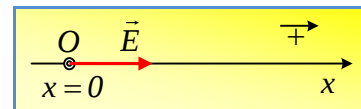


Ένα φορτισμένο σωματίδιο πηγαινοέρχεται...

Σε ένα ιδιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο, η ένταση έχει την διεύθυνση του άξονα x και το μέτρο της μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση:

$$E = 200 - 100x \text{ (V/m) για } 0 \leq x \leq 4\text{m}$$



Ένα σωματίδιο με μάζα 2mg και φορτίο $0,5 \mu\text{C}$ αφήνεται στο σημείο O , στη θέση $x=0$. Αν η μόνη δύναμη που δέχεται είναι αυτή του ηλεκτρικού πεδίου, να βρεθούν:

- i) Με ποια ταχύτητα περνάει από ένα σημείο A , στο οποίο η ένταση του πεδίου είναι μηδέν.
- ii) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων O και A .
- iii) Η ταχύτητα του σωματιδίου στο σημείο Γ , στη θέση $x_\Gamma = 4\text{m}$.
- iv) Η επιτάχυνση του σωματιδίου στις θέσεις O , A και Γ .

Απάντηση:

- i) Το σωματίδιο θα δεχθεί δύναμη της ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση και με τιμή:

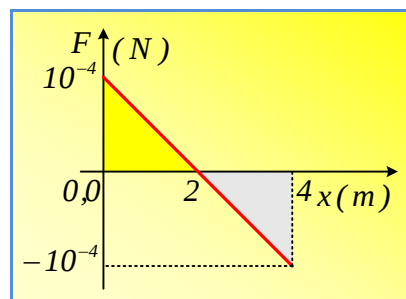
$$F = q \cdot E = 0,5 \cdot 10^{-6} (200 - 100x) = 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-5} x \quad (\text{μονάδες στο S.I.}) \quad (1)$$

Για να βρούμε την ταχύτητα του σωματιδίου στη θέση A , όπου $E=0$ ή $200-100x=0$ ή $x=2\text{m}$, εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής του ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) και παίρνουμε:

$$K_A - K_O = W_F \quad (2)$$

Αλλά η παραπάνω δύναμη είναι μεταβλητή και για να υπολογίσουμε το έργο της κάνουμε τη γραφική παράστασή της σε συνάρτηση με την μετατόπιση (x), οπότε το έργο της είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου με κίτρινο χρώμα.

$$W_F = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{2} \text{ J} = 10^{-4} \text{ J}$$



Οπότε επιστρέφοντας στην σχέση (2) παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = W_F \rightarrow$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}}} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

- ii) Για την διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου O και του A έχουμε:

$$\Delta V = V_O - V_A = \frac{W_{F/O \rightarrow A}}{q} = \frac{10^{-4}}{0,5 \cdot 10^{-6}} \text{ V} = 200 \text{ V}$$

- iii) Εφαρμόζουμε ξανά το θεώρημα μεταβολής της κινητικής του ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.), από τη θέση $x=0$ (σημείο O), μέχρι τη θέση $x=4\text{m}$ (σημείο Γ) και παίρνουμε:

$$K_I - K_O = W_{F,O \rightarrow I}.$$

Αλλά το έργο της δύναμης τώρα θα είναι αριθμητικά ίσο, με το άθροισμα των εμβαδών και των δύο χρωματισμένων τριγώνων, στο παραπάνω διάγραμμα (όπου το εμβαδόν κάτω από τον άξονα θα το πάρουμε ως αρνητικό), οπότε $W_{F,O \rightarrow I} = 0$.

Έτσι βρίσκουμε $K_I - K_O = 0$ ή

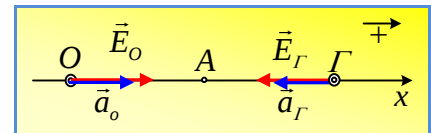
$$v_I = v_O = 0.$$

Δηλαδή το σωματίδιο θα έχει μηδενική ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο Γ.

iv) Σε κάθε σημείο ισχύει $|F| = q \cdot |E|$ και $F = m \cdot a$ οπότε για το μέτρο της επιτάχυνσης $a = \frac{F}{m} = \frac{q|E|}{m}$.

Για το σημείο Α:

$$a_A = \frac{q|E|}{m} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-6}} m/s^2 = 50 m/s^2.$$



Με φορά προς τα δεξιά.

Για το σημείο Ο:

$$a_O = \frac{q|E|}{m} = 0$$

Για το Γ:

$$a_I = \frac{q|E|}{m} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-6}} m/s^2 = 50 m/s^2$$

Με φορά προς τα αριστερά, όπως στο διπλανό σχήμα.

Σχόλια:

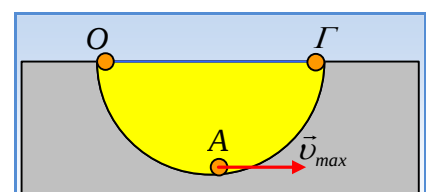
1) Στο παραπάνω ερώτημα θα μπορούσαμε να δουλέψουμε και αλγεβρικά:

$$a_A = \frac{qE}{m} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-6}} m/s^2 = 50 m/s^2 \text{ και}$$

$$a_I = \frac{qE}{m} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot (-200)}{2 \cdot 10^{-6}} m/s^2 = -50 m/s^2$$

Οπότε βρίσκουμε απευθείας και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης.

2) Αφήνοντας το σωματίδιο στο σημείο Ο, επιταχύνεται προς τα δεξιά, μέχρι τη θέση Α, που αποκτά και την μέγιστη ταχύτητά του, αφού από εκεί και πέρα η δύναμη αλλάζει φορά και το σωματίδιο επιβραδύνεται, οπότε φτάνοντας στο σημείο Γ έχει μηδενική τα-



χύτητα, και, έχοντας επιτάχυνση προς τα αριστερά θα κινηθεί ξανά προς το Ο. Έτσι πραγματοποιεί μια παλινδρομική περιοδική κίνηση (μια ταλάντωση) μεταξύ των σημείων Ο και Γ, όπως ακριβώς μια μικρή σφαίρα, θα εκτελούσε περιοδική κίνηση αν αφήνετο να κινηθεί στο χείλος ενός βαθουλώματος στο έδαφος.

dmargaris@sch.gr