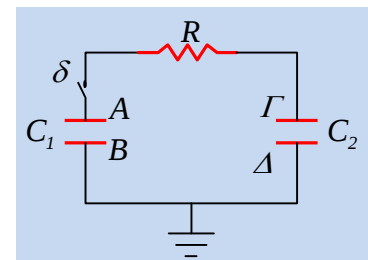


Δύο πυκνωτές συνδέονται μέσω αντιστάτη.

Στο σχήμα ο πυκνωτής C_1 με χωρητικότητα $C_1 = 4\mu\text{F}$ έχει φορτίο $200\mu\text{C}$, με θετικό τον Α οπλισμό, ενώ ο $C_2 = 2\mu\text{F}$ είναι αφόρτιστος. Ο διακόπτης δ είναι ανοικτός και ο αντιστάτης έχει αντίσταση $R = 10\Omega$.



- i) Να βρεθούν τα δυναμικά των οπλισμών Α, Β, Γ και Δ.
- ii) Κάποια στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ. Αμέσως μετά:
 - α) Ποια τα δυναμικά τώρα των οπλισμών και για ποιο λόγο ο πρώτος πυκνωτής θα αρχίσει να εκφορτίζεται; Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο "χάνει" φορτίο ο πρώτος πυκνωτής.
 - β) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η ενέργεια του πυκνωτή C_1 και με ποιο ρυθμό παράγεται θερμότητα πάνω στον αντιστάτη;
- iii) Σε μια στιγμή t_1 ο πυκνωτής C_1 έχει φορτίο $160\mu\text{C}$. Για τη στιγμή αυτή:
 - α) Με ποιο ρυθμό μεταφέρεται φορτίο μέσω του αντιστάτη στον δεύτερο πυκνωτή;
 - β) Με ποιο ρυθμό τροφοδοτεί το κύκλωμα με ενέργεια ο πρώτος πυκνωτής και με ποιο ρυθμό αυξάνεται η ενέργεια του δεύτερου;

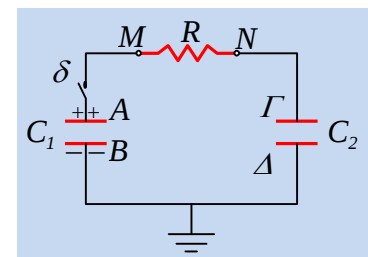
Απάντηση:

- i) Όλα τα σημεία που συνδέονται με τη Γη, έχουν ίδιο δυναμικό με τη Γη, δηλαδή $V=0$. Έτσι στην περίπτωση που ο διακόπτης δ είναι ανοικτός, έχουμε:

$$V_B = V_\Delta = 0,$$

$$\text{αλλά } V_1 = V_A - V_B = V_A = \frac{Q}{C_1} = \frac{200 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ V} = 50 \text{ V} \rightarrow V_A = 50 \text{ V}$$

$$\text{Και } V_2 = V_\Gamma - V_\Delta = \frac{q_2}{C_2} = 0 \rightarrow V_\Gamma = 0.$$



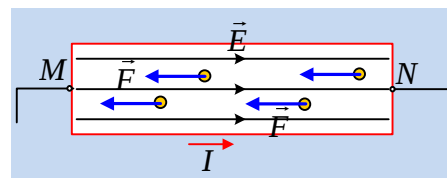
- ii) Αμέσως μόλις κλείσουμε το διακόπτη (και πριν προλάβουν να μεταφερθούν φορτία στον δεύτερο πυκνωτή) έχουμε:

$$\alpha) V_B = V_\Delta = V_\Gamma = 0, \text{ αφού το φορτίο του πυκνωτή } C_2 \text{ είναι μηδενικό και } V_A = 50 \text{ V.}$$

Αλλά το δυναμικό του σημείου Μ είναι ίσο με το δυναμικό του οπλισμού Α, όπως και το δυναμικό του σημείου Ν, είναι ίσο με το δυναμικό του οπλισμού Γ, συνεπώς στα άκρα του αντιστάτη υπάρχει διαφορά δυναμικού (τάση):

$$V_R = V_M - V_N = 50 \text{ V} - 0 = 50 \text{ V.}$$

Αλλά η ύπαρξη διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων M και N, σημαίνει ότι στο εσωτερικό του αντιστάτη δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο, όπως στο διπλανό σχήμα. Μέσα σε αυτό το ηλεκτρικό πεδίο, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του μεταλλικού αντιστάτη δέχονται δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο και κινούνται προς τα αριστερά, πράγμα που ισοδυναμεί με διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος με (συμβατική) φορά προς τα δεξιά.



