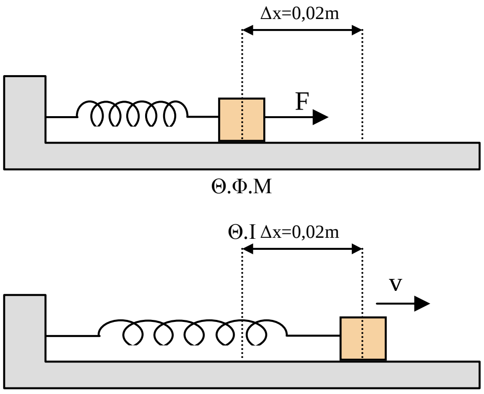
Έργο εξωτερικής δύναμης – Ενέργεια Ταλάντωσης

Δύο ασκήσεις:

1) Το σώμα m=2Kg του σχήματος είναι ακίνητο στην Θ.Φ.Μ. ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, ξαφνικά δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=4,5N για Δx=0,02m που στη συνέχεια μηδενίζεται.



α) Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα μέσου του έργου της δύναμης F.

β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης, καθώς και το πλάτος ταλάντωσης του ταλαντωτή.

Λύση:

α) Η προσφερόμενη ενέργεια ισούται με το έργο που παράγει η δύναμη F.

$$W_F = F \cdot \Delta x = 4{,}5 \cdot 0{,}02 = 0{,}09J$$

β) Θ.Μ.Κ.Ε από τη (Θ.Φ.Μ.-Θ.Ι.) μέχρι τη θέση (x=0,2m)

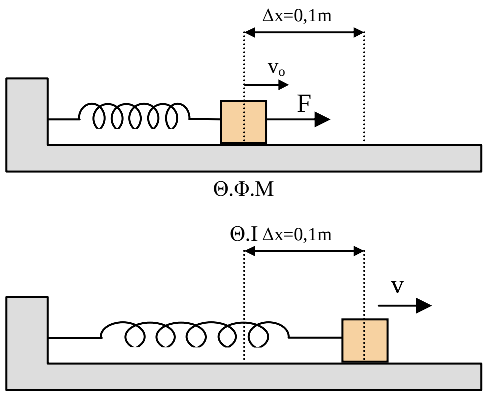
$$W_{Ολ} = K_{Τελ.} - K_{Αρχ.} \rightarrow W_F + W_{F_{Ελατ.}} = K_{Τελ.} - 0 \rightarrow W_F + U^{Ελατ.}_{Αρχ.} - U^{Ελατ.}_{Αρχ.} = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow$$

$$W_F + 0 - \frac{kx^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow W_F = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \rightarrow W_F = E_{Ταλ.} = 0{,}09J$$

Από τη παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι το έργο της F ισούται με την ενέργεια ταλάντωσης.

$$E_{Ταλ.} = \frac{kA^2}{2} \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_{Ταλ}}{2}} \rightarrow A = 0{,}3m$$

2) Το σώμα του σχήματος m=2Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, κάποια στιγμή όταν περνάει από τη Θ.Φ.Μ με ταχύτητα v_o=2m/s δέχεται εξωτερική οριζόντια ομόρροπη δύναμη F=60N για Δx=0,1m, που συνέχεια μηδενίζεται.



α) Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα μέσου του έργου της δύναμης F.

β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος.

Λύση

α) Η προσφερόμενη ενέργεια ισούται με το έργο που παράγει η δύναμη F.

$$W_F=F\cdot\Delta x=60\cdot 0,1=6J$$

β) Θ.Μ.Κ.Ε από τη (Θ.Φ.Μ.-Θ.Ι.) μέχρι τη θέση (x=0,1m)

$$W_{O\lambda}=K_{T\varepsilon\lambda.}-K_{A\rho\chi.}\rightarrow W_F+W_{F_{E\lambda\alpha\tau.}}=K_{T\varepsilon\lambda.}-K_{A\rho\chi.}\rightarrow$$

$$W_F+U^{E\lambda\alpha\tau.}_{A\rho\chi.}-U^{E\lambda\alpha\tau.}_{A\rho\chi.}=\frac{m\cdot u^2}{2}-\frac{m\cdot v_o^{\,2}}{2}\rightarrow$$

$$W_F+0-\frac{kx^2}{2}=\frac{m\cdot v^2}{2}-\frac{m\cdot v_0^{\,2}}{2}\rightarrow W_F+\frac{m\cdot v_0^{\,2}}{2}=\frac{m\cdot u^2}{2}+\frac{kx^2}{2}\rightarrow$$

$$W_F+\frac{mv_o^{\,2}}{2}=E_{T\alpha\lambda.}\rightarrow\boxed{W_F+K_{A\rho\chi.}=E_{T\alpha\lambda.}}\rightarrow 6+\frac{2\cdot 2^2}{2}=E_{T\alpha\lambda.}\rightarrow E_{T\alpha\lambda}=10J$$

Από τη παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι το έργο της F δεν ισούται με την ενέργεια ταλάντωσης.

Η ενέργεια της καινούργιας ταλάντωσης ισούται με το άθροισμα της ενέργειας της πρώτης ταλάντωσης $E=K_{max.}=mv^2/2=4J$ και της προσφερόμενη ενέργειας μέσου του έργου της F (W_F=6J).

Γιάννης Αγγελόπουλος