

Κίνηση πάνω σε σανίδα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$ και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, όπως στο σχήμα.



- i) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ τη στιγμή $t_1=1\text{s}$, καθώς και η ορμή του τη στιγμή αυτή.
- ii) Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας την παραπάνω στιγμή;
- iii) Να υπολογιστεί η συνολική μηχανική ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική εξαιτίας της τριβής, μέχρι να πάψει να ολισθαίνει το σώμα Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

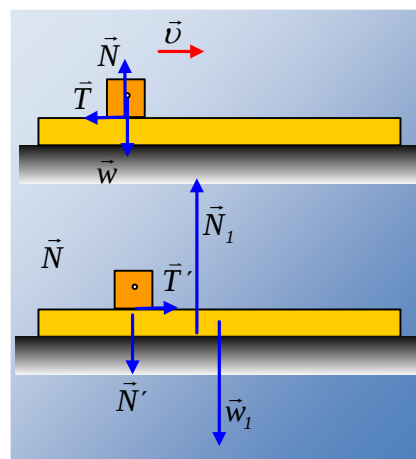
- i) Στο διπλανό σχήμα, πάνω έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και κάτω οι δυνάμεις στη σανίδα.

Για το σώμα Σ , $\Sigma F_y=0$ ή $N=mg$, οπότε $T=\mu N=\mu mg$.

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}$$

Αλλά θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, θα έχουμε:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = -T = -\mu mg = -0,2 \cdot 1 \cdot 10 \text{kgm/s}^2 = -2 \text{kgm/s}^2.$$



Ενώ ο παραπάνω ρυθμός είναι σταθερός, αφού η τριβή έχει σταθερό μέτρο, συνεπώς:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_1 - P_0}{t - 0} = -T \rightarrow$$

$$P_1 = P_0 - T \cdot t = mv_0 - T \cdot t = 1 \cdot 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 2 \cdot 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

- ii) Αλλά και για τη σανίδα:

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}, \text{ οπότε: } \frac{\Delta P_1}{\Delta t} = T' = +2 \text{kgm/s}^2.$$

- iii) Με βάση τις αποτελέσματα στα προηγούμενα, αλλά και το σχεδιασμό των δυνάμεων που ασκούνται στα δυο σώματα, βλέπουμε ότι το σώμα Σ επιβραδύνεται, ενώ η σανίδα επιταχύνεται. Αλλά τότε κάποια στιγμή τα δυο σώματα θα αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα προς τα δεξιά και θα κινηθούν πλέον μαζί, χωρίς να ασκείται πλέον δύναμη τριβής. Γιατί; Γιατί τριβή αναπτύσσεται όταν το ένα σώμα τείνει

να κινηθεί ως προς το άλλο. Μόλις οι ταχύτητες εξισωθούν λοιπόν, δεν υπάρχει κανένας λόγος να αναπτύσσεται δύναμη τριβής.

Αλλά σε όλη το προηγούμενο χρονικό διάστημα, το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, αφού οι δυνάμεις που επιταχύνουν τα σώματα, οι δυνάμεις τριβής, είναι εσωτερικές δυνάμεις. Οι υπόλοιπες δυνάμεις είναι κατακόρυφες και, για το σώμα Σ: $\Sigma F_y = 0$ ή $N = w = mg$, αφού ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ αντίστοιχα και η σανίδα ισορροπεί κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 - N' - w_1 = 0 \rightarrow$$

$$N_1 = N + w_1 = mg + Mg$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική και το σύστημα είναι μονωμένο.

Αλλά τότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή:

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$mv_0 = (M + m)V$$

όπου V η κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων, μόλις σταματήσει η ολίσθηση του σώματος Σ.

$$V = \frac{mv_0}{M + m} = \frac{1 \cdot 5}{4 + 1} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}.$$

Αλλά η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Σ:

$$K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}1 \cdot 5^2 \text{ J} = 12,5 \text{ J}$$

Ενώ η τελική κινητική ενέργεια είναι ίση με:

$$K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2}(M + m)V^2 = \frac{1}{2}5 \cdot 1^2 \text{ J} = 2,5 \text{ J}$$

Άρα η απώλεια της μηχανικής ενέργειας, η οποία θα εμφανιστεί ως θερμική είναι ίση:

$$\Delta K = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = 12,5 \text{ J} - 2,5 \text{ J} = 10 \text{ J}$$

dmargaris@sch.gr