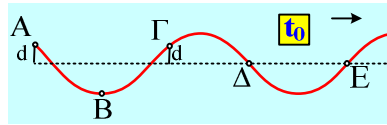


2.1 Τρέχοντα Κύματα. Ομάδα Δ.

2.1.41. Κάποια ερωτήματα πάνω σε μια κυματομορφή.



Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους $0,2\text{m}$, διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού γραμμικού μέσου, από αριστερά προς τα δεξιά και σε μια στιγμή t_0 , η μορφή μιας περιοχής του μέσου, είναι αυτή του σχήματος.

- i) Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα οι ταχύτητες των σημείων A και E.
- ii) Αν το σημείο B έχει διπλάσια κατά μέτρο επιτάχυνση, από το σημείο A, να βρεθεί η απομάκρυνση d.
- iii) Να βρεθεί ο λόγος $\frac{v_A}{v_\Delta}$ των ταχυτήτων ταλάντωσης των σημείων A και Δ τη στιγμή t_0 .
- iv) Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων:
 - α) Δ και E β) B και Δ γ) Γ και Δ.
- v) Αν κάποια στιγμή η φάση της απομάκρυνσης του σημείου E είναι $\frac{13\pi}{4}$ ποια είναι η αντίστοιχες φάσεις των σημείων Δ και Γ;
- vi) Να σχεδιάσετε τη μορφή της ίδιας περιοχής του μέσου διάδοσης, τη χρονική στιγμή $t_1 = t_0 + T/4$, όπου T η περίοδος του κύματος.

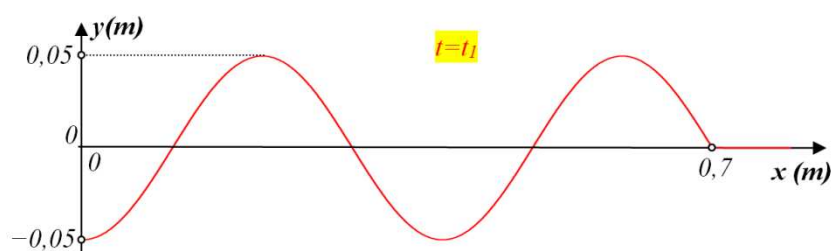
2.1.42. Ένα κύμα και η ταλάντωση ενός σημείου

Στο άκρο O ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, υπάρχει μια πηγή κύματος, η οποία αρχίζει να ταλαντώνεται αρμονικά, σε κατακόρυφη διεύθυνση, κινούμενη αρχικά προς την θετική κατεύθυνση (προς τα πάνω), τη στιγμή $t_0 = 0$. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής είναι $0,2\text{m}$ και η συχνότητά της 1Hz . Η διάρκεια της ταλάντωσης της πηγής είναι $\Delta t = 2,5\text{s}$. Το παραγόμενο κύμα φτάνει σε ένα σημείο Σ του μέσου, το οποίο απέχει $2,5\text{m}$ από το άκρο O, τη στιγμή $t_1 = 1,25\text{s}$.

- i) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος, θεωρώντας αρχή του άξονα ($x=0$) το άκρο O.
- ii) Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές:
 - α) $t_2 = 1,75\text{s}$ και β) $t_3 = 4\text{s}$.
- iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο.

2.1.43. Αρμονικό κύμα και η ισχύς της πηγής.

Αρμονικό κύμα πλάτους A διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Ox. Η πηγή των κυμάτων

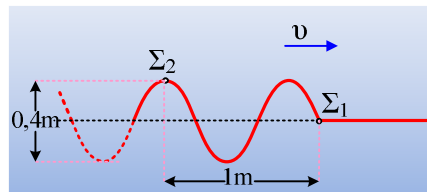


βρίσκεται στο άκρο Ο του ελαστικού μέσου και έχει εξίσωση ταλάντωσης της μορφής $y=A\eta\mu\omega t$. Μία χρονική στιγμή t_1 το στιγμιότυπο του κύματος είναι αυτό του παραπάνω σχήματος και το σημείο $\Sigma(x_\Sigma=+0,2\text{m})$ του μέσου ταλαντώνεται για χρόνο $\Delta t=0,25\text{s}$.

- Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.
- Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x για τη χρονική στιγμή t_1 .
- Κάποια χρονική στιγμή t_2 , κάποιο σημείο Κ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης $y_K=+A$. Να βρεθεί η απομάκρυνση που έχει την ίδια στιγμή ένα άλλο σημείο Λ του μέσου με συντεταγμένη κατά $0,15\text{m}$ μικρότερη από αυτή του σημείου Κ.
- Εάν η γραμμική πυκνότητα του ελαστικού μέσου είναι $\mu=80\text{g/m}$, να βρεθεί η ισχύς της πηγής του κύματος.

2.1.44. Το κύμα και οι εξισώσεις του.

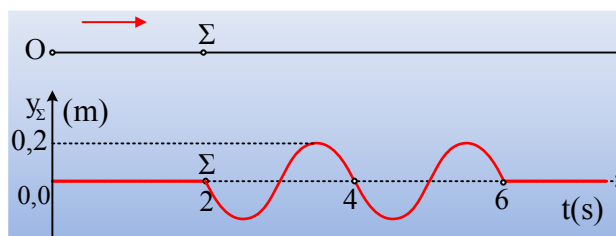
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, με συχνότητα $f=2\text{Hz}$, οπότε η μορφή του μέσου, κάποια στιγμή (που θεωρούμε $t_0=0$), είναι αυτή του σχήματος.



