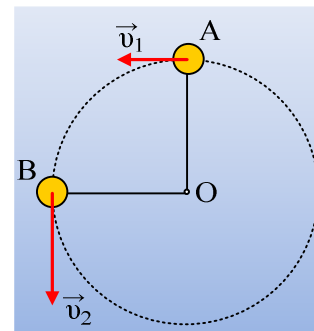


Κυκλική κίνηση και μεταβολή της ταχύτητας.

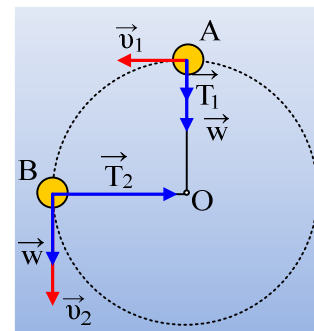
Ένα σώμα μάζας 0,5kg εκτελεί κατακόρυφο κύκλο κέντρου O, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell=1\text{m}$ περνώντας από το ανώτερο σημείο A της τροχιάς του με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$.



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στο σημείο B της τροχιάς του, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο.
 - ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του νήματος, στις θέσεις A και B.
 - iii) Να βρεθούν μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων:
 - α) Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας.
 - β) Η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος.
 - iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σώματος στο σημείο B.
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Κατά την περιστροφή του σώματος, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, το οποίο είναι συντηρητική δύναμη, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Θεωρώντας λοιπόν το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο O της τροχιάς ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε:



$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mg\ell = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$

- ii) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις θέσεις A και B. Η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου, είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη:

$$\text{Θέση A: } \Sigma F = m \frac{v^2}{R} \rightarrow T_1 + mg = m \frac{v_1^2}{\ell} \rightarrow$$

$$T_1 = m \frac{v_1^2}{\ell} - mg = 0,5 \frac{4^2}{1} \text{ N} - 0,5 \cdot 10 \text{ N} = 3 \text{ N}$$

$$\text{Θέση B: } \Sigma F = m \frac{v^2}{R} \rightarrow T_2 = m \frac{v_2^2}{\ell}$$

$$T_2 = m \frac{v_2^2}{\ell} = 0,5 \frac{6^2}{1} \text{ N} = 18 \text{ N}$$

- iii) α) Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας του σώματος είναι:

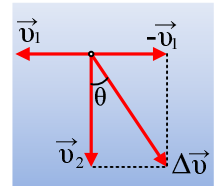
$$\Delta|v| = |v_2| - |v_1| = 6 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

β) Η αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας θα είναι:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

Οπότε με βάση το διπλανό σχήμα, αφού τα διανύσματα $\vec{v}_2$ και $-\vec{v}_1$ είναι κάθετα, θα έχουμε:

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} \text{ m/s} = \sqrt{52} \text{ m/s}$$



Ενώ η κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας σχηματίζει με την κατακόρυφη διεύθυνση (με την τα-

χύτητα v_2) γωνία θ , όπου $\varepsilon \varphi \theta = \frac{|-v_1|}{v_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

iv) Είδαμε προηγουμένως ότι στη θέση Β, η κεντρομόλος δύναμη είναι η τάση του νήματος. Αλλά τότε το βάρος, ποιο ρόλο παίζει;

Και στην κατακόρυφη διεύθυνση (στην διεύθυνση της ταχύτητας) το σώμα αποκτά επιτάχυνση, η οποία έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας. Έτσι έχουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας είναι:

$$\frac{\Delta |v|}{\Delta t} = a_\varepsilon = \frac{\Sigma F_\varepsilon}{m} = \frac{mg}{m} = g = 10 \text{ m/s}^2$$

dmargaris@sch.gr