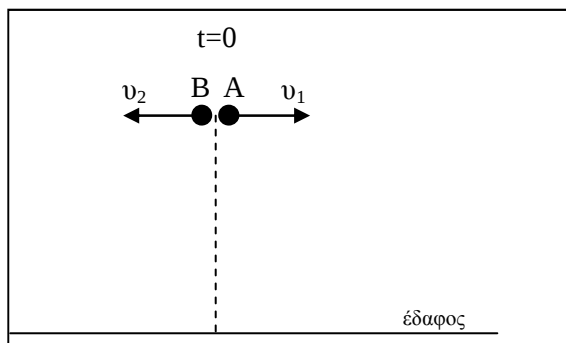


Τρεις ασκήσεις Οριζόντιας βολής

- 1) Τη χρονική στιγμή $t=0$ τα σημειακά αντικείμενα Α και Β εκτοξεύονται από ένα σημείο που απέχει κατακόρυφη απόσταση $h=80\text{m}$ από το έδαφος, με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=30\text{m/s}$ αντίστοιχα.



- α) Να συγκρίνεται τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων.
 β) Να υπολογίσετε την μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.
 γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να βρεθούν τα δύο σωματίδια μέχρι τη στιγμή που θα ακουμπήσουν στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

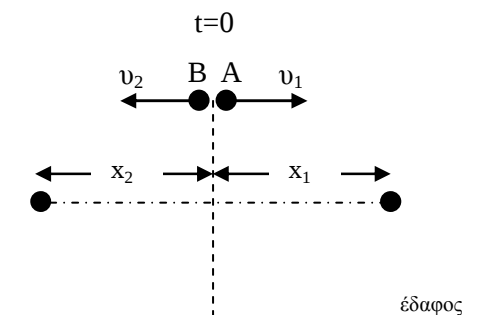
Λύση

- α) Ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=h} t_{\text{καθ.}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow t_{\text{καθ.}} = 4\text{s}$$

και είναι ίδιος και για τα δύο σώματα.

- β) Στον κατακόρυφο άξονα διανύουν την ίδια απόσταση ($y=gt^2/2$) από το σημείο που εκτοξευθήκαν, άρα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάθε χρονική στιγμή. Η μεταξύ τους απόσταση εξαρτάται μό-



νο από τις αποστάσεις x_1 και x_2 που διανύει το καθένα στον οριζόντιο άξονα.

Το σώμα Α διανύει στον οριζόντιο άξονα απόσταση

$$x_1 = v_1 \cdot t \rightarrow x_1 = 10 \cdot 2 \rightarrow x_1 = 20\text{m}$$

Το σώμα Β αντίστοιχα διανύει απόσταση

$$x_2 = v_2 \cdot t \rightarrow x_2 = 30 \cdot 2 \rightarrow x_2 = 60\text{m}$$

Άρα η μεταξύ τους απόσταση είναι $x_{ολ} = x_1 + x_2 = 20 + 60 = 80\text{m}$

γ) Τα σώματα θα βρεθούν σε μέγιστη απόσταση όταν φτάνουν (ταυτόχρονα) στο έδαφος.

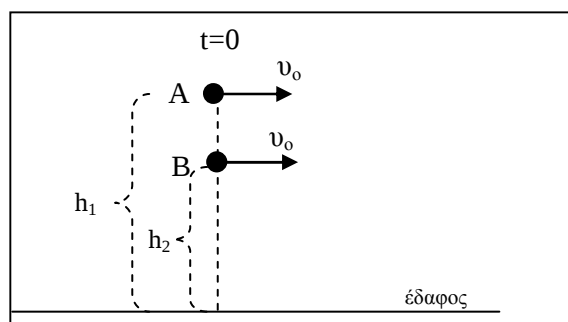
$$x'_1 = v_1 \cdot t_{καθ.} \rightarrow x'_1 = 10 \cdot 4 \rightarrow x'_1 = 40\text{m και}$$

$$x'_2 = v_2 \cdot t_{καθ.} \rightarrow x'_2 = 30 \cdot 4 \rightarrow x'_2 = 120\text{m}$$

άρα η μέγιστη απόσταση ισούται με **160 m**

2) Τη χρονική στιγμή $t=0$ τα σωματίδια Α και Β εκτοξεύονται με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $v_0=10\text{m/s}$ από σημεία που απέχουν από το έδαφος κατακόρυφη απόσταση $h_1=90\text{m}$ και $h_2=45\text{m}$.

α) Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.



β) Να βρεθεί η απόσταση του σωματιδίου Α από το σημείο πτώσης του σωματιδίου Β τη χρονική στιγμή 4s.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

Λύση

α) Αρχικά υπολογίζουμε τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων από τη σχέση $y=gt^2/2$.

$$y \equiv gt^2 / 2 \xrightarrow{y_1=h_1} t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \rightarrow t_1 = 3\sqrt{2}\text{ s ενώ για το σώμα Β έχουμε:}$$

$$y \equiv gt^2 / 2 \xrightarrow{y_2=h_2} t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \rightarrow t_2 = 3\text{ s}$$

Οπότε τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$ και τα δύο σώματα βρίσκονται στον αέρα.