Ονομάζουμε ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη (και κατά προέκταση το κύκλωμα), το ρυθμό με τον οποίο διέρχεται από μια διατομή του ηλεκτρικό φορτίο. Δηλαδή:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

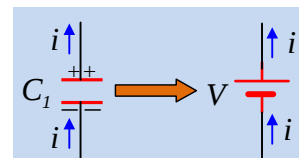
Οπότε από το νόμο του Ohm για το τμήμα MN παίρνουμε:

$$i = \frac{V_{MN}}{R} = \frac{50V}{10\Omega} = 5A \rightarrow \frac{dq}{dt} = 5C/s$$

Αλλά το φορτίο αυτό (θετικό κατά σύμβαση) απομακρύνεται από τον οπλισμό A, ο οποίος έτσι «χάνει» φορτίο, με άλλα λόγια ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Αν μιλούσαμε για το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του, θα λέγαμε ότι ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του είναι $\frac{dq_1}{dt} = -5C/s$.

- β) Ο πυκνωτής C_1 εκφορτίζεται λειτουργώντας σαν μια ηλεκτρική πηγή η οποία παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό:

$$\frac{dW}{dt} = P_1 = \frac{dq \cdot V_{AB}}{dt} = iV_1 = 5A \cdot 50V = 250W^1.$$



Όταν ένα φορτίο q_1 μεταφέρεται από το σημείο M στο σημείο N, παράγεται έργο από τη δύναμη του πεδίου ίσο με $W_{MN} = q_1 \cdot (V_M - V_N)$. Αλλά τότε ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσος με:

$$\frac{dW_{MN}}{dt} = \frac{dq \cdot (V_M - V_N)}{dt} = i \cdot (V_M - V_N) = 5A \cdot 50V = 250W = 250J/s$$

Ναι, αλλά τι γίνεται με την παραπάνω ενέργεια; Αν τα φορτία κινούνται στο κενό, είχαμε δει ότι η μείωση της δυναμικής ενέργειας μετατρέπεται σε κινητική. Στον αντιστάτη όμως τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα ιόντα του κρυσταλλικού πλέγματος, αυξάνοντας την κινητική τους ενέργεια, εξαιτίας της άτακτης θερμικής τους κίνησης. Αυτό γίνεται αντιληπτό με την αύξηση της θερμοκρασίας του αντιστάτη, που σημαίνει ότι έχουμε μετατροπή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε θερμική. Συνήθως λέμε ότι «η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται στον αντιστάτη σε θερμότητα».

Αξίζει να σχολιαστεί ότι τη στιγμή αυτή, ο πρώτος πυκνωτής παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 250J/s και όλη αυτή μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια στον αντιστάτη.

iii) Με την ίδια όπως παραπάνω λογική βρίσκουμε την τάση $V_{AB}=V_{C1}=\frac{q_1}{C_1}=\frac{160\cdot 10^{-6}C}{4\cdot 10^{-6}F}=40V$.

