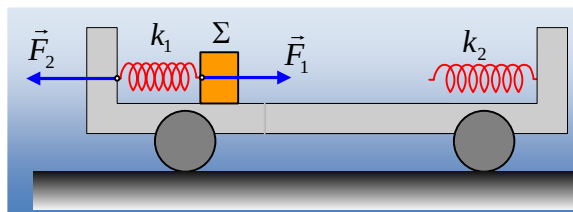


Ενέργεια και ορμή σε ένα πείραμα με ελατήρια.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας M , πάνω στο οποίο έχουν προσδεθεί δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές $k_1=k$ και $k_2=4k$. Με τη βοήθεια ενός σώματος Σ , μάζας m , όπου $M=2m$, συμπιέζουμε το αριστερό ελατήριο κατά x_1 , ενώ συγκρατούμε το αμαξίδιο ακίνητο.

Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα το αμαξίδιο και το σώμα Σ .

i) Τι από τα παρακάτω θα συμβεί:

- α) Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο θα παραμείνει στη θέση του.
- β) Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο προς τα αριστερά.
- γ) Και τα δυο σώματα θα κινηθούν προς τα δεξιά.

ii) Το σώμα Σ , θα εγκαταλείψει το ελατήριο αποκτώντας κινητική ενέργεια:

$$\alpha) \frac{1}{2} kx_1^2, \quad \beta) \frac{1}{3} kx_1^2, \quad \gamma) \frac{1}{4} kx_1^2.$$

iii) Μετά από λίγο το σώμα Σ φτάνει στο δεξιό ελατήριο, το οποίο αρχίζει να συμπιέζει, με αποτέλεσμα σε μια στιγμή να μειώνεται η ταχύτητά του με ρυθμό 1m/s^2 . Τη στιγμή αυτή το μέτρο της ταχύτητας του αμαξιδίου:

- α) Αυξάνεται με ρυθμό $0,5\text{m/s}^2$.
- β) Μειώνεται με ρυθμό 1m/s^2 .
- γ) Μειώνεται με ρυθμό $0,5\text{m/s}^2$.

iv) Σε μια στιγμή η ταχύτητα του σώματος Σ μηδενίζεται. Τη στιγμή αυτή, το αμαξίδιο έχει ταχύτητα:

- α) προς τα δεξιά
- β) προς τα αριστερά
- γ) μηδενική.

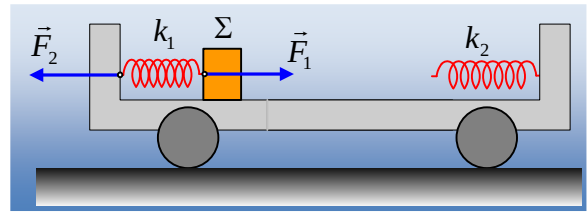
v) Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου στα δεξιά θα είναι:

$$\alpha) \frac{1}{4} x_1, \quad \beta) \frac{1}{2} x_1, \quad \gamma) 2x_1.$$

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά όλες τις απαντήσεις σας, θεωρώντας ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, ούτε μεταξύ εδάφους και αμαξιδίου, ούτε κατά την κίνηση του σώματος Σ .

Απάντηση:

- i) Τη στιγμή που αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα, δέχονται από το ελατήριο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα, όπου για τα μέτρα τους ισχύει $F_1=F_2=k \cdot x_1$, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να επιταχυνθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο προς τα αριστερά. Σωστό το β).



- ii) Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο συνεπώς ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, από τη στιγμή που αφήνονται να κινηθούν μέχρι το Σ να εγκαταλείψει το ελατήριο:

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow$$

Και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική παίρνουμε:

$$0 = m \cdot v_1 - M v_2 \rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1 \quad (1)$$

Εξάλλου η αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, θα εμφανιστεί ως κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων Σ -αμαξίδιο. Διαφορετικά η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού οι μόνες δυνάμεις που παράγουν έργο είναι οι δυνάμεις που ασκούνται από το ελατήριο στα δύο σώματα:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M v_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} 2m \left(\frac{v_1}{2} \right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{4} m v_1^2 \rightarrow$$

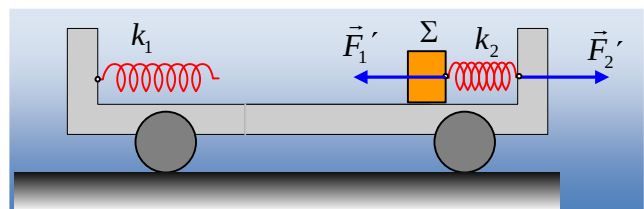
$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{3}{4} m v_1^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{3} k x_1^2$$

Σωστό το β).

- iii) Μόλις το σώμα αρχίζει να συμπιέζει το ελατήριο στα δεξιά δέχεται δύναμη $F_1' = k_2 \cdot \Delta \ell$ η οποία του προκαλεί επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά (επιβράδυνση) μέτρου:

$$a_1 = \frac{k_2 \Delta \ell}{m}$$



ενώ το αμαξίδιο θα αποκτήσει επιτάχυνση προς τα δεξιά (ξανά επιβράδυνση, αφού έχει ταχύτητα με φορά προς τα αριστερά), μέτρου $a_2 = \frac{k_2 \Delta \ell}{M} = \frac{k_2 \Delta \ell}{2m} = \frac{1}{2} a_1$.

Άρα και η ταχύτητα του αμαξιδίου μειώνεται με ρυθμό $0,5 \text{ m/s}^2$. Σωστό το γ).

- iv) Σε όλη τη διάρκεια από τη στιγμή που αφέθηκαν τα σώματα να κινηθούν, μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος Σ, το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow$$

Και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική παίρνουμε:

$$0 = m \cdot 0 - M v_2 \rightarrow v_2 = 0$$

Συνεπώς ταυτόχρονα με το μηδενισμό της ταχύτητας του σώματος Σ, μηδενίζεται και η ταχύτητα του αμαξιδίου. Σωστό το γ).

- v) Τη στιγμή που μηδενίζονται οι ταχύτητες των δύο σωμάτων το ελατήριο παρουσιάζει τη μέγιστη συσπίρωσή του, οπότε από τη διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} k_1 x_1^2 = \frac{1}{2} k_2 x_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} 4 k x_2^2 \rightarrow$$

$$x_2 = \frac{1}{2} x_1$$

Σωστό το β).

dmargaris@sch.gr