Τα σώματα έχουν την ίδια οριζόντια ταχύτητα (v_0), άρα θα διανύουν την ίδια απόσταση στον οριζόντιο άξονα ($x=v_0 \cdot t$), οπότε θα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο κάθε χρονική στιγμή.

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και στον κατακόρυφο άξονα, τα σώματα διανύουν την ίδια κατακόρυφη απόσταση $y=gt^2/2$.

Άρα τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$ τα σώματα θα απέχουν απόσταση $h=h_1-h_2=45\text{m}$.

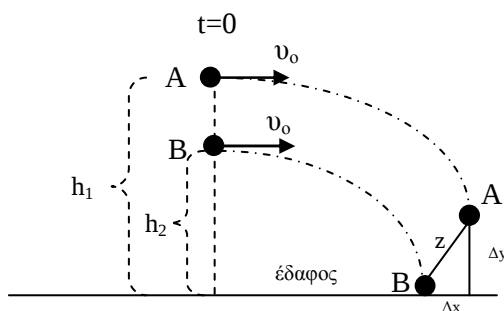
β) Τη χρονική στιγμή $t=4s$ το σώμα Α θα έχει διανύσει στον κατακόρυφο άξονα απόσταση $y_1 = gt^2 / 2 \rightarrow y_1 = 10 \cdot 4^2 / 2 \rightarrow y_1 = 80m$ άρα θα απέχει από το έδαφος απόσταση $h_{εδ.} = h_1 - y_1 = 10m$. Το σώμα Β θα βρίσκεται στο έδαφος, άρα στον κατακόρυφο άξονα θα απέχουν $\Delta y = 10m$.

Στο οριζόντιο άξονα τα δύο σώματα θα έχουν διανύσει απόστάσεις:

$$x_1 = u_0 t_1 = 10 \cdot 3 = 30m \text{ (Το Β χτυπά στο έδαφος τη χρονική στιγμή } t=3s \text{)}$$

ενώ το σώμα Α

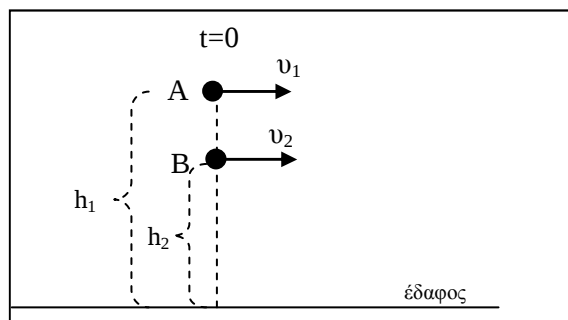
$$x_2 = u_0 \cdot t_2 = 10 \cdot 4 = 40m \text{ δηλαδή η μεταξύ τους απόσταση στον οριζόντιο άξονα θα είναι } \Delta x = 10m.$$



Η ζητούμενη απόσταση υπολογίζεται από εφαρμόζοντας πυθαγόριο θεώρημα.

$$Z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 10\sqrt{2} m.$$

3) Τη χρονική στιγμή $t=0$ τα αμελητέων διαστάσεων σώματα Α και Β εκτοξεύονται από σημεία που απέ-



χουν από το έδαφος κατακόρυφες αποστάσεις $h_1=220m$ και $h_2=180m$ με οριζόντιες ταχύτητες μέτρου $u_1=15m$ και $u_2=10m$ αντίστοιχα. Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σώμα Β ακουμπά στο έδαφος.

Δίνεται $g=10m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

Λύση

Το Β ακουμπά στο έδαφος τη χρονική στιγμή:

$$y = gt^2 / 2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \xrightarrow{y=h_2=180m} t = 6s$$

Μέχρι τη χρονική $t=6s$ το κάθε σώμα θα έχει διανύσει οριζόντια απόσταση:

$$x_1 = v_1 \cdot t_1 = 15 \cdot 6 = 90\text{m} \quad \text{και} \quad x_2 = v_2 \cdot t_2 = 10 \cdot 6 = 60\text{m}$$

Στον οριζόντιο άξονα απέχουν απόσταση $\Delta x = 30\text{m}$

Στον κατακόρυφο το κάθε σώμα διανύει απόσταση :

$$y_1 = y_2 = g \cdot t^2 / 2 = 10 \cdot 6^2 / 2 = 180\text{m} .$$

Στον κατακόρυφο άξονα θα απέχουν απόσταση $\Delta y = (h_1 - y_1) - (h_2 - y_2) = h_1 - h_2 = 40\text{m}$.

Άρα η απόσταση τους είναι $Z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ m}$

Γιάννης Αγγελόπουλος