Δυο μαθητές θέλουν να βρουν την εξίσωση του κύματος αυτού. Ο πρώτος παίρνει το σημείο Σ_1 , στο οποίο έχει φτάσει το κύμα, σαν το σημείο του άξονα x με $x=0$. Ο δεύτερος παίρνει αντίστοιχα το σημείο Σ_2 , σαν αρχή του άξονα.

- Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος για κάθε μαθητή.
- Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου, δεξιά της θέσης του σημείου Σ_2 , τη χρονική στιγμή $t_1=1,25\text{s}$, όπως τη σχεδιάζει κάθε μαθητής.

2.1.45. Πληροφορίες από την ταλάντωση ενός σημείου.



Στο άκρο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου όπου παίρνουμε $x=0$, υπάρχει μια πηγή εγκάρσιου αρμονικού κύματος, η οποία αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t_0=0$. Το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά και το γράφημα της απομάκρυνσης ενός σημείου Σ, το οποίο απέχει κατά 2m από την πηγή, είναι αυτό του παραπάνω σχήματος. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

- i) Να βρεθούν η περίοδος, το πλάτος και το μήκος του κύματος.
- ii) Πόσες συνολικά ταλαντώσεις εκτέλεσε η πηγή του κύματος;
- iii) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- iv) Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) t_1=1,5s, \quad \beta) t_2=3s \quad \text{και} \quad \gamma) t_3=7,5s.$$

Πάνω στα στιγμιότυπα αυτά να σημειωθεί η θέση του σημείου Σ.

2.1.46. Αν δίνεται η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου από αριστερά προς τα δεξιά, το οποίο περιγράφεται από τη μαθηματική εξίσωση:

$$y = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi(t - 2,5x + 4,5) \quad \text{με } t \in R \quad \text{και} \quad t \geq 2,5x - 4,5 \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

- i) Να υπολογισθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- ii) Να βρεθεί η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Ο, στη θέση $x=0$, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- iii) Να βρεθεί η θέση μέχρι την οποία έχει διαδοθεί το κύμα στη στιγμή $t_1=1s$.
- iv) Να βρεθούν οι θέσεις των σημείων, τα οποία τη στιγμή $t_2=0$ έχουν μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα ταλάντωσης, στην περιοχή $-0,5m \leq x \leq 0,5m$.
- v) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.

Η κατεύθυνση προς τα δεξιά, αλλά και η απομάκρυνση προς τα πάνω, θεωρούνται θετικές.

2.1.47. Και μια άλλη εξίσωση κύματος.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου από αριστερά προς τα δεξιά, το οποίο περιγράφεται από τη μαθηματική εξίσωση:

$$y = 0,5 \cdot \eta \mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} + \frac{7}{4} \right) \quad \text{με } t \in R \quad \text{και} \quad t \geq 0,5x - 1,25 \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

- i) Να υπολογισθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- ii) Να βρεθεί η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Ο, στη θέση $x=0$, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- iii) Να βρεθεί η θέση μέχρι την οποία έχει διαδοθεί το κύμα στη στιγμή $t_1=1s$.
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου Μ, στη θέση $x_M=1m$, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=3s$.
- v) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.

Η κατεύθυνση προς τα δεξιά, αλλά και η απομάκρυνση προς τα πάνω, θεωρούνται θετικές.

2.1.48. Ταλάντωση ενός σημείου κατά την διάδοση κύματος.

Στην άκρη Ο μιας ομογενούς χορδής βρίσκεται πηγή κύματος η οποία ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,1 \eta \mu(4\pi t)$ (μονάδες στο S.I.). Το εγκάρσιο κύμα που παράγεται διαδίδεται με ταχύτητα $2m/s$. Ένα σημείο Σ απέχει $1,25m$ από το άκρο Ο.

- i) Να βρεθεί η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που πραγματοποιεί το σημείο Σ, καθώς και η ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές:

α) $t_1=0,5s$ και β) $t_2= 1,5s$

- ii) Βρείτε την κινητική ενέργεια και τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε μια στοιχειώδη μάζα της χορδής $10^{-6}kg$, η οποία βρίσκεται στο Σ τη χρονική στιγμή $t_3=2s$.

2.1.49. Ένα normal!!! κύμα...

Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα x, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα κατά τη θετική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο Ο του ελαστικού μέσου το οποίο τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $0,1m$, ενώ η μέγιστη επιτάχυνση των μορίων του μέσου είναι $0,25m/s^2$. Ένα σημείο Β του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 0,3 m$ τη χρονική στιγμή $t = 8 s$ βρίσκεται για 2η φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

Να βρεθούν:

- i) Το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
ii) Την εξίσωση του κύματος.
iii) Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Β τη χρονική στιγμή $t_1 = 11/3 s$.
iv) Για πόσο χρόνο ταλαντώνεται μέχρι τη στιγμή $t=8s$, ένα σημείο Γ του θετικού ημιάξονα, που έχει απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του $-5 cm$ και ταχύτητα θετική για πρώτη φορά.
v) Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου Δ για το χρονικό διάστημα 0 έως 12 s, αν γνωρίζουμε ότι το σημείο Δ έχει μικρότερη φάση από το σημείο Β κατά $\pi/2 rad$ τη χρονική στιγμή t.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.