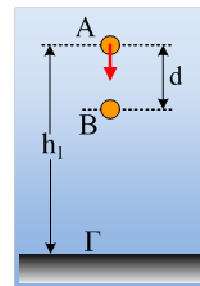


Μια ανάκλαση μπάλας.

Μια μπάλα μάζας $0,5\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από σημείο Α, σε ύψος $1,25\text{m}$ και αφού ανακλαστεί στο έδαφος, κινείται προς τα πάνω και φτάνει μέχρι ένα σημείο Β, όπου $(AB)=0,45\text{m}$. Κατά την κίνηση της μπάλας, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να βρείτε την ορμή της μπάλας, ελάχιστα πριν την κρούση της μπάλας με το έδαφος.
- ii) Ποια η αντίστοιχη ορμής της, αμέσως μετά την κρούση;
- iii) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι $0,5\text{s}$, να υπολογίστε τη μέση δύναμη $\vec{F}$, που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος, στη διάρκεια της κρούσης.
- iv) Να υπολογιστεί το έργο της παραπάνω δύναμης $\vec{F}$, στη διάρκεια της κρούσης.
- v) Η παραπάνω δύναμη $\vec{F}$ είναι ή όχι συντηρητική; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας το έδαφος ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας και λαμβάνοντας υπόψη ότι κατά τη διάρκεια της πτώσης, η μόνη ασκούμενη δύναμη είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική, η μηχανική ενέργεια διατηρείται:

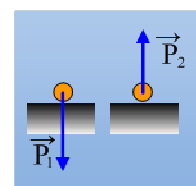
$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

$$0 + Mgh_1 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + 0 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,25\text{m}} / \text{s} = 5\text{m/s}$$

Οπότε η μπάλα, ελάχιστα πριν την κρούση έχει κατακόρυφη ορμή, με φορά προς τα κάτω, με μέτρο:

$$P_1 = Mv_1 = 0,5 \cdot 5\text{kg} \cdot \text{m/s} = 2,5\text{kg} \cdot \text{m/s}$$



- ii) Εφαρμόζουμε ξανά την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την προς τα πάνω κίνηση της μπάλας, αμέσως μετά την κρούση, θέση Γ, μέχρι το μέγιστο ύψος που θα φτάσει, σημείο Β.

$$K_\Gamma + U_\Gamma = K_B + U_B \rightarrow$$

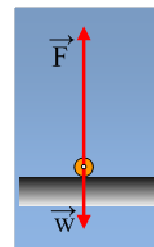
$$\frac{1}{2}Mv_2^2 + 0 = Mgh_2 \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - d)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (1,25 - 0,45)\text{m}} / \text{s} = 4\text{m/s}$$

Οπότε η μπάλα, ελάχιστα μετά την κρούση έχει κατακόρυφη ορμή, με φορά προς τα πάνω, με μέτρο:

$$P_2 = Mv_2 = 0,5 \cdot 4\text{kg} \cdot \text{m/s} = 2\text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

- iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στην μπάλα, στη διάρκεια της επαφής με το έδαφος, όπου $\vec{F}$, η δύναμη από το έδαφος (συνήθως αναφέρεται και κάθετη αντίδραση του επιπέδου N). Θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, παίρνουμε το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα:



$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = F - w \rightarrow$$

$$F = w + \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = 0,5 \cdot 10 N + \frac{2 - (-2,5)}{0,5} N = 5 N + 9 N = 14 N$$

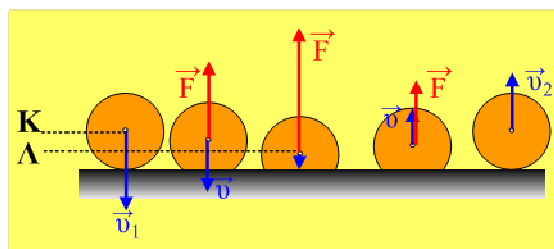
- iv) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος (Θ.Μ.Κ.Ε.) από την αρχική θέση Α, μέχρι τη θέση Β που τελικά φτάνει.

$$K_B - K_A = W_w + W_F \quad (1)$$

Αλλά το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, οπότε το έργο του δεν εξαρτάται από τη διαδρομή αλλά μόνο από αρχική και τελική θέση, οπότε $W_w = Mgd$, ενώ $K_A = K_B = 0$ και η (1) δίνει:

$$W_F = -W_w = -Mgd = -0,5 \cdot 10 \cdot 0,45 J = -2,25 J.$$

- v) Το παραπάνω αποτέλεσμα, μας αποδεικνύει ότι η δύναμη $\vec{F}$, που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος δεν είναι συντηρητική, αφού το έργο της κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι διάφορο του μηδενός. Μα, θα ρωτήσει κάποιος, ποια είναι η κλειστή διαδρομή; Ας δούμε το διπλανό σχήμα, όπου σε μεγέθυνση, έχουμε πάρει την μπάλα σε διάφορες θέσεις στη διάρκεια της κρούσης. Από τη στιγμή που η μπάλα έρχεται σε επαφή με το έδαφος, μέχρι να ξαναχάσει την επαφή, διαγράφει μια κλειστή διαδρομή ΚΛΚ!



Σχόλιο:

Αν αφήσουμε στην άκρη ορισμούς, που μπορεί να μην «μας λένε» και πολλά πράγματα, ας δούμε τι συμβαίνει ουσιαστικά με την ενέργεια. Αν η μηχανική ενέργεια παρέμενε σταθερή, η μπάλα θα επέστρεφε στην αρχική της θέση Α. Το ότι έφτασε μόνο μέχρι τη θέση Β, σημαίνει ότι είχαμε απώλεια μηχανικής (δυναμικής) ενέργειας:

$$U_A - U_B = Mgh_1 - Mg(h_1 - d) = Mgd = 2,25 J$$

Αυτή η ενέργεια αφαιρέθηκε από το σώμα στη διάρκεια της κρούσης και συνεπώς το έργο της δύναμης που δέχτηκε πρέπει να είναι $W_F = -2,25 J$.

Αλλά για να το πούμε με άλλα λόγια, αφού έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας, ασκήθηκε στη μπάλα κάποια μη συντηρητική δύναμη και αφού το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, πρέπει η $\vec{F}$ να μην είναι.

dmargaris@sch.gr