είχε συντελεστή απόδοσης:

$$e_{\Gamma/c} = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300}{800} = \frac{5}{8}$$

$$\text{Και } e_{f/c} = \frac{W_{o\lambda}}{Q_h} = \frac{P_{M\eta\chi}}{P_{Qh}} \rightarrow P_{M\eta\chi} = e \cdot P_{Qh} = \frac{5}{8} \cdot 300kW = 187,5kW$$

Σχόλιο

Αξίζει να επισημανθεί ότι το σύστημα των δύο πηγών Α και Β έχει συνολική ισχύ (ο ρυθμός με τον οποίο παράγει μηχανικό έργο) ίση με $90kW + 52,5kW = 142,5kW$, ενώ η αντικατάστασή τους μια μηχανή Carnot μας παρέχει μεγαλύτερη ισχύ $187,5J$.

dmargaris@sch.gr