Αλλά τώρα και ο δεύτερος πυκνωτής έχει κάποιο φορτίο q_2 , το οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε στηριζόμενοι στην **αρχή διατήρησης του φορτίου**:

$$Q_{αρχ}=Q_{τ1} \rightarrow Q_{αρχ}=q_1+q_2 \rightarrow q_2=Q_{αρχ}-q_1=200\mu C-160\mu C=40\mu C.$$

$$\text{Οπότε } V_{\Gamma\Delta}=V_{C2}=\frac{q_2}{C_2}=\frac{40\cdot 10^{-6}C}{2\cdot 10^{-6}F}=20V.$$

α) Τη στιγμή αυτή θα έχουμε, όσον αφορά τα δυναμικά:

$$V_{AB}=V_A-V_B = V_A=40V, \text{ αφού } V_B=0 \text{ και } V_{\Gamma\Delta}=V_{\Gamma}-V_{\Delta}=20V, (V_{\Delta}=0), \text{ οπότε:}$$

$$i_1 = \frac{V_{MN}}{R} = \frac{V_M - V_N}{R} = \frac{V_A - V_{\Gamma}}{R} = \frac{40V - 20V}{10\Omega} = 2A$$

β) Για τον ρυθμό που **παρέχει** ενέργεια στο κύκλωμα ο πρώτος πυκνωτής έχουμε:

$$\frac{dW_1}{dt} = P_1 = V_{AB} \cdot i_1 = 40V \cdot 2A = 80J/s$$

Ενώ για το ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον δεύτερο πυκνωτή (ο ρυθμός με τον οποίο **απορροφά** ενέργεια ο 2^{ος} πυκνωτής αυξάνοντας την ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου) είναι:

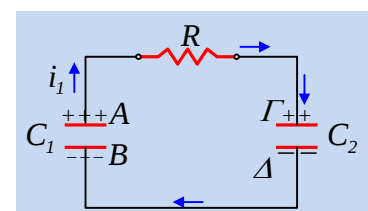
$$\frac{dW_2}{dt} = P_2 = V_{\Gamma\Delta} \cdot i_1 = 20V \cdot 2A = 40J/s$$

Σχόλια:

- 1) Η παραπάνω ισχύς του πυκνωτή, δεν είναι τίποτα άλλο από την ισχύ μιας ηλεκτρικής πηγής με ηλεκτρεγερτική δύναμη E , όπου $E = \frac{W}{q} = \frac{P}{i}$, όπου W το έργο που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα ανά μονάδα φορτίου. Στην περίπτωση μας η ΗΕΔ είναι ίση με την τάση στα άκρα του πυκνωτή, δηλαδή:

$$E=V_{C1}=V_{AB}, \text{ οπότε } P=E \cdot i = V_1 \cdot i.$$

- 2) Τη στιγμή t_1 το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_1 με (συμβατική) φορά όπως στο σχήμα. Αλλά τότε φεύγει θετικό φορτίο από τον Α οπλισμό του πρώτου πυκνωτή, ο οποίος είναι θετικά φορτισμένος, συνεπώς μειώνεται το φορτίο του και η ενέργειά του. Ο πυκνωτής εκφορτίζεται λειτουργώντας σαν μια ηλεκτρική πηγή η οποία παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα. Αντίθετα το θετικό αυτό φορτίο φτάνει στον οπλισμό Γ , που φέρει θετικό φορτίο, με αποτέλεσμα ο πυκνωτής αυτός να φορτίζεται (αυξάνεται το φορτίο του) και να αυξάνει και η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου. Ο πυκνωτής λοιπόν C_2 λειτουργεί σαν αποδέκτης (συσκευή που απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα).



- 3) Εξάλλου τη στιγμή t_1 ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική και στον αντιστάτη. Η αντίστοιχη ισχύς θα είναι:

$$\frac{dW_R}{dt} = P_R = V_{MN} \cdot i_1 = 20V \cdot 2A = 40J / s$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι την παραπάνω στιγμή ο πρώτος πυκνωτής λειτουργώντας σαν ηλεκτρική πηγή, προσφέρει στο κύκλωμα ενέργεια, με ρυθμό 80J/s, από τα οποία τα 40J/s μεταφέρονται στον 2^ο πυκνωτή, ενώ τα υπόλοιπα 40J/s «χάνονται» στον δρόμο!!! Βέβαια τίποτα δεν χάνεται. Τα υπόλοιπα 40J/s μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια πάνω στον αντιστάτη με αντίσταση R.

dmargaris@sch.gr